


BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
Periodici Italiani
993
ROMA








Biblioteca
nazionale
centrale
di Roma

VOL. XI - N. 1 (PUBBLICAZIONE MENSILE) GENNAIO 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA
TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA





ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2/2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

VOL. XI GENNAIO 1942-XX N. 1

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità:* Milano (2/2), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3/1189.

ABBONAMENTO ANNUO . . . **L. 50**
PER I SOCI A.E.I. O S.I.F. » **40**
UN NUMERO SEPARATO . . . » **6**

ANNATE ARRETRATE: I (1932), **L. 30**; II (1933), III (1934), IV (1935), V (1936), VI (1937), **L. 40** CIASCUNA; LE SUCCESSIVE, **L. 50** CIASCUNA.

SOMMARIO

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA



VOLUME XI
(1942)



ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2/2) - VIA SAN PAOLO N. 10


Biblioteca
nazionale
centrale
di Roma

INDICE PER AUTORI



(A) articoli; (C) cronaca tecnica; (L D) lettere al direttore; (L P) libri e pubblicazioni; (N A) nuovi apparecchi; (R) recensioni.

Pagine iniziali dei singoli fascicoli del volume: p. 1, n. 1 (gennaio); p. 65, n. 2 (febbraio); p. 113, n. 3-4 (marzo-aprile); p. 193, n. 5 (maggio); p. 257, n. 6 (giugno); p. 305, n. 7 (luglio); p. 353, n. 8-9 (agosto-settembre); p. 433, n. 10 (ottobre); p. 481, n. 11-12 (novembre-dicembre).

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

R

S

INDICE PER MATERIE

1. - Acustica applicata ed elettroacustica.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Cronaca tecnica

Libri e pubblicazioni

Informazioni e notizie

2. - Amplificatori.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Libri e pubblicazioni

3. - Antenne.

Libri e pubblicazioni

4. - Applicazioni varie.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Informazioni e notizie

5. - Circuiti, quadripoli, filtri.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Libri e pubblicazioni

6. - Convertitori, raddrizzatori.

Memorie e articoli

Recensioni

Libri e pubblicazioni

7. - Disturbi e fenomeni perturbatori.

Note di redazione

Memorie e articoli

8. - Elettrofisica e magnetofisica.

9. - Elettrotecnica generale.

Lettere al direttore

Recensioni

Libri e pubblicazioni

Informazioni e notizie

10. - Fisica generale.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Memorie e articoli

Recensioni

Informazioni e notizie

17. - Misure.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Cronaca tecnica

Libri e pubblicazioni

Nuovi apparecchi

Informazioni e notizie

18. - Modulazione e rivelazione.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Cronaca tecnica

Libri e pubblicazioni

19. - Piezoelettricità e magnetostrizione

Memorie e articoli

Lettere al direttore

Recensioni

20. - Propagazione delle radioonde

Recensioni

Libri e pubblicazioni

21. - Radiocomunicazioni direttive e radiogoniometria.

Libri e pubblicazioni

22. - Radiotecnica generale, impianti e accessori.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Cronaca tecnica

Libri e pubblicazioni

Informazioni e notizie

23. - Ricevitori.

Recensioni

Informazioni e notizie

24. - Telefonia generale, impianti e accessori.

Memorie e articoli

Recensioni

Libri e pubblicazioni

Informazioni e notizie



25. - Telegrafia e telescrittura.

Libri e pubblicazioni

26. - Televisione e trasmissione delle immagini.

Recensioni

27. - Tubi elettronici.

Note di redazione

Memorie e articoli

Recensioni

Libri e pubblicazioni

28. - Varie.

Note di redazione

Memorie e articoli

Lettere al direttore

Recensioni

Cronaca tecnica

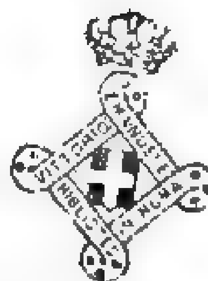
Libri e pubblicazioni

Nuovi apparecchi

29. - Vibrazioni meccaniche.

Vol. XI — Gennaio 1942-XX — N. 1

ALTA FREQUENZA



Decennale.

« Non mai come oggi si è stampato tanto, non mai come oggi, forse si è letto meno ». Così comincia l'ultimo fascicolo del notiziario mensile di uno dei più conosciuti editori italiani, e noi l'abbiamo fatto oggetto di meditazione mentre pensavamo al concludersi del decimo anno di questa nostra fatica e ci domandavamo se cercare una giustificazione alla complicità del troppo stampare.

Perchè condividiamo appieno il giudizio del confratello librario: riteniamo che si pubblichi di più di quanto sarebbe bene ed intendiamo che leggere non sia lo scorrere o il divorare pagine e pagine, ma quel latino « legere » che è assai prossimo all'« eligere » e costituisce una delle manifestazioni più personali e più belle del valore intellettuale. Crediamo, d'altro canto, che lo stampare sovrabbondante, ed il leggere poco, siano collegati fra loro come una delle cause all'effetto, e che questo non dipenda soltanto da quella, ma anche da tanti altri motivi che non è qui còmpito nostro di indagare più minutamente.

Sono un centinaio i fascicoli che abbiamo davanti, col titolo di « Alta Frequenza » — un totale di oltre ottomilaseicento pagine con circa cinquemila figure — e un'emozione ci prende, quasi una commozione, mentre riguardiamo questo frutto del nostro lavoro, che ci sembra una cosa viva, e sentiamo quanto vi si è trasfuso di noi. Sappiamo di non aver compiuto con esso opera perfetta: nessuno pensiamo sia più consapevole di noi dei suoi difetti e delle sue manchevolezze, perchè nessuno lo conosce più di noi. Ma abbiamo creduto di compiere opera utile. Ed è questo l'argomento che riteniamo valido di fronte al dubbio di aver concorso senza piena giustificazione alla sovrabbondanza dello stampare.

Raccogliere i lavori italiani scientifici e tecnici nel campo delle alte frequenze, per renderli sempre meglio e più degnamente noti fra noi e all'estero; curarne la presentazione, reagendo contro i mali diffusi di negligenza e di trascuratezza, promuoverne la produzione, stimolando e valorizzando studi e ricerche, e nel tempo stesso fornire sui medesimi argomenti una documentazione seria e rigorosa: sono gli scopi che abbiamo cercato di perseguire. Essi ci appariscono tuttora degni della buona battaglia.

Periodi memorandi nella storia del mondo hanno segnato questo decennio: ora fiammeggia intorno la più grande guerra. Fieri di poter servire il nostro Paese anche nell'adempiere a questa consegna, continuiamo l'impresa superando le difficoltà del momento, fisso lo sguardo alla mèta del dovere compiuto. « Primi passi » scrivemmo in testa alla prima di queste pagine, dieci anni or sono; da allora il cammino è proseguito a tappe, dieci volte dodici. E continua: perchè lo riprendiamo oggi, con lo stesso animo, verso l'avvenire.

Isolamento contro le vibrazioni meccaniche.

Lo studio dello smorzamento delle vibrazioni meccaniche, quantunque rivesta importanza ed utilità notevoli per le applicazioni pratiche, è stato fino ad ora limitato prevalentemente ai casi in cui il mezzo smorzante è omogeneo; notoriamente, invece, molti dei normali materiali protettivi contro le vibrazioni sono costituiti da conglomerati di varia natura. Giunge perciò opportuno lo studio dell'ingegnere RAMA, che pubblichiamo in questo fascicolo, in cui è considerato il comportamento delle sostanze non omogenee ed in particolare di quelle porose.

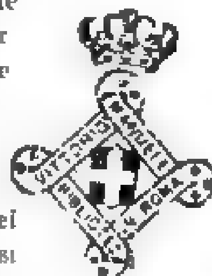
Il lavoro, di carattere teorico e sperimentale, porta un contributo apprezzabile alla conoscenza degli intimi fenomeni della trasmissione delle perturbazioni meccaniche negli isolanti. La trattazione analitica prende le mosse dalle equazioni di propagazione in mezzi densi, elastici e viscosi, senza perdere di vista la corrispondenza che sussiste tra i quadripoli meccanici e i loro equivalenti elettrici: ciò rende più agevole la comprensione del lavoro a chi è abituato a ragionare, per così dire, in termini elettrici. Le determinazioni sperimentali dànno risultati che sono in buon accordo con quelli ottenuti da altri sperimentatori stranieri.

Il pregio principale dell'indagine consiste nell'aver impostato e sviluppato un modello di trattazione analitica, la quale, spiegando i risul-

tati sperimentali, fornisce dati e tabelle utilizzabili in sede di progetto per il calcolo dello smorzamento prodotto da un determinato materiale per un particolare tipo di vibrazione.

A tale scopo l'autore formula alcune ipotesi sulla natura dei parametri fisici specifici da introdurre nel calcolo, le quali trovano la loro conferma nei risultati sperimentali. Codeste ipotesi possono per verità anche essere suscettibili di qualche riserva; pur tuttavia, qualsiasi altro tipo di trattazione si volesse impiantare, condurrebbe a fare inevitabilmente talune ipotesi sulla interdipendenza dei molti parametri in giuoco, e chi dice ipotesi dice supposizione, nella quale è sempre da contemplare un certo che di arbitrario.

Questo contributo originale alla conoscenza della propagazione delle vibrazioni nei corpi disomogenei, ed in particolare nei porosi, servirà senza dubbio a precisare le condizioni di uso pratico dei molti materiali così detti antivibranti, che trovano oggi vasta e generale applicazione. Sarà in special modo di valido ausilio a tutti quei tecnici i quali, molto spesso, hanno dovuto affidare all'empirismo, od alla ricerca per tentativi, la determinazione del basamento atto a smorzare in modo efficiente le vibrazioni prodotte da una macchina, o quella dell'isolante da interporre sul percorso di perturbazioni trepidatorie che si vogliano limitare.



Calcolo operatorio.

Lo studioso di problemi tecnici che si accinga a impratichirsi del calcolo operatorio, il docente di materia tecnica o scientifica che si proponga di insegnarne la parte propedeutica, si trovano in non lieve difficoltà di fronte alle numerose forme d'impostazione, che di esso sono state date, ed alla rilevante varietà di notazioni e di espressioni che vengono adoperate dai diversi autori. A ciò si aggiungono le polemiche che sorgono talvolta animatissime — e ve ne sono in corso anche in questo momento — fra fautori e detrattori, fra esponenti dell'una o dell'altra scuola, dell'una o dell'altra tendenza.

Probabilmente l'origine di un tale stato di cose è da ricercare, fra l'altro, nel fatto che gli studi e le discussioni sul calcolo operatorio e sulle sue applicazioni non si sono svolti e non si svolgono soltanto fra tecnici, ma anche fra matematici, e fra tecnici e matematici; in queste condizioni l'auspicabile chiarimento, nonchè l'unificazione dei metodi di esposizione e delle notazioni sono più difficili da raggiungere. È stato

giustamente osservato che a proposito del calcolo operatorio avviene oggi, ma in misura molto maggiore, quanto già accadde una trentina di anni or sono per il metodo simbolico di STEINMETZ.

Poichè è senza dubbio l'argomento di notevole importanza, siamo lieti di pubblicare, in una nota del professore ANGELINI, un'agile rassegna, fatta per sommi capi, dei metodi fondamentali per lo studio dei regimi variabili nei sistemi lineari e particolarmente nei circuiti elettrici normali. Vi si espongono in maniera sintetica i fondamenti delle varie impostazioni date a codesto calcolo e si mostra come esse non siano inconciliabili, ma indichino sotto forme diverse le stesse regole da cui si derivano le applicazioni del calcolo operatorio.

Nello scritto, dopo tale esposizione, viene presentato uno schema del metodo che apparisce conveniente seguire per insegnare agli ingegneri il calcolo con gli operatori. L'autore vi ha raccolto i frutti di una specifica pratica didattica e di una profonda conoscenza del tema. Riteniamo che anche questa conclusione del lavoro, la quale riveste un carattere particolarmente costruttivo, meriti l'attenzione degli studiosi.

LA REDAZIONE.

COMPORTAMENTO DEI MATERIALI ELASTICI USATI PER L'ISOLAMENTO DI VIBRAZIONI MECCANICHE

SILVIO RAMA

Per isolamento meccanico si intende l'attenuazione dell'energia trasmessa da una sorgente vibromotrice al mezzo di propagazione ottenuta mediante un sistema elastico interposto fra la sorgente di vibrazione ed il mezzo.

L'onda elastica si propaga in un materiale elastico poroso attraverso due mezzi distinti, il materiale base e l'aria contenuta nelle porosità. La propagazione si può rappresentare con un sistema di equazioni mediante le quali lo studio del materiale è ricondotto a quello di un materiale compatto equivalente. Per l'analogia formale esistente fra le suddette equazioni e quelle della propagazione di energia elettrica alternativa in una linea, si può introdurre anche in questo caso il concetto di quadripolo equivalente.

Si descrive un apparato per la misura delle grandezze caratteristiche dei materiali elastici, nel quale è possibile caricare una faccia del materiale in prova con una massa prestabilita ed eccitare a vibrare la faccia opposta. Dai diagrammi sperimentali del rapporto fra le ampiezze delle vibrazioni di entrata e di uscita, in funzione della frequenza, si rileva che il coefficiente di attrito interno deve ritenersi funzione lineare della radice quadrata del carico, secondo una costante che si può assumere quale costante distribuita e definire come il grado di attenuazione di un materiale elastico, riferito all'unità di lunghezza.

Si dànno per diversi materiali i valori di tale costante di attenuazione, della rigidità, della massa specifica e della velocità apparente di propagazione dell'onda elastica. Per ciascun materiale si riportano i diagrammi, ricavati dai dati sperimentali, delle parti reali ed immaginarie della costante di propagazione e della impedenza caratteristica del quadripolo meccanico equivalente.

1. - L'isolamento meccanico.

Il problema dell'isolamento meccanico ha assunto notevole importanza soltanto in questi ultimi anni, in ragione dell'aumento di peso e di velocità delle macchine, dell'introduzione, nelle stesse case di civile

abitazione di sorgenti di vibrazioni, e della costituzione monolitica degli edifici moderni, ottimi mezzi di propagazione dell'energia elastica. Forse perchè l'importanza del problema è, come si è detto, assai recente, gli autori di trattati di acustica, senza diffondersi in vaste trattazioni sistematiche, si limitano spesso a cenni sui sistemi usati per ridurre l'energia vibratoria trasmessa da una sorgente vibromotrice al mezzo di propagazione, consistenti nell'interporre tra la sorgente e il mezzo un cuscinetto elastico, costituito in genere da materiali ad elevato modulo di elasticità — gomma, sughero, ebanite, o conglomerati a base principalmente di tali materiali —, ed in qualche caso da veri e propri sistemi elastici ottenuti con molle di vario tipo opportunamente disposte (1).

Per la stessa ragione non sono numerosi neanche i lavori di ricerca teorica o sperimentale, sui materiali elastici adoperati nella eliminazione delle vibrazioni.

La premessa teorica di tali ricerche consiste in genere nello scrivere l'equazione delle forze, tenendo conto della massa del corpo elastico, della sua rigidità e di un fattore di attrito, che si suppongono concentrati in un punto, ed, in alcuni autori, nel trovare l'analogo circuito elettrico avente resistenza, capacità ed induttanza concentrate, in parallelo o in serie. Soltanto il Bohme ricorre al concetto di quadripolo equivalente, ma per materiali aventi elasticità non lineare (2). L'inconveniente principale di tali premesse non consiste tanto nel sostituire forze agenti in un punto a forze distribuite, in quanto tale semplificazione si

(1) Si ricordano qui alcune opere nelle quali più diffusamente, anche dal lato teorico, viene trattato l'argomento:

E. LEHR: Schwingungstechnik - J. Springer, Berlin, 1934.

A. SCHOCH: Die physikalischen und technischen Grundlagen der Schalldämmung im Bauwesen - H. Hirzel, Leipzig, 1934.

S. TIMOSHENKO: Vibration problems in engineering - Van Nostrand, New York, 1934.

A. B. EASON: The prevention of vibrations and noise - H. Frowde a. Hodder a. Stoughton, London, 1923.

S. E. SLOCUM: Noise and vibration engineering - Van Nostrand, New York, 1931.

(2) Si veda ad esempio:

H. BOEHME: Dynamisches Verhalten von Schalldämmstoffen - A. Z., 1937, II, p. 303.

S. L. QUIMBY: On the experimental determination of the viscosity of vibrating solids - Phys. Rev., 1925, XXV, p. 558.

J. WEISSHAUPT: Messung der Eigenperioden der Dämpfung und des Elastizitätsmoduls von Mauern - Z. f. techn. Phys., 1932, XIII, p. 286.

R. KOEHLER u. A. RAMSPECK: Uebertragung von Maschinenschwingungen auf Boden und Gebäude - Z. f. techn. Phys., 1932, XIII, p. 512.

W. JACK a. J. S. PARKINSON: A method for evaluating compliant materials in terms of their ability to isolate vibrations - J. A. S. A., 1937, IX, p. 141.

W. WILLMS u. L. KEITEL: Prüfung von Körper-Schalldämmstoffen - E. N. T., 1934, XI, p. 314.

A. CRAMWINCKEL, C. T. DIPPEL e G. HELLER: Sur l'amortissement des vibrations mécaniques - Rev. techn. Philips, 1936, I, p. 374.

può giustificare, nella maggior parte dei casi, col fatto che le dimensioni longitudinali dei corpi elastici sono in genere piccole rispetto alla lunghezza d'onda propagata, quanto nel trascurare le forze agenti trasversalmente alla direzione di propagazione dell'onda elastica.

Si vedrà in seguito che il metodo se non migliore almeno più semplice di tener conto delle azioni trasversali — elasticità trasversale e ammettenza meccanica trasversale — è di ricorrere ad un quadripolo meccanico equivalente.

Si noti inoltre l'opportunità di definire, prima di procedere ad una qualsiasi trattazione dell'argomento, l'isolamento meccanico. A questo scopo si osservi che per isolamento meccanico si intende l'attenuazione — qualunque ne sia il valore — dell'energia vibratoria trasmessa dalla sorgente al mezzo di propagazione, purchè ottenuta mediante artifici.

Poichè si tratta sempre di propagazione di onde elastiche, il problema è del tutto simile a quello dell'isolamento acustico, e l'isolamento dovuto al tramezzo elastico si potrebbe ancora definire come un livello relativo fra quantità energetiche a monte e a valle di esso ([3]). Per altro è più opportuno definire l'isolamento meccanico mediante il rapporto fra il valore delle grandezze energetiche che si hanno nella sezione del mezzo di propagazione immediatamente a valle del tramezzo isolante e i valori delle medesime grandezze che si avrebbero nella stessa sezione del mezzo di propagazione, qualora l'energia vibratoria si trasmettesse direttamente al mezzo di propagazione. Tale definizione dà immediatamente la misura dell'effetto ottenibile dall'interposizione di un tramezzo isolante fra una data sorgente di energia vibromotrice e un dato mezzo di propagazione.

Se si indicano con p_0 e u_0 la pressione e la velocità immediatamente a monte del mezzo di propagazione, quando la vibrazione si trasmette ad esso direttamente dalla sorgente vibromotrice, con p_1 e u_1 la pressione e la velocità, sempre immediatamente a monte del mezzo di propagazione, quando la vibrazione si trasmette ad esso attraverso un tramezzo isolante, l'isolamento dovuto al tramezzo è dato dalle formule che seguono, secondo che ci si riferisca

a) all'energia potenziale:

(1-1) $$I_p = \left|\frac{p_0}{p_1}\right|^2$$

$$I_p = 20\,(\log|p_0| - \log|p_1|)\ \text{dB}\,,$$

b) all'energia cinetica

(1-2) $$I_u = \left|\frac{u_0}{u_1}\right|^2$$

$$I_u = 20\,(\log|u_0| - \log|u_1|)\ \text{dB}\,.$$

([3]) G. Sacerdote e A. Gigli: L'isolamento acustico studiato con il metodo dei quadripoli - A. F., 1935, IV, p. 290.

c) alla densità media di energia

$$I_E \quad \Big| \quad \frac{E_0}{E_x}$$

Per densità media di energia si intende l'energia totale riferita alla unità di volume. Essa è data dalla media dell'energia totale estesa ad un numero intero n di lunghezze d'onda ([4]), la quale nel caso di onde piane è espressa da

$$E = \frac{1}{2n\lambda}\left(\int_x^{x+n\lambda} \varrho u^2 dx + \int_x^{x+n\lambda} \frac{p^2}{\varrho c^2} dx\right),$$

essendo u la velocità istantanea, p la pressione istantanea, x la coordinata longitudinale, λ la lunghezza d'onda, n un numero intero qualunque, ϱ la massa specifica del mezzo, c la velocità di propagazione dell'onda elastica nel mezzo.

Introducendo il valore di E così trovato nell'espressione dell'isolamento si ha

$$[1·3] \qquad I_E \quad \left| \quad \frac{\int u_0^2\, dx + \frac{1}{\varrho^2 c^2}\int p_0^2\, dx}{\int u_x^2\, dx + \frac{1}{\varrho^2 c^2}\int p_x^2\, dx} \right.$$

$$I_E = 10\left(\log\left|\int_x^{x+n\lambda} u_0^2\, dx + \frac{1}{\varrho^2 c^2}\int_x^{x+n\lambda} p_0^2\, dx\right| - \log\left|\int_x^{x+n\lambda} u_x^2\, dx + \frac{1}{\varrho^2 c^2}\int_x^{x+n\lambda} p_x^2\, dx\right|\right) \text{dB}$$

Per un'onda sinoidale propagantesi in un mezzo omogeneo è

$$p = |p| e^{j\left(\frac{2\pi}{\lambda} - k\right)x} \quad [illegible] \qquad u = |u| e^{\left(\frac{2\pi}{\lambda} - k\right)x} \quad [illegible]$$

essendo k l'attenuazione e φ_0 la fase fra la velocità e la pressione.

Introducendo tali valori delle pressioni e velocità nelle [1·3] si ha per un'onda piana e sinoidale in un mezzo di propagazione omogeneo

$$[1·3'] \qquad I_E \quad \left| \quad \frac{2n\lambda\, |u_0|^2 \ldots + \frac{1}{\varrho^2 c^2} |p_0|^2}{2n\lambda\, |u_x|^2 \ldots + \frac{1}{\varrho^2 c^2} |p_x|^2} \right.$$

([4]) P. Lombardi e G. Sacerdote, [illegible], 1934 III, p. 260.

$$I_E = 10\,\log\left(2\pi\lambda\; u_0{}^2\, e^{2\alpha} + \frac{1}{\varrho^2 c^2}\; p_0{}^2\right)$$

$$-\log\left(2\pi\lambda\; u_i{}^2\, e^{2\alpha} + \frac{1}{\varrho^2 c^2}\; p_i{}^2\right)\ \text{dB}$$

d) all'intensità di vibrazione dell'onda elastica

$$I_J = \sqrt{\frac{J_0}{J}}$$

Per intensità di vibrazione di un onda elastica J si intende l'energia che passa, nell'unità di tempo, attraverso l'unità di superficie normale alla direzione di propagazione (⁴)

Nel caso di onde piane essa è data dal prodotto scalare della pressione per la velocità (³)

$$J = |p|\,|u|\,\cos\varphi$$

e pertanto l'isolamento così definito, poichè modificando le condizioni a monte di una sezione non varia evidentemente la fase fra pressione e velocità in quella sezione, vale

1-4] $$I_J = \sqrt{\frac{|p_0|}{|p_i|}\frac{|u_0|}{|u_i|}}$$

$$I_J = 10\,(\log|p_0|\,|u_0| - \log|p_i|\,|u_i|)\ \text{dB}\,.$$

Evidentemente, fra i valori dell'isolamento I_J riferito all'intensità di vibrazione e i valori dell'isolamento I_p ed I_u riferito alle energie potenziale e cinetica, sussiste la relazione

1-5] $$I_J = \sqrt{I_p\, I_u}\,.$$

Delle quattro definizioni di isolamento meccanico le più interessanti sono le prime due, e di queste due, la diminuzione relativa di pressione vibromotrice ha interesse unicamente agli effetti della diminuzione del rumore prodotto dalla sorgente di vibrazione, mentre la diminuzione dell'ampiezza di vibrazione è quella che interessa ai fini meccanici veri e propri

2. - Equazioni della propagazione e quadripolo elettrico equivalente.

I materiali costituenti i tramezzi isolanti sono generalmente corpi porosi. L'onda elastica è trasmessa sia attraverso l'aria contenuta nei pori, sia attraverso il materiale base. Secondo la rigidità e l'attrito interno del materiale base e dell'aria contenuta nella porosità, può prevalere la trasmissione in uno o nell'altro dei due mezzi. È pertanto opportuno

stabilire separatamente per i due mezzi stessi le relazioni che regolano la propagazione per poi fonderle in un unico sistema di equazioni.

Si osservi innanzi tutto che, poichè le dimensioni longitudinali dei cuscinetti smorzanti usati in pratica sono sempre molto piccole rispetto alla lunghezza d'onda della vibrazione propagata e l'eccitazione avviene per lo più secondo tutta una superficie — il basamento della sorgente di vibrazioni che si vuole isolare —, si può ammettere che la trasmissione avvenga per onde piane. Ciò vale evidentemente per ambedue i mezzi di propagazione. Inoltre si ammette che la vibrazione sia sinoidale; nei casi pratici, in cui si hanno forme di onda notevolmente difformi dalla sinoidale, è sempre facile, con i mezzi noti dell'analisi, riportare la trattazione ad un sistema di onde sinoidali. Infine si può ammettere che la trasmissione nel materiale base avvenga come in un corpo omogeneo, poichè, in generale, le discontinuità strutturali sono piccole rispetto alla lunghezza dell'onda elastica propagata.

È noto che se in un mezzo vi è propagazione di energia elastica vibratoria, si possono scrivere l'equazione meccanica del movimento, e l'equazione di continuità, che legano tra loro la pressione p (o la forza agente f) e la velocità u relative alla coordinata longitudinale x, secondo relazioni analoghe a quelle che legano fra loro la tensione e la corrente in una lunga linea elettrica percorsa da corrente alternativa

$$\text{[2-1]} \qquad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\, p = 0\,, \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\,\text{div}\, u = 0 .$$

Per vibrazioni piane e sinoidali esse assumono la forma

$$\text{[2-1']} \qquad \frac{dp}{dx} = -Ru\,, \qquad \frac{du}{dx} = -\mathcal{G}p$$

dove R e $\mathcal{G}$ sono grandezze in generale complesse dipendenti dalla frequenza di vibrazione e rispettivamente omogenee con una impedenza ed una ammettenza meccaniche riferite all'unità di lunghezza ([4]). È inutile ripetere la trattazione analitica delle [2-1'] che è identica a quella svolta per le linee elettriche lunghe. Basti ricordare che l'integrale generale delle [2-1'] è dato da

$$p = Me^{-\gamma x} + Ne^{\gamma x}\,, \qquad u = \frac{1}{Z_0}\,(Me^{-\gamma x} - Ne^{\gamma x})$$

essendo $\gamma = \sqrt{R\mathcal{G}}$ la costante di propagazione, $Z_0 = \sqrt{R/\mathcal{G}}$ l'impedenza caratteristica del mezzo, e M ed N due costanti di integrazione.

([4]) Per estensione del concetto di impedenza si continua a definire l'impedenza di un sistema meccanico mediante un operatore Z, generalmente complesso, funzione della pulsazione, della viscosità, dell'inerzia e della rigidità, tale che sussista, per ogni frequenza, la relazione

$$p = Z\,u$$

Per determinare M e N si osservi che per $x = 0$, cioè per la superficie alla quale avviene la generazione del movimento, si ha

$$p_0 = M + N\,, \qquad u_0 = \frac{1}{Z_0}(M - N)$$

quindi, sostituendo nell'integrale generale delle (2-1) ad M ed N il loro valore dato dalla condizione ai limiti e trasformando gli esponenziali in funzioni trigonometriche iperboliche, si ottiene per il punto generico x

(2-2)
$$p = p_0 \cosh \gamma x - u_0 Z_0 \operatorname{senh} \gamma x$$
$$u = u_0 \cosh \gamma x - p_0 \frac{1}{Z_0} \operatorname{senh} \gamma x\,.$$

Le (2-3) sono le equazioni di un quadripolo meccanico simmetrico di costanti

(2-3)
$$A = D = \cosh \gamma x\,, \qquad B = Z_0 \operatorname{senh} \gamma x \qquad C = \frac{1}{Z_0} \operatorname{senh} \gamma x$$

Il caso di propagazione nell'aria delle porosità si può ricondurre a quello della propagazione del suono nei corpi porosi, che si tratta considerando la sola propagazione attraverso le porosità e trascurando la propagazione nel materiale base. La trattazione è stata svolta da Crandall secondo la teoria stabilita da Lord Rayleigh, e consiste nel considerare le porosità di un corpo elastico come un'infinità numerabile di tubetti capillari normali alla fronte dell'onda elastica propagata — supposta piana — e uniformemente distribuiti nel corpo stesso, e nel trovare la legge che regola la propagazione in uno dei suddetti tubetti (*)

In tale trattazione, alquanto laboriosa e che qui non è il caso di riportare per esteso, i tubetti capillari sono suddivisi in due categorie: tubi larghi e tubi stretti, essendo discriminante fra le due categorie il modulo della quantità $k\delta/2$ in cui δ è il diametro del tubo e k è dato da $\sqrt{j\omega\rho_a/\mu_a}$, ove ω, ρ_a e μ_a sono la pulsazione, la massa specifica e la viscosità dell'aria. La categoria dei tubi stretti è definita dalla condizione $|k\delta/2| < 1$. In tal caso è

$$R = \frac{32\mu}{\delta^2} + \frac{4}{3} j\omega\rho$$

in cui $32\mu/\delta^2$, il noto coefficiente di Poiseuille, è il termine che dà la resistenza di attrito, $4/3\, j\omega\rho$ è il termine che rappresenta l'inerzia. Si

(*) LORD RAYLEIGH: The theory of sound - MacMillan, London, 1926, p. 328 e seguenti.

I. B. CRANDALL: Theory of vibrating systems and sound - Van Nostrand, New York, 1927, p. 229 e seguenti.

noti che l'effetto d'inerzia è aumentato di 1/3 rispetto a quello che si avrebbe per la propagazione in un mezzo infinito. La componente d'inerzia ha piccola importanza nel caso di propagazione in tubi stretti rispetto alla componente dissipativa

per $|k|\,\delta/2 = 1$ il termine $\frac{4}{3}\,j\omega\rho$ sarebbe circa 1/6 di $32\mu/\delta^2$.

Poichè le porosità dei corpi adoperati per l'isolamento meccanico rientrano tutte, per la gamma delle frequenze meccaniche, nella categoria assimilabile a tubi stretti, è inutile riportare la trattazione per i tubi larghi.

Quanto alla ammettenza meccanica ς si dimostra nelle trattazioni sopra citate che per una trasformazione adiabatica si ha

$$\varsigma = \frac{j\omega}{\rho c^2} \; .$$

È facile rendersi conto intuitivamente che la propagazione di onda elastica nell'aria contenuta in un mezzo poroso avviene adiabaticamente. Comunque, ciò risulta anche dal fatto noto che nella trasmissione di energia elastica nel mezzo considerato si passa da una trasformazione isotermica ad una trasformazione adiabatica, gradualmente, al crescere del rapporto $r/\omega\rho$, essendo r il coefficiente d'attrito (7). Ora si osserva che è

$$\frac{r}{\omega\rho} = \frac{32\mu}{\omega\rho}\,\frac{1}{\delta^2} = \frac{8}{\left(|k|\,\frac{\delta}{2}\right)^2}$$

che per la definizione stessa di tubi stretti deve essere un numero molto grande, tale appunto da giustificare l'ipotesi della trasformazione adiabatica.

In conclusione, per la propagazione dell'onda elastica nell'aria delle porosità le equazioni generali del movimento [2-1] diventano

$$\text{[2-4]} \qquad \frac{dp_a}{dx} = \left(\frac{32\mu_a}{\delta_a^2} + \frac{4}{3}\,j\omega\rho_a\right) u_a$$
$$\frac{du_a}{dx} = \frac{j\omega}{\rho_a c_a^2}\, p_a$$

dove i simboli hanno i soliti significati e il pedice a indica che le grandezze sono relative alla propagazione nell'aria. Ponendo

$$\frac{32\mu_a}{\delta_a^2} = r_a \qquad \frac{4}{3}\rho_a = m_a \qquad \frac{1}{\rho_a c_a^2} = \frac{1}{s_a} \; ,$$

(7) A. Gigli e G. Sacerdote, Il calcolo del potere fonoisolante delle pareti con il metodo del quadripolo - A. F., 1936, V, p. 22

le [2·4] diventano

$$[2 \cdot 4''] \qquad \frac{dp_a}{dx} = -(r_a + j\omega\varrho'_a)\, u_a \qquad \frac{du_a}{dx} = -\frac{j\omega}{s_a}\, p_a \,.$$

Le grandezze r_a, ϱ'_a, s_a rappresentano rispettivamente la resistenza d'attrito, l'inerzia, la rigidità — inverso della cedevolezza elastica — riferite all'unità di lunghezza, relative alla propagazione dell'onda ela-

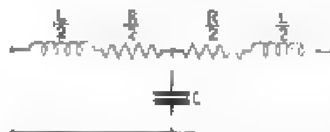


Fig. 1. — Quadripolo elettrico a T equivalente al mezzo di propagazione costituito da uno strato di materiale di spessore l, tanto se ci si riferisca alla propagazione dell'energia elastica isolatamente nell'aria delle porosità o nel materiale base, quanto se ci si riferisca alla propagazione nel corpo poroso considerato nel suo insieme.

Grandezze elettriche concentrate del quadripolo equivalente	Grandezze meccaniche equivalenti		
	per la propagazione nell'aria delle porosità	per la propagazione nel materiale base	per la propagazione nel corpo poroso considerato nel suo insieme
R	$r_a l = \frac{3 \cdot [illegible]}{h_a}\, l$	$r_m l = \frac{[illegible]}{[illegible]}\, l$	$r l = [r_m(1 - \pi_0) + r_a \pi_0]\, l$
L	$\frac{4}{3}\varrho_a l$ [illegible]	$\varrho_m l$	$\varrho l = [\varrho_m(1 - \pi_0) + \varrho_a \pi_0]\, l$
C	$\frac{l}{s_a} = \frac{1}{[illegible]}\, l$	$\frac{l}{s_m} = \frac{1}{\varrho_m c_m^2}\, l$	$\frac{l}{s} = \frac{1}{s_m(1 - \pi_0) + s_a \pi_0}\, l$

stica nell'aria della porosità. Resistenza d'attrito, inerzia — o massa specifica — e cedevolezza elastica riferite all'unità di lunghezza sono, come è noto, rispettivamente corrispondenti ad una resistenza ohmica, ad una induttanza e ad una capacità distribuite in una linea elettrica. Il quadripolo elettrico a T, equivalente ad uno strato di spessore l, rappresentato nella figura 1 è costituito da due impedenze in serie

$$\frac{Z_1}{2} = \frac{1}{2}\, r_a l + j\omega\, \frac{\varrho_a}{2}\, l$$

ognuna formata da una resistenza equivalente a $\frac{1}{2} r_0 l$ e da una induttanza equivalente a $s'_0 l/2$, in serie fra loro, e da una impedenza in parallelo:

$$Z_2 = \frac{j\omega}{s_0} l$$

costituita da una capacità equivalente a l/s_0.

Per quanto riguarda la trasmissione nel materiale base, i valori di R e di G si ricavano immediatamente osservando che le [2-1] rappresentano, la prima l'equazione delle forze, la seconda l'equazione di continuità, scritte per una striscia di materiale di spessore dx alla coordinata generica x.

Il gradiente di pressione fra le sezioni estreme dello strato di lunghezza elementare dx risulta dalla somma vettoriale di:

1°) un gradiente di pressione di carattere inerziale in quadratura con la pressione applicata, dato da $\omega\varrho_m \frac{dv_m}{a_m} u_m$ in cui dv_m rappresenta l'elemento di volume della striscia (cioè $dv_m = a_m dx$, essendo a_m la superficie della sezione normale alla direzione di vibrazione), ω, ϱ_m, u_m sono al solito la pulsazione, la massa specifica, la velocità istantanea di vibrazione;

2°) un gradiente di pressione di carattere dissipativo, che esprime la pressione perduta per effetto della viscosità, in fase con la pressione esterna, dato da $k\mu_m \frac{dx}{a_m} u_m$, in cui k è una costante numerica, μ_m la viscosità del mezzo [8] e gli altri simboli hanno i significati noti.

La prima delle [2-1] diventa pertanto

$$\frac{dp_m}{dx} = -\left(\frac{k\mu_m}{a_m} + j\omega\varrho_m\right) u_m = -(r_m + j\omega\varrho_m)\, u_m$$

in cui r_m rappresenta la resistenza di attrito riferita all'unità di lunghezza, relativa alla propagazione dell'onda elastica nel materiale base. Il termine che l'esprime risulta diviso per l'area della sezione normale alla direzione di propagazione soltanto perchè le equazioni generali sono state riferite alle pressioni invece che alle forze. Per la continuità deve essere nulla la somma vettoriale delle due grandezze in quadratura, cioè del gradiente di velocità du_m/dx e del termine $\omega p_m/s_m$, in cui s_m rappresenta la rigidità del materiale base, proporzionale all'inverso del modulo di elasticità E. E poichè anche per la propagazione dell'onda elastica in un corpo solido la velocità di propagazione è data da

[8] E. B. CRANDALL, [illegible]

$c = \sqrt{s/\varrho}$ l'equazione di continuità è, come per il caso della propagazione attraverso l'aria della porosità

$$\frac{du_m}{dx} = -\frac{j\omega}{\varrho_m c_m^2}\, p_m \, .$$

Concludendo, per la propagazione nel materiale base le equazioni del movimento [2-1] diventano:

$$[2\text{-}5] \qquad \begin{aligned} \frac{dp_m}{dx} &= -\,(r_m + j\omega\varrho_m)\, u_m = -\,\mathcal{Z}_m\, u_m \\ \frac{du_m}{dx} &= -\,\frac{j\omega}{s_m}\, p_m = -\,\mathcal{G}_m\, p_m \end{aligned}$$

in cui i simboli hanno i significati noti, e il pedice *m* indica che le grandezze sono relative alla propagazione nel materiale base.

Il quadripolo elettrico a T equivalente ad uno strato di spessore l è identico a quello trovato per la trasmissione nell'aria (fig. 1), essendo l'induttanza e la resistenza in serie equivalenti rispettivamente a $\frac{1}{2}\varrho_m l$ e a $\frac{1}{2} r_m l$, la capacità in parallelo equivalente a l/s_m.

Nei casi pratici di isolamento meccanico, il mezzo elastico isolante, essendo interposto fra la base della sorgente di vibrazioni e la sua fondazione, è limitato da due superfici piane e rigide, parallele alla fronte dell'onda elastica propagata, supposta piana. Ciò equivale ad imporre la condizione che le pressioni e la velocità ai limiti siano eguali per i due mezzi di propagazione. E poichè, per effetto della diversità fra le masse specifiche e le viscosità dei due mezzi, le due vibrazioni nella sezione a valle, differirebbero, se ivi mancasse il legame rigido suddetto in ampiezza e fase, si ha in ognuno dei due mezzi stessi un'onda riflessa, tale da produrre, sovrapponendosi all'onda diretta l'eguaglianza di pressioni e di velocità imposta dal legame suddetto.

Evidentemente, anche l'onda riflessa deve essere piana e sinoidale — se tale era l'onda diretta da cui è stata generata — perciò anche per essa si possono scrivere le equazioni generali del movimento [2-1'] e quindi sommarle con le analoghe relative all'onda diretta

$$[2\text{-}6] \qquad \begin{aligned} \frac{d\,(p_d + p_r)}{dx} &= -\,\mathcal{Z}\,(u_d + u_r) \\ \frac{d\,(u_d + u_r)}{dx} &= -\,\mathcal{G}\,(p_d + p_r) \end{aligned}$$

dove i simboli hanno i significati noti ed i pedici *d* ed *r* si riferiscono alle grandezze relative rispettivamente all'onda diretta e all'onda riflessa. Le [2-6] si possono scrivere, riferendole alle forze invece che alle

pressioni agenti, e ponendo $f_a - f_r$ pari ad f_m, oppure ad f_n, e $u_a + u_r$ pari ad u_m oppure a u_n, per il materiale base

$$(2\text{-}6')\qquad \frac{df_m}{dx} = - R_m\, a_m\, u_m \qquad \frac{du_m}{dx} = - \frac{\mathcal{G}_m}{a_m}\, f_m\,,$$

e per l'aria delle porosità

$$(2\text{-}6'')\qquad \frac{df_n}{dx} = - R_n\, a_n\, u \qquad \frac{du_n}{dx} = - \frac{\mathcal{G}_n}{a_n}\, f_n$$

essendo a_m ed a_n le superfici delle sezioni complessive occupate rispettivamente dal materiale base e dalle porosità, che si suppongono eguali per tutte le sezioni trasversali.

Poichè le equazioni del movimento devono essere integrate fra le sezioni terminali, la condizione posta ai limiti $u_m = u_n = u$ può ritenersi verificata per una sezione trasversale generica all'interno del corpo, anche se ivi essa non è rigorosamente esatta per la diversa dissipazione nei due mezzi e per il fatto che i cilindretti costituenti la porosità non sono paralleli alla direzione di propagazione dell'onda elastica.

Si ricordi altresì che deve essere la forza applicata f_i

$$f_i = f_n + f_m\,.$$

Sommando le (2-6') con le (2-6'') si hanno le equazioni del movimento per il corpo poroso considerato nel suo insieme, se si riferiscono alla pressione, ricordando che, poichè questa deve essere costante su tutta la superficie, è $p = (f_m + f_n)\, a$, essendo $a = a_m + a_n$ la superficie totale della sezione considerata, risulta

$$(2\text{-}7)\qquad \frac{dp}{dx} = - \left(R_m \frac{a_m}{a} + R_n \frac{a_n}{a}\right) u \qquad \frac{du}{dx} = - \frac{1}{\dfrac{a_m}{a\,\mathcal{G}_m} + \dfrac{a_n}{a\,\mathcal{G}_n}}\, p$$

Integrando le (2-7) fra 0 ed l si ottengono le equazioni del quadripolo equivalente ad uno strato del corpo poroso di lunghezza l:

$$(2\text{-}8)\qquad p_1 = p_2 \cosh \gamma l + u_2 Z_0 \,\mathrm{senh}\, \gamma l \qquad u_1 = p_2 \,\mathrm{senh}\, \frac{\gamma l}{Z_0} + u_2 \cosh \gamma l\,,$$

in cui con p_1, p_2, u_1, u_2 si indicano le pressioni e le velocità alle sezioni, rispettivamente a monte e a valle del corpo poroso; l'impedenza caratteristica Z_0 e la costante γl di propagazione valgono:

$$[2\text{-}9] \qquad Z_0 = \sqrt{Z_{0m}^2 (1-\pi_0)^2 \left(1 + \frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}_a}\,\pi_0\right) + Z_{0a}^2\,\pi_0 \left[1 + (1-\pi_0)\frac{\mathcal{G}_a}{\mathcal{G}_m}\right]}$$

$$\gamma l = \sqrt{\left(1 + \frac{\pi_0}{1-\pi_0}\,\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}_a}\right)(\ldots\,\mathcal{G}_m l)^2 + \left(1 + \frac{1-\pi_0}{\pi_0}\,\frac{\mathcal{G}_a}{\mathcal{G}_m}\right)(\ldots\,\mathcal{G}_a l)^2}$$

essendo

$$Z_{0m} = \sqrt{\frac{R_m}{\mathcal{G}_m}} \qquad Z_{0a} = \sqrt{\frac{R_a}{\mathcal{G}_a}}$$

le impedenze caratteristiche dei quadripoli equivalenti, rispettivamente, al materiale base e all'aria della porosità, e

$$\gamma_m l = l\sqrt{R_m\,\mathcal{G}_m} \qquad \gamma_a l = l\sqrt{R_a\,\mathcal{G}_a}$$

le costanti di propagazione relative alla propagazione, rispettivamente, nel materiale base e nelle porosità; π_0 è la porosità definita dal rapporto a_a/a fra la superficie occupata dalla porosità e la superficie totale, alla sezione considerata. Nell'ipotesi che i canaletti porosi siano paralleli all'asse del tramezzo elastico, la porosità si può evidentemente definire anche con il rapporto v_a/v fra il volume complessivo dei pori e il volume totale del tramezzo.

Dal confronto delle [2-7] con le [2-4'] e le [2-5'] risulta:

$$[2\text{-}10] \qquad \begin{aligned} -\frac{dp}{dx} &= \{r_m(1-\pi_0) + r_a\pi_0 + j\omega\,[\varrho_m(1-\pi_0) + \varrho'_a\pi_0]\}\,u \\ -\frac{du}{dx} &= \frac{j\omega}{(1-\pi_0)\,s_m + \pi_0 s_a}\,p \end{aligned}$$

Se ora si pone

$$\begin{aligned} r &= r_m(1-\pi_0) + r_a\pi_0 \\ \varrho &= \varrho_m(1-\pi_0) + \varrho'_a\pi_0 \\ s &= (1-\pi_0)\,s_m + \pi_0 s_a \end{aligned}$$

r, ϱ, s si possono definire l'attrito, l'inerzia, la rigidità equivalenti del corpo poroso, e rappresentano le costanti distribuite di un corpo elastico omogeneo ideale equivalente al corpo poroso dato.

Poiché

$$\varrho = \frac{\varrho_m v_m + \varrho_a v_a}{l} = \frac{Q_m + Q_a}{l} = \frac{Q}{l}$$

2

dove Q_m e Q_a sono le masse rispettivamente del materiale base e dell'aria e Q è la massa del corpo poroso, ϱ si può definire anche come la massa specifica apparente del corpo poroso e la velocità $c = \sqrt{s/\varrho}$ come la velocità apparente di propagazione dell'onda elastica nel corpo poroso.

Le impedenze in serie $Z_1/2$ e in parallelo Z_2 del quadripolo elettrico a T equivalente ad uno strato di lunghezza finita l del corpo omogeneo ideale suddetto valgono rispettivamente

$$[2\text{-}11] \qquad \frac{Z_1}{2} = \frac{rl}{2} + \frac{j\omega\varrho l}{2}, \qquad Z_2 = -\frac{js}{\omega l}$$

e il quadripolo elettrico a T equivalente è sempre quello della figura 1 in cui i singoli elementi equivalgono, per il loro collegamento in serie, alla somma degli elementi analoghi relativi alla propagazione nel materiale base e nell'aria, moltiplicati rispettivamente per $1 - \pi_0$ e per π_0. L'impedenza caratteristica e la costante di propagazione sono

$$[2\text{-}12] \qquad Z_0 = \sqrt{\varrho s - j\frac{rs}{\omega}}, \qquad \gamma l = l\sqrt{-\frac{\omega^2\varrho}{s} + \frac{j\omega r}{s}}$$

È noto come le costanti A, B, C che definiscono un quadripolo lineare passivo simmetrico secondo le equazioni

$$[2\text{-}13] \qquad \begin{aligned} p_1 &= A p_2 + B u_2 \\ u_1 &= C p_2 + A u_2 , \end{aligned}$$

possano essere messe sotto la forma:

$$[2\text{-}14] \qquad A = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2}, \qquad B = Z_1 + \frac{Z_1^2}{4Z_2}, \qquad C = \frac{1}{Z_2}$$

in cui $Z_1/2$ e Z_2 indicano rispettivamente l'impedenza in serie e l'impedenza in parallelo.

Introducendo nelle [2-14] per Z_1 e Z_2 i loro valori dati dalle [2-11] risulta

$$[2\text{-}15] \qquad \begin{aligned} A &= 1 - \frac{\omega^2\varrho l^2}{2s} + j\frac{\omega r l^2}{2s} \\ B &= rl\left(1 - \frac{\omega^2\varrho l^2}{2s}\right) + j\omega l\left(\varrho + \frac{r^2 l^2}{4s} - \frac{\omega^2\varrho^2 l^2}{4s}\right) \\ C &= \frac{j\omega l}{s} \end{aligned}$$

Agli scopi tecnici, cioè allo scopo di conoscere l'isolamento ottenibile mediante l'inserzione di un tramezzo elastico poroso fra una sorgente di forza vibromotrice e il mezzo di propagazione dell'onda elastica, non è evidentemente necessario conoscere separatamente il valore delle costanti relative ai due mezzi: basta conoscere il valore delle costanti equivalenti.

Perciò l'analisi delle costanti non viene compiuta nel presente lavoro, anche perchè essa richiederebbe mezzi di indagine molto affinati e laboriosi, ed esperimenti su materiali resi artificialmente porosi. Sperimentalmente, sembra che per corpi porosi costituiti dal medesimo materiale base, l'attrito cresca al crescere della porosità. D'altra parte, dato il rapporto tra la massa specifica dell'aria e quella del materiale base — sempre inferiore a 10^{-3} — si può affermare che la rigidità del materiale base ha un valore assai maggiore del corrispondente valore della rigidità dell'aria (anche nei casi in cui la velocità di propagazione dell'onda elastica nel materiale base è minore della velocità di propagazione dell'onda elastica nell'aria); si può quindi ritenere che le costanti del materiale base abbiano influenza preponderante sul valore della corrispondente costante equivalente.

L'attrito, la rigidità e la massa equivalenti non risultano costanti al variare della frequenza di vibrazione e della pressione esterna, ma devono ritenersi funzioni di esse, secondo leggi variabili alla loro volta col variare dei due parametri (infatti nelle equazioni della propagazione si dovrebbe tra l'altro tener conto della elasticità trasversale e della diversa importanza relativa della propagazione nei due distinti mezzi). Non si vede la possibilità nè l'opportunità di farne una trattazione teorica, tanto più che occorrerebbe ricorrere ad ipotesi semplificative tali da lasciare molti dubbi sulla validità delle conclusioni.

Il metodo sperimentale, descritto nel paragrafo seguente, ha pertanto lo scopo di determinare l'andamento delle grandezze caratteristiche in una data gamma di valori della pressione e della frequenza di vibrazione.

Si avverte fin d'ora che non si può con un metodo di ricerca unico coprire una gamma molto estesa dei valori dei parametri suddetti. Si è perciò deciso di risolvere il problema per gradi, cominciando appunto dalla gamma di frequenze e dalla gamma di pressioni che hanno maggior interesse nell'applicazione pratica.

3. - Apparato sperimentale.

Delle tre grandezze caratteristiche la massa specifica equivalente si determina direttamente per pesata. Essa si può ritenere costante con la pressione e con la frequenza, almeno nella gamma di pressioni e di frequenze in cui si è sperimentato. Per la determinazione dei coefficienti di attrito e della rigidità equivalenti, si è fatto uso dell'apparato rappresentato nelle figure 2, 3 e 4.

Una membrana elastica circolare costituita da una lastra di bronzo molto sottile, rigidamente incastrata agli orli in una cornice rigida, è

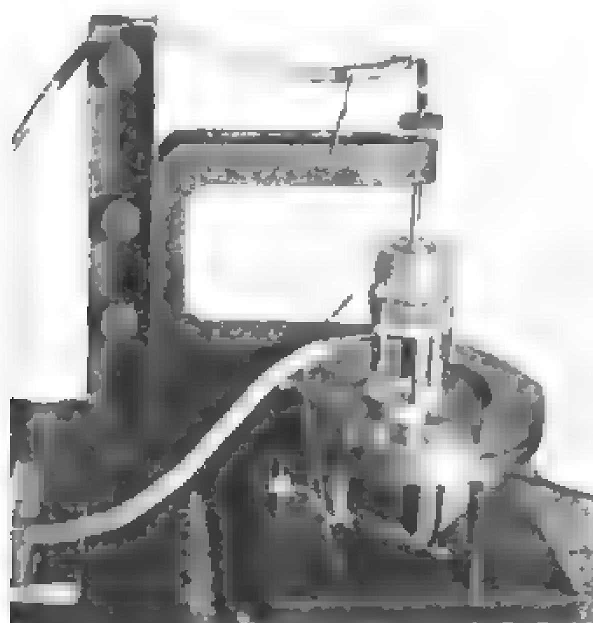


Fig. 2. — Apparato sperimentale

sollecitata a vibrare in corrispondenza del suo centro da un elettromagnete, del quale l'avvolgimento è solidale con la membrana elastica stessa mentre il nucleo è solidamente assicurato alla base che regge tutto il sistema meccanico, costituita da un piatto di ghisa molto pesante. Ai morsetti della bobina è applicata la tensione opportunamente amplificata di un oscillatore a battimenti del quale si controlla costantemente la frequenza di vibrazione a mezzo di un ponte a capacità. La membrana elastica sostiene, al suo centro, l'incastellatura costituente la massa m_1 di alluminio, sul cui piatto superiore viene situato il materiale elastico in esame. Naturalmente si è verificato il parallelismo delle superfici estreme

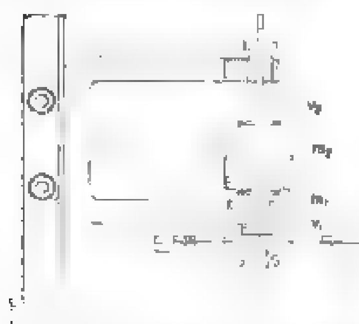


Fig. 3. — Schema meccanico dell'apparato sperimentale

del materiale in esame. Sopra il corpo elastico viene posta una massa m_2, costituita da un cilindro cavo di alluminio. Nella sua cavità si possono introdurre tre anelli concentrici di piombo allo scopo di variare la massa m_2. Il cilindro è chiuso superiormente con un coperchio avvitabile. Occorre aggiungere che si è provveduto ad incollare fortemente il materiale alle superfici di contatto, a lo scopo di evitare movimenti trasversali relativi, avendo cura di fare tale operazione senza occludere le porosità superficiali del materiale stesso.

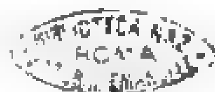
Affacciati alle superfici libere dell'incastellatura m_1 e della massa m_2 sono due dischi v_1 e v_2, di acciaio, sorretti da un braccio di ferro rigido, il quale è a sua volta assicurato ad una base molto pesante, ed isolato meccanicamente dalla base stessa che sostiene il complesso costituito dalla membrana elastica, dal materiale e dalla massa di chiusura. I due dischi v_1 e v_2 sono assicurati al braccio mediante due viti che permettono di allontanarli o avvicinarli alle superfici m_1 e m_2 a cui sono affacciati. Inoltre essi sono isolati da terra perchè le viti che li portano scorrono in due sedi di ebanite. Si è verificato che le superfici affacciate delle masse m_1, m_2 e dei dischi v_1, v_2 siano parallele fra loro.

Le due masse m_1 e m_2 sono collegate elettricamente a terra. Esse possono essere rese solidali fra loro mediante un sistema di tre viti che non sono rappresentate nello schema della figura 3 ma sono chiaramente visibili nella fotografia della figura 2. Per mezzo del sistema meccanico descritto la vibrazione della massa di entrata m_1 viene trasmessa alla massa di chiusura m_2 attraverso il mezzo costituito dal materiale in esame. Con tale sistema è perciò possibile misurando il rapporto fra i valori efficaci delle variazioni delle due capacità, determinare il rapporto fra le ampiezze delle vibrazioni a monte e a valle del materiale stesso, che, per vibrazioni sinoidali, è eguale al rapporto fra i valori efficaci delle rispettive velocità.

Infatti i due sistemi, formati ognuno da una massa e dal disco ad esso affacciato, costituiscono due capacità che, essendo eguali i diametri dei due dischi e quelli delle due masse, variano con la stessa legge in funzione della distanza fra il disco e la massa.

Per quanto si è detto basterà misurare due grandezze proporzionali al valore efficace delle due capacità suddette e farne il rapporto per avere il rapporto tra i valori efficaci della velocità a monte e a valle del materiale in esame.

La figura 4 dà lo schema dei collegamenti elettrici per la misura delle due ampiezze di vibrazione. Allo scopo di eseguire nella stessa maniera le due misure di capacità i due dischi sono collegati ad un unico capacimetro C, attraverso un commutatore che permette di effettuare il collegamento alternativamente per l'uno o per l'altro disco. Fra i morsetti di uscita del capacimetro e il voltmetro V sul quale si legge la tensione proporzionale alla capacità misurata, sono inseriti un amplificatore A, e un filtro passa-banda F, avente il compito di eliminare le distorsioni introdotte dall'amplificatore e soprattutto dal sistema mec-



carico di vibrazione. Tali distorsioni sono di entità non trascurabile, specialmente alla frequenza di risonanza, alla quale l'ampiezza della vibrazione a monte del materiale in prova deve essere tenuta molto bassa e sarebbe nettamente soverchiata dalla sua seconda armonica,

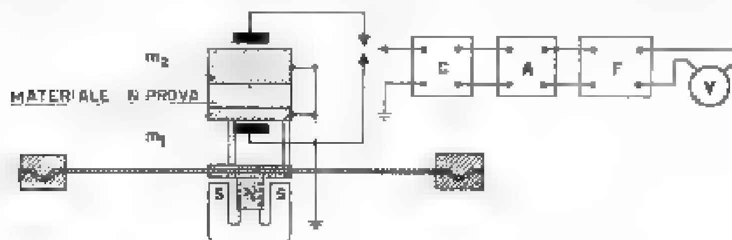


Fig. 4. — Schema elettrico dell'apparato di misura. *A*, amplificatore; *C*, capacimetro; *F*, filtro passa-banda; *V*, voltmetro.

tanto che, ove questa non venisse eliminata, si noterebbe addirittura, esaminando la vibrazione mediante un tubo a raggi catodici, un raddoppio apparente della frequenza di vibrazione a monte del materiale.

Prima di procedere a ciascuna misura, si è provveduto ad eseguire la taratura del sistema, verificando che il rapporto tra le velocità delle

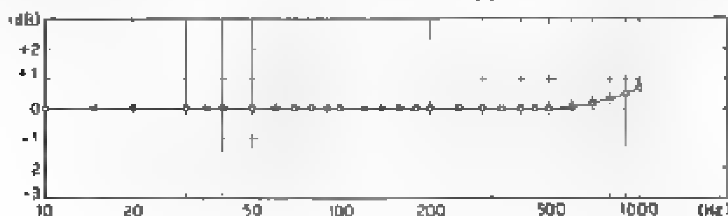


Fig. 5. — Curva di taratura dell'apparato sperimentale.

masse m_1 ed m_2 fosse costantemente eguale ad 1 per tutta la gamma di frequenza a cui si sperimentava, quando le due masse erano state rese solidali mediante il sistema di viti già indicato.

Le curve di taratura ottenute sono tutte simili a quella riportata nella figura 5. Si è anche verificato che tale curva di taratura rimaneva la stessa variando l'ampiezza della vibrazione di entrata nel rapporto da 1 a 10.

4. – Legge di variazione e calcolo delle grandezze caratteristiche equivalenti.

Col sistema descritto, che per la parte meccanica è simile nello schema di principio a quello adoperato da Willms (⁹), il quadripolo meccanico

(⁹) W. Willms u. L. Keidel: loc. cit. nota (⁴). Essi partono da l'equa

è chiuso su di una massa pura. Lo schema elettrico equivalente, rappresentato nella figura 6, è quello di un quadripolo chiuso su di una induttanza L_2.



Fig. 6. — Schema elettrico equivalente all'apparato sperimentale.

L'impedenza di uscita è $p_2 = j\omega m_2$ in cui per m_2 si deve intendere la massa di chiusura riferita alla superficie, e la seconda delle [2-13], tenuto conto delle [2-15] diventa

$$[4\text{-}1] \qquad \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{1 - \omega^2\left(m_2 + \frac{\rho l}{2}\right)\frac{l}{s} + j\,\frac{\omega r}{2s}\,l^2}$$

che, espressa in valori efficaci, per velocità di spostamento di entrata e di uscita aventi lo stesso coefficiente di forma (nel caso specifico, per vibrazioni di entrata e di uscita ambedue sinoidali) vale

$$[4\text{-}2] \qquad \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_0}\right)^2\right]^2 + (\alpha l)^2\left(\frac{\omega}{\Omega_0}\right)^2}$$

in cui si è posto

$$[4\text{-}3] \qquad \alpha = \frac{r}{s}\sqrt{\frac{\frac{l}{s}}{m_2 + \frac{\rho l}{2}}} \qquad \Omega_0 = \sqrt{\frac{1}{\frac{l}{s}\left(m_2 + \frac{\rho}{2}\,l\right)}}$$

Si noti che Ω_0 è la pulsazione di risonanza di un materiale che, presentando la stessa l/s del materiale in prova, fosse privo di perdite ($r = 0$)

zione delle forze scritta, per il caso particolare ora in esame, nella forma:

$$r(u_2 - u_1) + \frac{s}{j\omega}(u_2 - u_1) = j\omega\, m_2\, u_2$$

essendo s ed r la rigidità e l'attrito nel corpo elastico, supposte concentrate, ed m_2 la massa di chiusura. Ciò equivale a sostituire al sistema meccanico un equivalente sistema elettrico avente resistenza $R = r$ e capacità $C = 1/s$ in serie fra loro e in parallelo ad una induttanza $L = m_2$, e nel misurare il rapporto fra la corrente totale e la corrente nell'induttanza.

in tal caso $|u_2/u_1|$ in risonanza sarebbe infinita — mentre α si può definire il grado di attenuazione del materiale stesso.

Si sono misurati i valori di $|u_2/u_1|$ in funzione della frequenza per diversi materiali, e per ognuno di essi con quattro diverse masse di chiusura, di 217, 497, 652 e 834 g, alle quali corrispondono valori di m_2 rispettivamente pari a 5,64, 12,91, 16,94 e 21,67 g · cm^{-2}.

Con l'apparato di misura descritto non si può sperimentare con masse di chiusura maggiori di quelle adoperate, perchè si provocherebbero moti pendolari che altererebbero le misure, nè con masse di chiusura inferiori, perchè si eleverebbe di troppo la frequenza di risonanza.

Estendere lo studio del comportamento dei materiali elastici a gamme di valori della pressione statica inferiori e superiori a quella qui considerata avrebbe innegabilmente importanza ai fini della conoscenza fisica della propagazione dell'onda elastica nei materiali elastici stessi. L'estensione a pressioni statiche superiori sarebbe interessante anche ai fini tecnici, poichè, per quanto la gamma di pressioni statiche in cui si è sperimentato sia all'incirca quella di normale applicazione dei corpi antivibranti, si possono presentare casi pratici in cui il carico unitario sia superiore a 21,7 g · cm^{-2}.

Nei diagrammi delle figure 7, 8, 9, 10, 11 e 12 sono riportati i valori di $|u_2/u_1|$ per sei diversi materiali, in funzione del rapporto f/f_0 fra la frequenza generica f e la frequenza di risonanza f_0. Tale rappresentazione è stata adottata per semplicità dato che, per tutte le masse di chiusura adoperate, ad eguali valori di f/f_0 corrispondono eguali valori di $|u_2/u_1|$.

In particolare anche $|u_2/u_1|_{max}$ resta costante per un dato materiale, al variare della massa di chiusura.

Si è inoltre constatato, variando il valore efficace della velocità di entrata nel rapporto da 1 a 20, che il valore di $|u_2/u_1|_{max}$ non dipende dalla velocità di entrata. Ammesso che la pulsazione di risonanza ω_0, nei casi che si presentano nella realtà, sia ancora data in prima approssimazione dalla relazione

$$\omega_0^2 = \Omega_0^2 = \frac{1}{\left(m_2 + \frac{\rho l}{2}\right)\frac{l}{s}}$$

la costanza del valore di $|u_2/u_1|_{max}$ al variare della massa di chiusura non contraddice la [4.2] soltanto se si ammette che αl sia indipendente dalla massa di chiusura, oppure che sia costante il termine $\alpha l \cdot \omega/\Omega_0$ equivalente a $\frac{\omega_0\, \rho l^2}{2s}$.

Ora, se si confrontano le frequenze di risonanza ai vari carichi, determinate sperimentalmente (tab. I), si vede che la rigidità non muta, nella gamma di frequenza e di carichi in cui si è sperimentato, sia al variare della frequenza, sia al variare della pressione statica. Infatti, le piccole deviazioni dalla legge di proporzionalità espressa dalla seconda

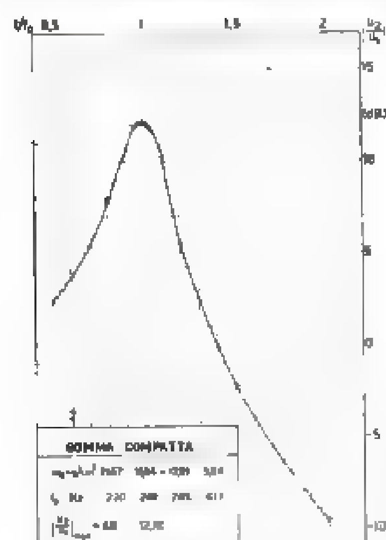


Fig. 7. — Curva sperimentale del rapporto $|u_2/u_1|$ in funzione di f/f_0 per la gomma compatta (spessore 1 cm).

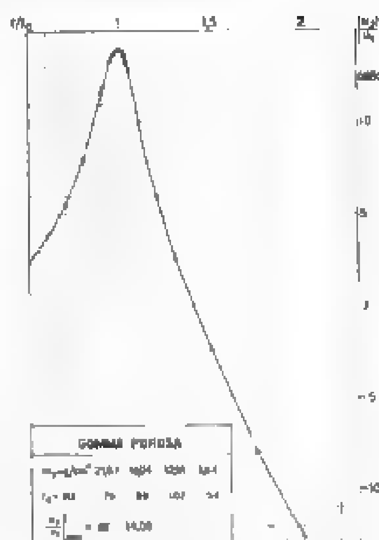


Fig. 8. — Curva sperimentale del rapporto $|u_2/u_1|$ in funzione di f/f_0 per la gomma porosa (spessore 1,5 cm).

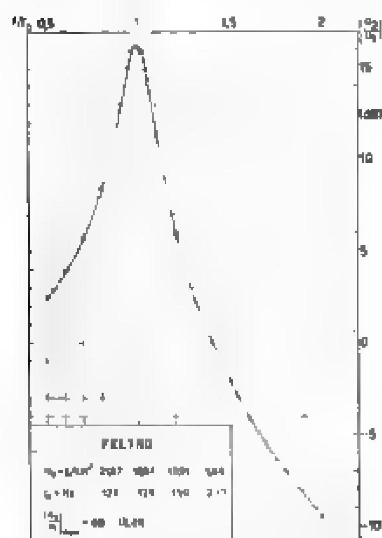


Fig. 9. — Curva sperimentale del rapporto $|u_2/u_1|$ in funzione di f/f_0 per il feltro (spessore 1 cm).

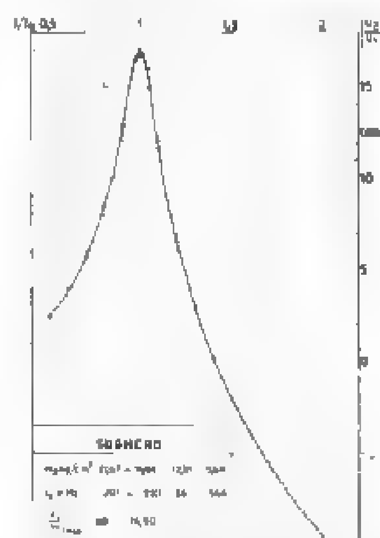


Fig. 10. — Curva sperimentale del rapporto $|u_2/u_1|$ in funzione di f/f_0 per il sughero (spessore 2 cm).

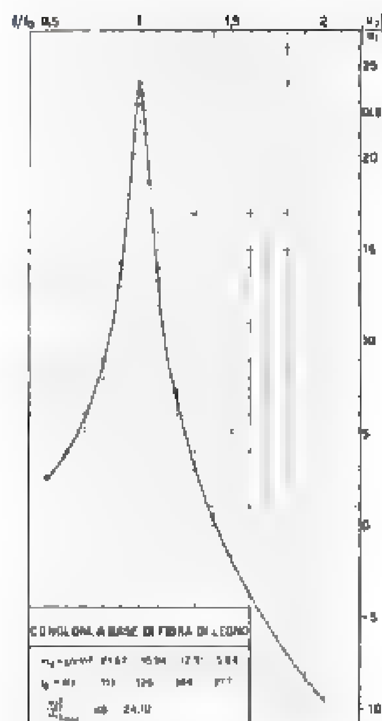


Fig. 11. - Curva sperimentale del rapporto $|u_2/u_1|$ in funzione di f/f_0 per il conglomerato a base di fibra di legno (spessore 1,2 cm).

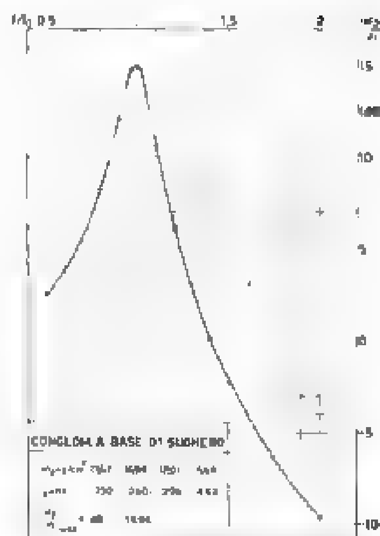


Fig. 12. - Curva sperimentale del rapporto $|u_2/u_1|$ in funzione di f/f_0 per il conglomerato a base di sughero (spessore 2 cm).

delle (43) si giustificano tenendo conto dell'attrito interno. Ne consegue che supporre costante $m_0 n^2$ (25) equivale a supporre che la resistenza varii con legge inversamente proporzionale alla frequenza. Per quanto l'ipotesi possa sembrare inconsueta, non avrebbe in sè nulla di concettualmente errato e del resto essa è suggerita anche da altri autori (10). Come pure non sarebbe concettualmente errato, legare, per definire

(10) Si veda ad esempio:

W. Willms u. L. Kerdel, loc. cit. nota (4).

H. Behme, loc. cit. nota (2).

K. Bennewitz u. H. Rötger: Ueber die innere Reibung fester Körper. Absorptionsfrequenzen von Metallen im akustischen Gebiet - Phys. Z., 1936, XXXVII, p. 578.

Gli autori hanno determinato sperimentalmente l'attrito interno di solidi, in particolare di metalli quali l'alluminio, il ferro, l'argento, il rame, trovando che l'attrito interno varia con la frequenza ed è massimo per una certa frequenza.

l'angolo di perdita del quadripolo meccanico la resistenza con la rigidità anche se tale corrispondenza, tradotta in termini elettrici, equivale a legare fra loro la capacità del ramo in parallelo e la resistenza che agisce con l'induttanza del ramo in serie. Si ricordi infatti che l'analogia meccanica elettrica è affatto formale e non si deve attribuire ad essa un significato fisico troppo ristretto. Nel caso in esame si tenga presente che in un quadripolo elettrico opera la capacità distribuita quale conduttore di corrente verso terra, mentre in un quadripolo meccanico opera la rigidità, che deve considerarsi come mezzo di propagazione longitudinale e che solo implicitamente, per il fatto di non essere infinita dà conto delle vibrazioni trasversali dovute all'elasticità trasversale

L'ipotesi fatta sembra invece da scartare perchè, se nella [4-2] fosse costante il termine $(\alpha l)^2 (\omega/\Omega_0)^2$, le curve dei rapporti tra le velocità in funzione della frequenza dovrebbero essere simmetriche rispetto alla frequenza di risonanza, ciò che non si verifica. E precisamente come si nota dall'esame dei diagrammi delle figure 7 ÷ 12, tali valori diminuiscono, oltre la frequenza di risonanza, più rapidamente di quanto crescano prima di raggiungere la risonanza stessa. Inoltre, secondo tale ipotesi, dovrebbe essere esattamente $\omega_0 = \Omega_0$, cioè la frequenza di risonanza per un dato materiale dovrebbe essere indipendente dalla viscosità ed eguale alla frequenza di risonanza teorica del materiale supposto privo di perdite. Unico effetto della viscosità sarebbe quello di abbassare il valore di $|u_2/u_1|$ in risonanza. Ma si osservi che Ω_0 è anche il valore della frequenza per cui le velocità di entrata e di uscita risultano in quadratura. Infatti detta φ la fase fra la velocità di entrata u_1 e la velocità di uscita u_2 del quadripolo meccanico, dalla [4-1], tenuto conto delle [4-3], si verifica immediatamente che è

$$\cot\varphi = \frac{1 - \frac{\omega}{\Omega_0}}{\frac{\omega}{\Omega_0}\,\alpha l}$$

tale valore si annulla per $\omega = \Omega_0$.

Ora si nota che le frequenze per cui le velocità di spostamento di entrata e di uscita risultano in quadratura, rilevate al tubo a raggi catodici con le note figure di Lissajous, non coincidono con le frequenze di risonanza ma ne sono alquanto maggiori (tab. 1)

Sembra perciò necessario ricorrere all'altra ipotesi, che α sia indipendente dalla massa di chiusura. Tale ipotesi, ricordando il valore di α dato dalla prima delle [4-3], equivale a supporre che la resistenza di attrito varii all'incirca proporzionalmente con la pressione statica sulla sezione trasversale del corpo elastico eseguita in mezzeria, cioè alla coordinata longitudinale $l/2$

Questa seconda ipotesi è pure concettualmente accettabile. Anzi sembra logico che la resistenza, opposta da un mezzo di propagazione

TABELLA I

Valori della frequenza di risonanza f_0 e valori della frequenza F_0 per cui u_2 e u_1 sono in quadratura

Materiale	l (cm)	m_2 (g · cm⁻²)	21,67	16,94	12,91	5,64
Gomma compatta	1,0	f_0 (Hz) F_0 (Hz)	220 224	248 252	285 290	417 424
Gomma porosa	1,5	f_0 (Hz) F_0 (Hz)	79 80	89 90	102 103	154 156
Feltro	1,0	f_0 (Hz) F_0 (Hz)	123 124	139 140	159 160	237 239
Sughero	2,0	f_0 (Hz) F_0 (Hz)	291 293	330 332	377 379	564 568
Conglomerato a base di fibra di legno	1,2	f_0 (Hz) F_0 (Hz)	111 111	126 126	144 144	217 218
Conglomerato a base di sughero	2,0	f_0 (Hz) F_0 (Hz)	230 232	260 262	296 298	443 447

ad uno stato di vibrazione interno, per effetto della sua viscosità, sta influenzata dalla pressione cui il mezzo stesso è sottoposto. Per il fatto poi che tale resistenza è indipendente dall'ampiezza di vibrazione — infatti si è visto che il rapporto fra le velocità in risonanza rimane invariato al variare della velocità di entrata — si direbbe che essa dipenda dalla pressione media e non dalla pressione efficace cui il corpo è sottoposto.

Il valore del rapporto ω_0/Ω_0 si ottiene subito eguagliando a zero la derivata di $|u_2/u_1|$ rispetto ad ω/Ω_0, scritta nel punto ω_0/Ω_0

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_0}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2}(\alpha l)^2 ; \qquad [4.4]$$

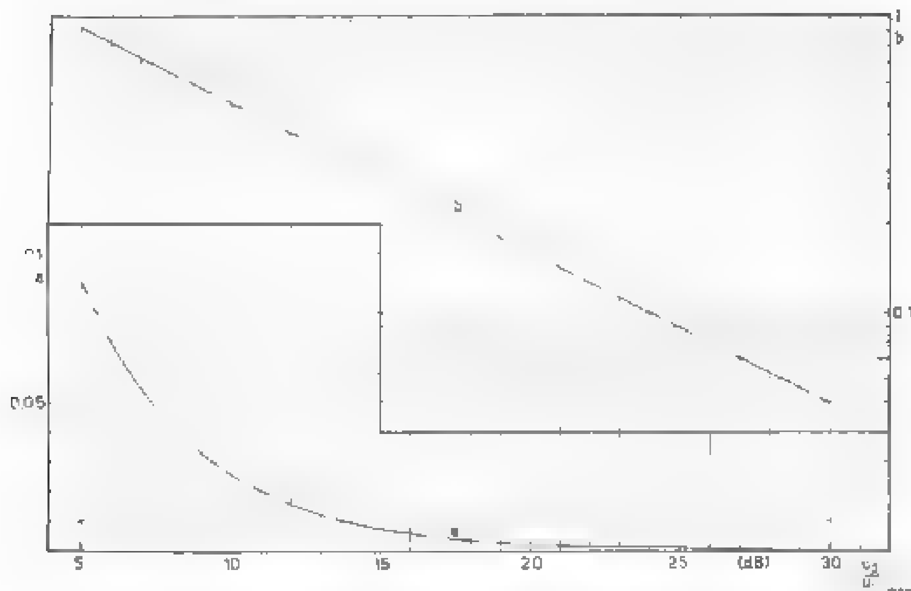


Fig. 13. Curva *a*, valori di $1 - \omega_0/\Omega_0$ in funzione di $|u_2/u_1|_{max}$, curva *b* valori di αl in funzione di $|u_2/u_1|_{max}$

cioè, l'attenuazione ha per effetto di diminuire il valore della frequenza di risonanza.

Tale diminuzione si può esprimere in funzione del rapporto $|u_2/u_1|_{max}$, sostituendo, nella [4-2] scritta per $\omega = \omega_0$, ad αl il suo valore dato dalla [4-4]

[4-5] $$\frac{\omega_0}{\Omega_0} = \sqrt[4]{1 - \frac{1}{\left|\frac{u_2}{u_1}\right|^2_{max}}}$$

Nel diagramma *a* della figura 13 sono riportati i valori di $1 - \omega_0/\Omega_0$, in funzione di $|u_2/u_1|_{max}$, fra 5 e 30 dB. Si vede che la quantità $1 - \omega_0/\Omega_0$, pur tendendo a zero per $|u_2/u_1|_{max}$ che tende ad infinito, assume presto valori molto piccoli, e per $|u_2/u_1|_{max} = 24$ dB è già pari a 10^{-3}, cioè praticamente trascurabile

Se nella [4-2] scritta per $\omega = \omega_0$ si sostituisce ad ω_0/Ω_0 il suo valore dato dalla [4-4] si ottiene il valore di αl in funzione di $|u_2/u_1|_{max}$

[4-6] $$\left|\frac{u_2}{u_1}\right|^2_{max} = \frac{1}{(\alpha l)^2 \left(1 - \frac{1}{4}(\alpha l)^2\right)}.$$

Le due radici dell'equazione di secondo grado in $(\alpha l)^2$ sono date da:

$$[4\text{-}6'] \qquad (\alpha l)^2 = 2\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{\left|\frac{u_2}{u_1}\right|^2_{max}}}\right)$$

da cui, essendo $|u_2/u_1|_{max} \gg 1$ si deduce:

$$[4\text{-}6''] \qquad \alpha l = \sqrt{2\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\left|\frac{u_2}{u_1}\right|^2_{max}}}\right)} \cong \frac{1}{\sqrt{\left|\frac{u_2}{u_1}\right|_{max}}}$$

Poichè si sa che deve essere:

$$\lim_{|u_2/u_1|_{max} \to \infty} \alpha l = 0$$

si deve scartare la radice di $(\alpha l)^2$ in cui il radicale compare con il segno positivo.

Nel diagramma *b* della figura 13 sono riportati i valori di αl in funzione di $|u_2/u_1|_{max}$ fra 5 e 30 dB.

Nella tabella II sono riportati i valori dell'attenuazione — riferita all'unità di lunghezza — per i materiali in esame, calcolati dai dati spe-

TABELLA II

Valori di α e di Ω_0/ω_0 calcolati dai valori di $|u_2/u_1|_{max}$.

Materiale	l (cm)	$\left\|\frac{u_2}{u_1}\right\|_{max}$ (dB)	$\frac{\Omega_0}{\omega_0}$	αl (g·cm^{-2}·s^{-2})	α (g·cm^{-3}·s^{-2})
Gomma compatta	1,0	12,10	1,016	0,250	0,250
Gomma porosa	1,5	14,00	1,011	0,200	0,134
Feltro	1,0	16,26	1,006	0,154	0,154
Sughero	2,0	16,90	1,005	0,143	0,072
Conglomerato a base di fibra di legno	1,2	24,10	1,001	0,062	0,052
Conglomerato a base di sughero	2,0	14,96	1,008	0,179	0,090

TABELLA III

Valori della rigidità s e della velocità apparente di propagazione c calcolati dai dati sperimentali

Materiale	ϱ	l	m_s	$m_s+\frac{\varrho}{2}l$	f_0	ω_0	$\frac{\Omega_0}{\omega_0}$	Ω_0	$\frac{l}{s}\cdot 10^9$	$\frac{l}{s}\cdot 10^9$ (valori medi)	$\frac{1}{s}\cdot 10^9$	c
	$(g\cdot cm^{-3})$	(cm)	$(g\cdot cm^{-2})$		(Hz)	$(2\pi Hz)$		$(2\pi Hz)$	$(g^{-1}\cdot cm\cdot s^{-2}\cdot 10^9)$		$(g^{-1}\cdot s^{-2}\cdot 10^9)$	$(m\cdot s^{-1})$
Gomma compatta	1,12	1,0	21,67	22,83	220	1482	1,016	1404	22,81	22,8	22,8	61,4
			16,94	18,06	248	1558		1583	22,80			
			12,91	14,03	285	1791		1820	22,79			
			5,64	6,7[illegible]	417	[illegible]		2002	22,77			
Gomma porosa	0,087	1,5	21,67	21,67	79	496	1,011	501	183,0	183,5	115,7	[illegible]
			16,94	16,98	89	559		564	184,3			
			12,91	12,95	102	641		647	183,8			
			5,64	5,68	154	968		979	182,8			
Feltro	0,60	1,0	21,67	21,97	123	773	1,006	777	75,29	75,1	75,1	45
			16,94	17,24	139	873		878	75,13			
			12,91	13,21	159	999		1005	74,97			
			5,64	5,94	237	1489		1498	75,06			
Sughero	0,165	2,0	21,67	21,75	291	1828	1,005	1838	13,50	13,52	6,76	301
			16,94	17,02	330	2074		2084	13,40			
			12,91	12,99	377	2369		2382	13,49			
			5,64	5,72	564	3544		3562	13,50			
Conglomerato a base di fibra di legno	0,17	1,2	21,67	21,76	111	697	1,001	698	94,74	93,9	78,1	80,5
			16,94	17,03	126	792		792	94,43			
			12,91	13,00	144	905		906	93,55			
			5,64	5,73	217	1364		1365	93,49			
Conglomerato a base di sughero	0,26	2,0	21,67	21,80	230	1445	1,008	1456	21,48	21,52	10,76	180
			16,94	17,07	260	1634		1647	21,47			
			12,91	13,04	296	1860		1875	21,58			
			5,64	6,77	443	2784		2872	21,53			

rimentali, e nella tabella III i valori della velocità di propagazione apparente e della rigidità sempre calcolati dai dati sperimentali.

Dal confronto di tali valori della velocità di propagazione, tra di loro e con quelli ottenuti da altri sperimentatori, sembra che la velocità apparente di propagazione sia proporzionale alla massa specifica apparente, finchè la porosità — cioè il rapporto fra il volume occupato dai pori ed il volume complessivo del materiale — si mantiene basso. Infatti si è riscontrata una sola eccezione: la gomma spugnosa.

La proprietà suddetta, se confermata, avrebbe una notevole importanza per la conoscenza fisica della trasmissione di un'onda elastica nei corpi porosi, poichè da essa si avrebbe la conferma dell'ipotesi, già avanzata, che la trasmissione dell'onda elastica, fino ad un determinato valore della porosità, avvenga principalmente nel materiale base. Dal punto di vista tecnico, tale eventuale proprietà non ha invece evidentemente un grande interesse pratico.

Inoltre, ricerche approfondite e conclusive a questo proposito richiederebbero un gran numero di misure, interpretabili statisticamente, e soprattutto apparati sperimentali perfezionati, tali da permettere di applicare le equazioni esatte della propagazione [2-16] e soprattutto di sperimentare su materiali aventi sicuramente la stessa struttura chimica e fisica e porosità determinabili con assoluta certezza ed analogamente costituite, cioè su materiali artificiali. Per queste ragioni si è ritenuto opportuno di riportare l'osservazione allo stato di supposizione, rimandandone ad altro tempo lo studio sperimentale.

5. – Calcolo dell'isolamento meccanico.

Dal quadripolo elettrico equivalente, appare subito che un materiale elastico poroso costituisce un filtro meccanico passa-basso.

La parte reale β e il coefficiente α della parte immaginaria della costante di propagazione $\gamma l = \beta + j\alpha$ valgono, con le notazioni solite

(5,1)
$$\beta = l\sqrt{\frac{\omega^2\varrho}{2s}\left(-1+\sqrt{1+\frac{r^2}{\omega^2\varrho^2}}\right)}$$
$$\alpha = l\sqrt{\frac{\omega^2\varrho}{2s}\left(1+\sqrt{1+\frac{r^2}{\omega^2\varrho^2}}\right)}.$$

Se si esclude il caso, puramente ideale e privo di interesse pratico, di un materiale a viscosità nulla, la componente reale della costante di propagazione non può mai essere nulla, tranne che per $\omega = 0$. Per estendere ai materiali elastici la trattazione teorica dei filtri elettrici, occorrerebbe perciò far riferimento ai filtri passa-basso con perdite dovute a resistenze ohmiche in serie con le induttanze. Ciò avrebbe per altro scarso interesse pratico.

Piuttosto, si possono ora calcolare i valori dell'isolamento ottenibile mediante l'inserimento di un tramezzo isolante tra una sorgente vibromotrice ed il mezzo di propagazione, in funzione dei parametri caratteristici del tramezzo stesso, dell'impedenza interna della sorgente e dell'impedenza di entrata del mezzo, cioè della sua impedenza vista dall'esterno, secondo la direzione di propagazione. Evidentemente, il problema è del tutto analogo a quello dell'inserzione di un quadripolo elettrico tra una f. e. m. alternativa ed una impedenza di utilizzazione,

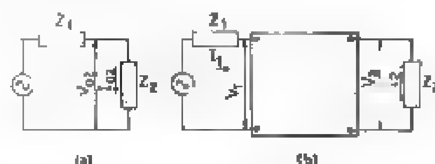


Fig. 14. — Schema elettrico equivalente: a) ad una sorgente di forza vibromotrice che agisca direttamente sul mezzo di propagazione; b) ad una sorgente di forza vibromotrice che agisca sul mezzo di propagazione attraverso un quadripolo meccanico.

ed è rappresentato, in maniera del tutto generale, dagli schemi della figura 14. Naturalmente l'impedenza Z_1 a monte del quadripolo è l'impedenza interna della sorgente vibromotrice, in genere costituita dalla sua massa, e l'impedenza Z_2 di chiusura del quadripolo equivale all'impedenza di entrata del mezzo di propagazione.

Si osservi anzitutto che è $I_p = I_u$, cioè l'isolamento inteso come livello fra le energie potenziali ha lo stesso valore dell'isolamento inteso come rapporto fra le energie cinetiche. Infatti, la relazione fra velocità e pressione in una sezione generica del mezzo di propagazione dipende soltanto dalla condizione a valle, cioè dall'impedenza di chiusura Z_2. Pertanto, se si indicano con p_{02}, u_{02}, p_2, u_2 le pressioni e le velocità immediatamente a monte del mezzo di propagazione, rispettivamente nel caso di trasmissione diretta e nel caso di trasmissione attraverso un mezzo isolante, è:

$$I_p = \left| \frac{p_2}{p_{02}} \right|^2 = \frac{|Z_2|^2 \, |u_2|^2}{|Z_2|^2 \, |u_{02}|^2} = I_u$$

Ne consegue che anche l'isolamento, definito come rapporto fra le intensità di vibrazione, ha lo stesso valore dell'isolamento definito come rapporto tra le energie potenziali e dell'isolamento definito come rapporto fra le energie cinetiche. Infatti, si ha subito per la [1-5]

$$I_J = \sqrt{I_u I_p} = I_u = I_p \, .$$

E, per onde piane e sinoidali, propagantisi in un mezzo omogeneo, anche l'isolamento definito quale rapporto fra le densità medie di energia

ha lo stesso valore dell'isolamento secondo le altre definizioni. Ciò si verifica facilmente mediante la [1-3'].

Concludendo, nell'ipotesi di un'onda piana e sinoidale propagantesi in un mezzo omogeneo, è

$$[5\text{-}2] \qquad I_p = I_u = I_E = I_J = I$$

cioè le quattro definizioni dell'isolamento si equivalgono.

Il valore dell'isolamento si determina, con ragionamento analogo a quello seguito in elettrotecnica, osservando che, con le notazioni della figura 14

$$[5\text{-}3] \qquad p_v = p_1 + u_1 Z_1 \qquad p_2 = u_2 Z_2$$

dove è p_v la pressione a vuoto, cioè la pressione che la sorgente vibromotrice eserciterebbe a valle di essa, qualora fosse bloccata, equivalente alla tensione a vuoto di un generatore di f. e. m. alternativa. Infatti, nel sistema di analogia fra fenomeni elettrici alternativi e fenomeni meccanici di carattere ondulatorio che fa corrispondere la tensione elettrica alla pressione (o alla forza) meccanica e la corrente elettrica alla velocità istantanea, la condizione meccanica che sia nulla la velocità equivale alla condizione elettrica che sia nulla la corrente. Dalla prima delle [5-3] che, per le [2-8] si può scrivere nella forma:

$$[5\text{-}4] \qquad p_v = p_2 \cosh \gamma l + u_2 Z_0 \operatorname{senh} \gamma l + Z_1 \left(p_2 \frac{\operatorname{senh} \gamma l}{Z_0} + u_2 \cosh \gamma l \right)$$

risulta, sostituendo ad u_2 il valore dato dalla seconda delle [5-3] ed esprimendo le funzioni trigonometriche iperboliche in forma esponenziale:

$$[5\text{-}5] \qquad p_v = \frac{p_2}{2}\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_0}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_0}\right) e^{\gamma l} + \frac{p_2}{2}\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} - \left(\frac{Z_0}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_0}\right)\right) e^{-\gamma l} =$$

$$= \frac{p_2}{2Z_0Z_2}\, e^{\gamma l}\left[(Z_0+Z_1)(Z_0+Z_2) + (Z_0-Z_1)(Z_0-Z_2)\, e^{-2\gamma l}\right] =$$

$$= p_2 \frac{Z_1+Z_2}{Z_2}\, e^{\gamma l}\, \frac{\sqrt{4Z_1Z_2}}{Z_1+Z_2}\, \frac{Z_0+Z_1}{\sqrt{4Z_0Z_1}}\, \frac{Z_0+Z_2}{\sqrt{4Z_0Z_2}} \cdot \left(1 + \frac{Z_0-Z_1}{Z_0+Z_1}\, \frac{Z_0-Z_2}{Z_0+Z_2}\, e^{-2\gamma l}\right)$$

Se si osserva che quando la sorgente vibromotrice agisce direttamente sul mezzo di propagazione è,

$$(p_2)_0 = p_v \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \qquad (u_2)_0 = p_v \frac{1}{Z_1 + Z_2}$$

si ha dalla [5-5] il valore dell'isolamento.

$$[5\text{-}6] \quad I = e^{\beta} \left|\frac{\sqrt{4Z_1Z_2}}{Z_1 + Z_2}\right| \cdot \left|\frac{Z_0 + Z_1}{\sqrt{4Z_0Z_1}}\right| \cdot \left|\frac{Z_0 + Z_2}{\sqrt{4Z_0Z_2}}\right| \cdot \left|1 - \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1} \cdot \frac{Z_0 - Z_2}{Z_0 + Z_2} \cdot e^{-2\gamma l}\right|$$

$$[5\text{-}6'] \quad I = 8{,}686 \cdot \beta + 20\left(\log\left|\frac{\sqrt{4Z_1Z_2}}{Z_1 + Z_2}\right| + \log\left|\frac{Z_0 + Z_1}{\sqrt{4Z_0Z_1}}\right| + \log\left|\frac{Z_0 + Z_2}{\sqrt{4Z_0Z_2}}\right| + \log\left|1 - \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1} \cdot \frac{Z_0 - Z_2}{Z_0 - Z_2} \cdot e^{-2\gamma l}\right|\right) \text{dB}$$

Il fattore e^{β}, che è l'inverso del fattore di propagazione, esprime l'energia dissipata nella propagazione attraverso il tramezzo. Gli altri tre fattori sono quelli di riflessione dovuti, il primo alla diversità tra l'impedenza di entrata e l'impedenza di uscita del quadripolo, il secondo ed il terzo alla diversità tra l'impedenza caratteristica del quadripolo e, rispettivamente l'impedenza di entrata e di uscita del quadripolo stesso. L'ultimo è il fattore di interazione, dovuto alla diversità tra l'impedenza caratteristica del quadripolo e le due impedenze di entrata e di uscita Per il quadripolo chiuso su impedenze eguali alla propria impedenza caratteristica sarebbe

$$[5\text{-}7] \qquad I = e^{\beta}$$

Per quanto la condizione di chiusura del quadripolo meccanico sulle proprie impedenze immagini non sia praticamente attuabile, e si abbia d'altra parte interesse ad allontanarsene quanto più è possibile per lo scopo stesso per cui si usano i materiali isolanti (che è quello di peggiorare la propagazione dell'onda elastica) la [5-7] ha un certo interesse, non solo teorico poichè, per una nota proprietà dei quadripoli, dà il valore del minimo isolamento ottenibile con l'inserzione di un dato quadripolo meccanico in un qualunque sistema sede di vibrazioni meccaniche. E poichè, come si rileva dalle [5-1], β cresce con legge all'incirca proporzionale alla radice quadrata della frequenza per frequenze sufficientemente alte il valore dell'esponenziale e^{β} sarà così grande da rendere trascurabile l'influenza degli altri fattori, in quanto l'isolamento ottenibile sarà grande qualunque siano le condizioni di chiusura del tramezzo

Nella figura 15 sono riportati i valori di $e^{-\beta}$ in funzione della frequenza, sotto forma di diagramma polare, dal quale si nota che l'energia trasmessa dalla sorgente vibromotrice che si vuole isolare, per effetto dell'inserzione del tramezzo isolante, è ridotta, per $\beta = \pi/2$, a 2/10 circa, e per $\beta = \pi$, a 4/100 circa dell'energia che si trasmetterebbe qualora la sorgente agisse direttamente sul mezzo di propagazione. Secondo l'isolamento che si vuole ottenere esiste pertanto, per ogni tramezzo isolante, una frequenza critica, al di là della quale il valore del-

l'isolamento desiderato è senz'altro raggiunto per dissipazione nel tramezzo. Si noti però che tale frequenza critica è in genere assai alta rispetto alle frequenze meccaniche, e che nella maggioranza dei casi

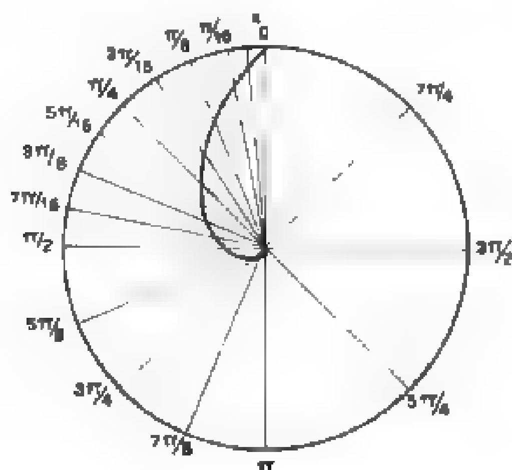


Fig 15. — Diagramma polare in funzione di β del minimo isolamento ε_β che si può ottenere con l'inserzione di un quadripolo meccanico fra la sorgente di forza vibromotrice ed il mezzo di propagazione

occorre perciò, per raggiungere alti valori di isolamento, tener conto dei fenomeni di riflessione e di interazione, legati alla diversità tra l'impedenza caratteristica del quadripolo meccanico e le due impedenze di chiusura del quadripolo stesso

Per rappresentare la componente reale ed immaginaria dell'impedenza caratteristica e della costante di propagazione dei materiali elastici, conviene scrivere le [2-12] tenendo conto dell'espressione di r data dalla prima delle [4 3]

[5-8]
$$Z_0 = \left(s\varrho + \frac{j2as}{\omega\varrho}\right)\frac{qs}{l}$$
$$\gamma l = l\sqrt{\left(\frac{\omega^2\varrho}{s} - j2\omega a\right)\frac{q}{sl}}$$

in cui si è posto $q = m_2 + \varrho l/2$, cioè q rappresenta il carico riferito all'unità di superficie che grava sulla sezione trasversale del corpo elastico eseguita in mezzeria, e separando la parte reale dall'immaginaria

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\rho s}{2}}\left(\sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 s}{\omega^2\rho^4}\cdot\frac{q}{l}}} + j\sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 s}{\omega^2\rho^4}\cdot\frac{q}{l}}}\right)$$

[5.9]

$$\gamma l = \omega\sqrt{\frac{\rho}{2s}}\left(\sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 s}{\omega^2}\cdot\frac{q}{l}}} + j\sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 s}{\omega^2}\cdot\frac{q}{l}}}\right).$$

La parte reale e il coefficiente della parte immaginaria dell'impedenza caratteristica e della costante di propagazione in funzione della frequenza sono pertanto date da famiglie di curve riferite al rapporto q/l.

Nei diagrammi delle figure 16, 17, 18, 19, 20 e 21 sono rappresentate le parti reali (diagrammi a tratto continuo) e i coefficienti delle parti immaginarie (diagrammi a tratto punteggiato) dell'impedenza caratteristica, e nei diagrammi delle figure 22, 23, 24, 25, 26 e 27 le parti reali e i coefficienti delle parti immaginarie (rispettivamente diagrammi a tratto continuo e diagrammi a tratto punteggiato) della costante di propagazione, riferita all'unità di lunghezza, per i sei materiali di cui si sono date le grandezze caratteristiche.

Le curve sono state estese tra 10 e 1000 Hz, e per valori del rapporto q/l compresi fra 0,25 e 25 g·cm⁻². I limiti di gamma derivano dall'aver

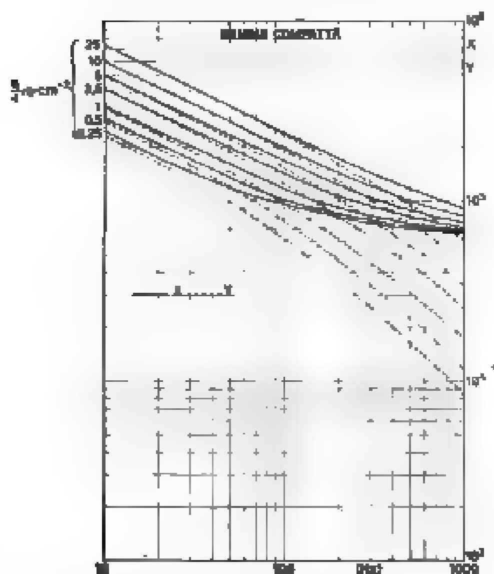


Fig. 16 — Diagrammi, per la gomma compatta, delle parti reali X (linee continue) e dei coefficienti Y delle parti immaginarie (linee a tratti) della impedenza caratteristica Z_0, in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l.

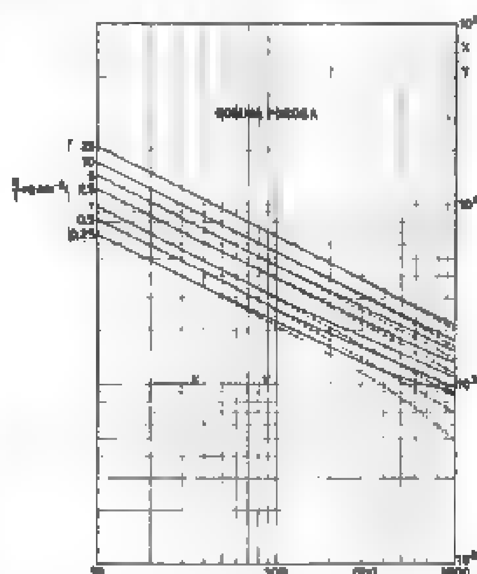


Fig. 17 — Diagrammi, per la gomma porosa, delle parti reali X (linee continue) e dei coefficienti Y delle parti immaginarie (linee a tratti) della impedenza caratteristica Z_0 in funzione della frequenza per diversi valori di q/l.

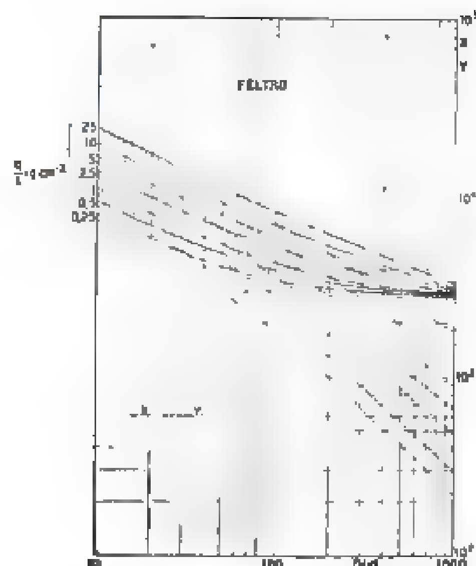


Fig. 18. — Diagramma, per il feltro, delle parti reali X (linee continue) e dei coefficienti Y delle parti immaginarie (linee a tratti) della impedenza caratteristica Z_0 in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

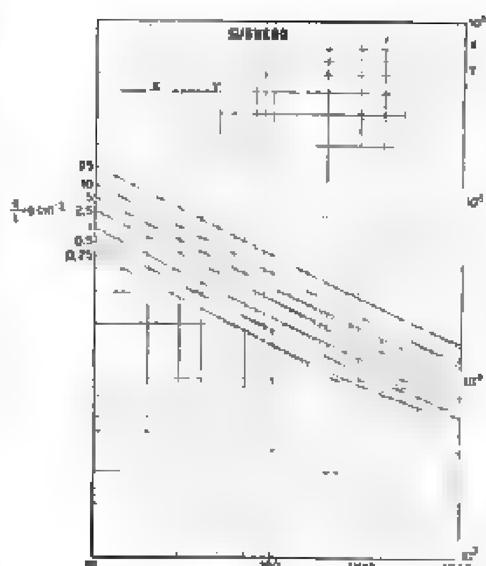


Fig. 19. — Diagramma per il sughero, delle parti reali X (linee continue) e dei coefficienti Y delle parti immaginarie (linee a tratti) della impedenza caratteristica Z_0 in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

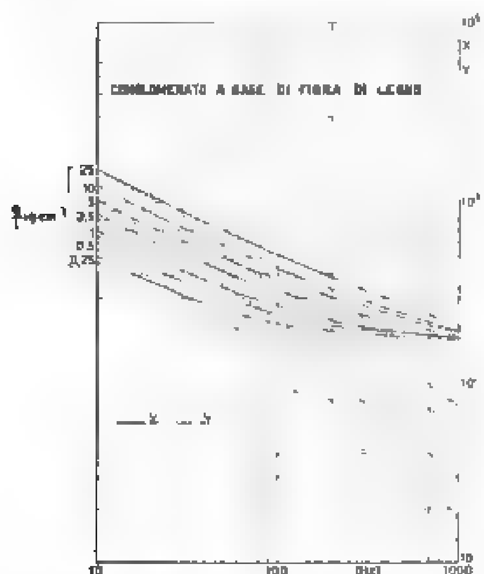


Fig. 20. — Diagramma per il conglomerato a base di fibra di legno, delle parti reali X (linee continue) e dei coefficienti Y delle parti immaginarie (linee a tratti) della impedenza caratteristica Z_0 in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

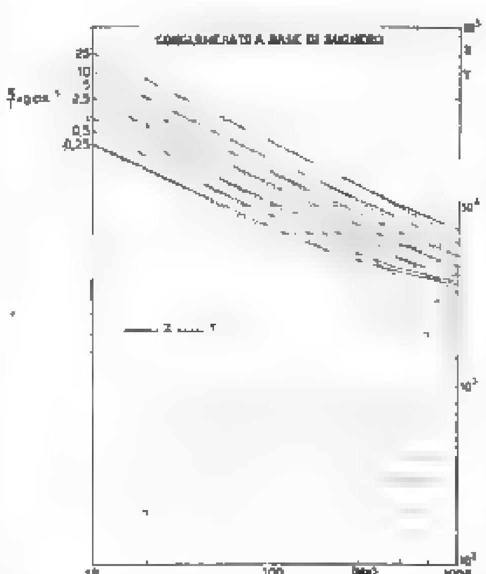


Fig. 21. — Diagramma per il conglomerato a base di sughero, delle parti reali X (linee continue) e dei coefficienti Y delle parti immaginarie (linee a tratti) della impedenza caratteristica Z_0 in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

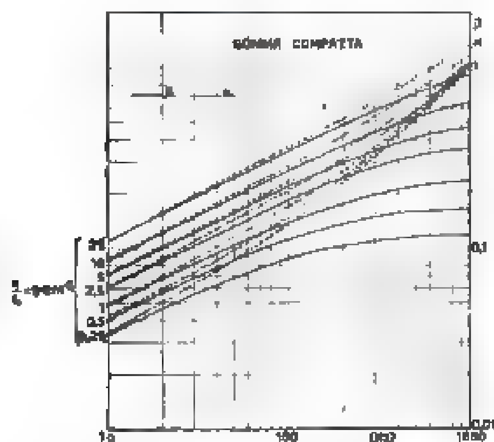


Fig. 22. — Diagrammi, per la gomma compatta, delle parti reali β (linee continue) e dei coefficienti α delle parti immaginarie (linee a tratti) della costante di propagazione γ, in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

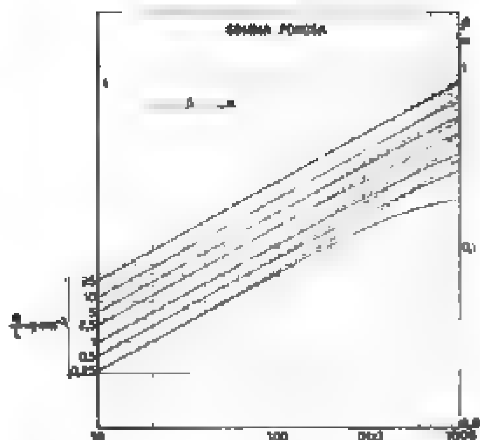


Fig. 23. — Diagrammi, per la gomma porosa, delle parti reali β (linee continue) e dei coefficienti α delle parti immaginarie (linee a tratti) della costante di propagazione γ, in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

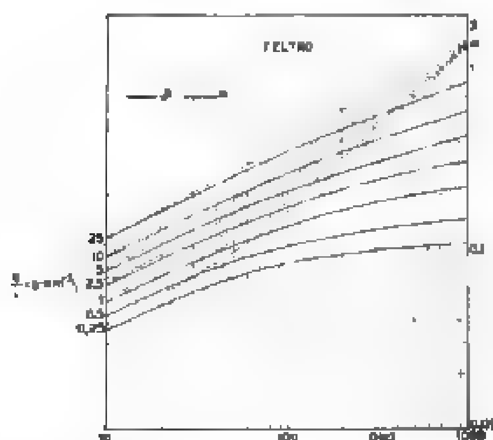


Fig. 24. — Diagrammi, per il feltro, delle parti reali β (linee continue) e dei coefficienti α delle parti immaginarie (linee a tratti) della costante di propagazione γ in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

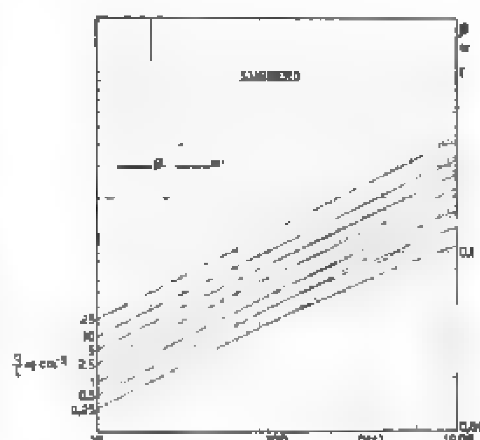


Fig. 25. — Diagrammi, per il sughero delle parti reali β (linee continue) e dei coefficienti α delle parti immaginarie (linee a tratti) della costante di propagazione γ, in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l

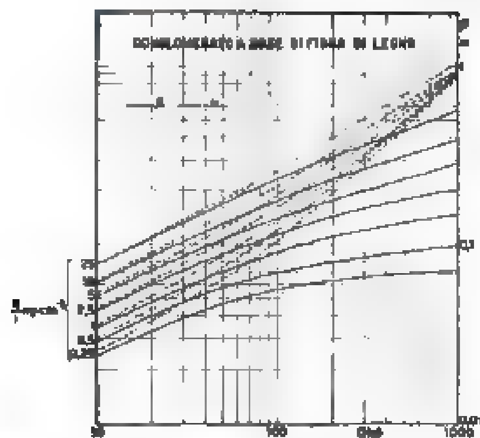


Fig. 26. — Diagrammi per il conglomerato a base di fibra di legno, delle parti reali β (linee continue) e dei coefficienti α delle parti immaginarie (linee a tratti) della costante di propagazione γ, in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l.

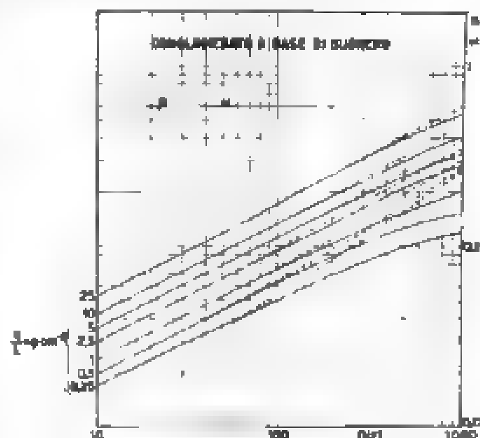


Fig. 27. — Diagrammi, per il conglomerato a base di sughero, delle parti reali β (linee continue) e dei coefficienti α delle parti immaginarie (linee a tratti) della costante di propagazione γ in funzione della frequenza, per diversi valori di q/l.

assunti come carichi limiti 5 e 25 g·cm^{-2}, che sono, all'incirca, i limiti per cui si è riscontrata sperimentalmente la validità della teoria, e come spessori limiti 1 e 20 cm. Si sono disegnate le curve per q/l = 0,25, 0,5, 1, 2,5, 5, 10, 25 g·cm^{-3}. Le curve per i valori intermedi si possono desumere per interpolazione.

6. - Conclusioni.

Per conoscere il minimo isolamento ottenibile con l'inserzione di un determinato materiale elastico in qualsiasi sistema sede di vibrazioni meccaniche, basta aver determinato la massa equivalente, la rigidità equivalente ed il fattore di smorzamento del materiale elastico stesso e conoscere il carico statico riferito all'unità di superficie da cui sarà gravata la sezione trasversale del materiale, eseguita in mezzeria.

Volendo determinare esattamente l'isolamento ottenibile con l'inserzione del materiale isolante in un dato sistema sede di vibrazioni meccaniche occorre anche calcolare i fattori di riflessione ed il fattore di interazione. A tale scopo è necessario conoscere le impedenze di entrata e di uscita del quadripolo meccanico equivalente al materiale isolante. Esse sono costituite, generalmente, la prima dall'impedenza interna della sorgente di forza vibromotrice, la seconda dall'impedenza di entrata del mezzo di propagazione.

Nella maggior parte dei casi non è difficile determinare queste due impedenze. Infatti, l'impedenza della sorgente vibromotrice è quasi

sempre data dalla massa della sorgente stessa, poichè si tratta per lo più di isolare una macchina vibrante; e l'impedenza di entrata del mezzo di propagazione si può misurare con un metodo qualsiasi che permetta di determinare la pressione agente e la velocità di vibrazione, e, qualora si misurino valori efficaci, la loro fase, nella gamma di frequenza desiderata.

Come si è detto nel corso dell'articolo, la validità della teoria proposta è limitata al campo delle frequenze meccaniche, cioè inferiori a 1000 Hz e per carichi statici variabili fra 5 e 25 $gr \cdot cm^{-2}$

Roma - Istituto Nazionale di Elettroacustica O. M. Corbino.

QUESTIONI RECENTI SUL CALCOLO OPERATORIO

ARNALDO MARIA ANGELINI

Dopo un'esposizione sommaria dei metodi fondamentali seguiti rispettivamente da Heaviside, Georgi, Carson e Doetsch per lo studio dei regimi variabili nei sistemi lineari e particolarmente nei circuiti elettrici normali, viene mostrato in forma elementare come, non soltanto codesti procedimenti non siano inconciliabili, ma sia possibile istituire una corrispondenza tra le enunciazioni delle regole del calcolo dei regimi variabili secondo i diversi metodi di esposizione. Si conclude con alcune considerazioni sulla necessità — particolarmente sentita da chi deve affrontare lo studio dei procedimenti del calcolo operatorio ed utilizzarli nelle applicazioni pratiche — di un'unificazione nei metodi d'insegnamento.

1. - Premessa.

L'esame del comportamento dei circuiti elettrici, ed in generale dei sistemi fisici, in regime variabile, costituisce senza dubbio uno dei problemi più difficili che si pongono al fisico ed al tecnico, anche quando i parametri caratteristici possono ritenersi indipendenti dalle grandezze in gioco (tensioni e correnti, nel caso di circuiti elettrici) e costanti rispetto al tempo. D'altra parte, per quanto riguarda le applicazioni — alle quali intendiamo riferirci in questo scritto — se in passato al tecnico bastava considerare il comportamento dei circuiti in regime continuo o alternativo permanente, da vari anni è sempre maggiormente sentita la necessità di considerare regimi transitori o comunque variabili. Per alcune importantissime applicazioni ciò costituisce anzi un'assoluta necessità: basti citare ad esempio i problemi relativi alla trasmissione telegrafica e telefonica, alla trasmissione delle immagini, alle ricerche sul fulmine e molti altri ancora.

In queste condizioni, sembra più che naturale che il tecnico si sia orientato verso la ricerca dei mezzi più adatti alla sua mentalità per abbordare e — quando possibile — risolvere le difficoltà analitiche che si ricollegano alla trattazione dei problemi in parola. Non mancano del resto altri esempi del genere nella fisica e nella tecnica: basti ricordare

il metodo di Kennelly e Steinmetz per lo studio dei circuiti a corrente alternata, il calcolo vettoriale in meccanica, il calcolo coi tensori e con le matrici nello studio di molti ardui problemi di elasticità, di fisica atomica, e via dicendo.

Per le questioni che ci interessano è sorto e si è sviluppato il metodo operatorio, che è stato accolto con simpatia dagli elettrotecnici, non tanto perchè è stato introdotto da *uno di loro* (Heaviside), ma piuttosto per il fatto che conduce ad un'impostazione dei problemi molto più semplice di quella che si ha utilizzando i mezzi normali dell'analisi, non solo, ma perchè permette di arrivare molto più rapidamente al risultato. Innumerevoli sono oggi le applicazioni del calcolo operatorio e non si può assolutamente negare il contributo che esso ha portato alla risoluzione di molti problemi ed alla conoscenza del meccanismo di numerosi fenomeni che non molti anni addietro apparivano inspiegabili.

È nello stesso tempo una fortuna e un danno che il calcolo operatorio abbia formato oggetto di tante discussioni fra tecnici e matematici: una fortuna, perchè queste discussioni hanno portato un contributo efficacissimo allo sviluppo dei metodi ed al chiarimento di parecchi punti oscuri, un danno (se così si può chiamare) perchè, sempre nel lodevole intento di porre tali metodi su fondamenti matematicamente sicuri, vari autori (e non certo dei meno autorevoli) hanno impostato le loro trattazioni su basi diverse e hanno usato notazioni così svariate, da mettere chi si accinge allo studio di tali metodi in serie difficoltà.

Quanto sopra si è detto spiega gran parte delle discussioni svolte nella stampa tecnica italiana e straniera sull'argomento che attraversa un periodo di viva attualità.

In questo scritto ci si propone di esporre brevemente i fondamenti delle varie impostazioni date al calcolo dei regimi variabili e di mostrare come esse, lungi dall'essere inconciliabili, includano sotto forme diverse le stesse regole su cui si fondano le applicazioni del calcolo operatorio.

2. – I metodi moderni per lo studio dei regimi variabili.

Sembra che lo stesso Leibniz avesse già notato che il simbolo di derivazione è formalmente assoggettabile ad alcune elementari trasformazioni algebriche, di questa proprietà si valsero successivamente alcuni matematici per lo studio di particolari questioni, tra cui la risoluzione di taluni tipi di equazioni differenziali lineari. Ne è traccia nell'opera di Forsyth sulle equazioni differenziali (1) ed uno studio più esteso di tali proprietà fu fatto successivamente da Pincherle e Amaldi (2) e da altri matematici.

(1) A. R. FORSYTH, Trattato sulle equazioni differenziali - R. Giusti, Livorno, 1901.

(2) S. PINCHERLE e U. AMALDI, Le operazioni distributive e le loro applicazioni all'analisi - N. Zanichelli, Bologna, 1901.

Spetta a Heaviside [2] il merito di aver notevolmente esteso il campo di applicazione di tali proprietà e di averne fatto largo uso nei problemi di elettromagnetismo. Le controversie passate e recenti sui metodi operatori derivano in primo luogo dall'impostazione che Heaviside ha dato ai suoi calcoli. Per procedere ad un esame sommario della questione, conviene richiamare brevemente i concetti sui quali si è basato l'autore inglese e quelli che hanno guidato i continuatori e perfezionatori della sua opera.

Heaviside ammette per il simbolo di derivazione l'applicabilità di tutte le proprietà formali dell'algebra e procede dalla trattazione di problemi semplici di elettromagnetismo (periodi transitori nei circuiti a costanti concentrate) a quelli più complicati concernenti il comportamento in regime variabile delle linee.

Il primo problema che si presenta alla mente è quello della determinazione della corrente in un circuito formato da una resistenza R in serie con un'induttanza L, soggetto ad una tensione $v(t)$.

L'equazione relativa a questo circuito è

$$R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt} = v(t) . \qquad [1]$$

Indicando con p l'operazione di derivazione Heaviside ne deduce l'altra equazione

$$R \cdot i(t) + L \cdot p \cdot i(t) = v(t) , \qquad [2]$$

che risolve come una semplice equazione algebrica sotto la forma

$$i(t) = \frac{1}{R + L p} v(t) \qquad [3]$$

Per definire il problema, considera una forma particolare della $v(t)$, precisamente la funzione unitaria che è nulla per t negativo, ed uguale a 1 per t positivo (essa rappresenta ad esempio l'andamento di una tensione applicata bruscamente ad un circuito all'epoca $t = 0$).

L'espressione simbolica da risolvere ha quindi la forma

$$i(t) = k \frac{1}{a + p} 1(t) \qquad [4]$$

dove $k = 1/L$ ed $a = R/L$.

Per trovare l'espressione analitica rappresentata in forma operatoria da questa formula, Heaviside sviluppa in serie la frazione $\frac{1}{a + p}$ se-

(2) O. Heaviside, Electromagnetic theory. E. Benn, London, 1925.

condo le potenze negative di p e, tenendo presente che alla potenza $-n$ di p corrisponde l'integrazione multipla di ordine n della funzione operanda [$1(t)$], ottiene per la $i(t)$ una serie che, come può verificarsi in modo semplice, rappresenta il risultato ottenibile secondo i procedimenti ordinari dell'analisi infinitesimale.

È utile notare fin d'ora che non si sarebbe ottenuto un risultato esatto qualora lo sviluppo in serie della frazione avesse proceduto secondo le potenze positive del simbolo di derivazione: esso sarebbe stato nullo per tutti i valori di t tranne che nel punto $t = 0$ in cui si verifica la discontinuità della $1(t)$.

Ciò premesso, Heaviside passa a studiare le reti di circuiti a costanti concentrate e, operata la sostituzione del simbolo di derivazione con p ne scrive le equazioni elementari (che sono tutte lineari) e le risolve considerando sempre p alla stregua di una grandezza algebrica. Ne derivano relazioni in cui compaiono funzioni razionali del simbolo p. Questo modo di procedere equivale a scrivere le equazioni che determinano il comportamento dei circuiti elettrici, come se questi fossero soggetti a tensioni e correnti alternate sinusoidali, col metodo di Kennelly e Steinmetz salvo la sostituzione di p in luogo di $j\omega$.

Ad esempio, la relazione che esprime la corrente in un ramo di una rete, tra due punti della quale sia applicata la tensione espressa da $1(t)$, risulta sotto la forma

$$i(t) = \frac{N(p)}{D(p)} 1(t) \,, \qquad [5]$$

in cui $N(p)$ e $D(p)$ sono polinomi in p. Com'è noto, quando l'equazione $D(p) = 0$ ammette radici distinte e diverse da zero, la frazione [5] può decomporsi in una somma di frazioni semplici, analoghe alla [4], in numero eguale al grado di $D(p)$.

L'autore inglese procede allora senz'altro alla decomposizione dell'operatore [5] in una somma di operatori della forma [4], che risolve uno ad uno. Il risultato è dato dalla somma delle valutazioni degli operatori parziali: esso può esprimersi agevolmente in forma concisa e direttamente applicabile. È appunto tale espressione che porta il nome di « teorema dello sviluppo di Heaviside ».

Per il caso in cui, in luogo della $1(t)$, si abbia una funzione $v(t)$ del tempo qualsiasi, l'integrale di Duhamel consente di passare dal risultato relativo alla $1(t)$ a quello desiderato e ciò per applicazione del principio di sovrapposizione che è valido per i sistemi lineari ai quali ci si riferisce.

Secondo tale principio la funzione $v(t)$ viene decomposta in una somma di elementi della forma $y \cdot 1(t-\tau)$ dove y — che equivale a $\frac{\partial v(\tau)}{\partial \tau} d\tau$ — corrisponde ad un elemento della funzione $v(t)$. In conse

guenza di ciò, nel caso in cui la $v(t)$ sia nulla per t minore di 0, essa può risolversi nella somma

$$[6] \qquad \int_0^t \frac{\partial v(t)}{\partial \tau}\, d\tau \cdot 1(t-\tau)$$

La funzione cercata viene allora ottenuta applicando l'operatore a ciascuno degli elementi della somma secondo il procedimento sopra indicato e sommando i risultati. Ne risulta un integrale per ogni forma particolare della $v(t)$.

Appare subito l'importanza dei criteri esposti, quando si pensi che mediante essi possono risolversi tutti i problemi concernenti i regimi variabili nelle reti comunque complesse formate di elementi a costanti concentrate.

Ma Heaviside è andato più in là. Egli considera reti a costanti distribuite (in particolare le linee uniformi), applica ad esse lo stesso procedimento formale (che equivale a quello di Kennelly e Steinmetz salvo la sostituzione del simbolo p a $j\omega$) e risolve mediante il teorema dello sviluppo anche espressioni del tipo [5], in cui però $N(p)$ e $D(p)$ sono funzioni non razionali del simbolo p.

In questi casi il risultato si presenta sotto forma di serie infinita. Quando, data la forma dell'operatore, non è applicabile il teorema dello sviluppo, Heaviside procede a sviluppi in serie secondo le potenze del simbolo p, e interpreta singolarmente i termini alla cui somma corrisponde il risultato. In qualche caso egli è anche riuscito a valutare espressioni operazionali per intuito o, come egli stesso ha detto, « by experimental trials » (esempio tipico l'espressione $\sqrt{p}\, 1(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}}$ per $t > 0$).

Per tale via Heaviside ha risolto per la prima volta un grandissimo numero di problemi estremamente interessanti e le sue pubblicazioni tra il 1885 e il 1912 hanno destato il più vivo interesse tra gli studiosi ed i tecnici. Si è però ben presto constatato come gli sviluppi analitici condotti da Heaviside non si basassero su una teoria chiara e su un'impostazione rigorosa: mentre da un lato i risultati che egli ha ottenuto sono esatti, gli stessi metodi applicati ad altri problemi conducevano facilmente a risultati errati. Di tutto ciò si è fatto torto a Heaviside ed ai metodi operatòri. Alcuni matematici hanno definito persino illusori i procedimenti in parola. In particolare non si è compreso subito in qual modo Heaviside discriminasse, fra i possibili sviluppi in serie delle espressioni operatorie, quelli che effettivamente risolvono il problema.

Fin dal 1904 (e cioè prima ancora che Heaviside avesse compiuto i suoi lavori) il Giorgi ha pubblicato due importanti memorie [4] che

[4] G. Giorgi: Il metodo simbolico nello studio delle correnti variabili - Atti A. E. I., 1904, VIII, p. 65.
G. Giorgi: Sul calcolo delle soluzioni funzionali originate dai problemi di elettrodinamica - Atti A. E. I., 1905, IX, p. 651.

costituiscono opera, per così dire, complementare di quella di Heaviside. Egli, infatti, non si è preoccupato inizialmente delle applicazioni, ma ha dato del calcolo operatorio un'impostazione rigorosa. Si è basato sui lavori di Pincherle e di altri autori, sulle proprietà delle operazioni distributive, per introdurre nei calcoli i simboli operatòri e per giustificare l'applicazione delle regole dell'algebra al simbolo di derivazione che indica con Δ.

Stabiliti i limiti entro cui tali asserzioni sono valide, il Giorgi si pone il problema della determinazione di un'espressione assolutamente generale, la quale interpreti la relazione operatoria

$$i(t) = \psi(\Delta)\, v(t)\,, \tag{7}$$

in cui l'operatore è dato sotto forma di una funzione, razionale o no, del simbolo Δ e $v(t)$ è una « funzione fisica », una funzione cioè che soddisfa a condizioni — quelle di Dirichlet — sempre verificate nei problemi pratici.

Per giungere a questo risultato, considera innanzi tutto il caso in cui la funzione $v(t)$ sia della forma $e^{\alpha t}$ e dimostra che in queste condizioni l'operatore si interpreta immediatamente come segue

$$i(t) = \psi(\alpha)\, e^{\alpha t}\,. \tag{8}$$

Successivamente si vale della teoria dello sviluppo delle funzioni fisiche in integrale di Fourier e scrive la $v(t)$ sotto la forma:

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega\,. \tag{9}$$

Considerato poi che in tale modo questa funzione del tempo viene risolta in una somma integrale di termini esponenziali, applica a ciascuno di essi l'operatore ed ottiene il risultato in base al principio di sovrapposizione.

Si giunge per tale via ad una formula assolutamente generale che porta il nome di «integrale di Giorgi». Questo autore indica poi i criteri da seguire nella valutazione (raramente possibile) dell'integrale, ed in particolare stabilisce la linea secondo cui l'integrazione deve essere effettuata per ottenere la « valutazione fondamentale », che è l'unica che soddisfa i principi di « estinzione » e di « successione » e pertanto corrisponde all'effettiva risoluzione dei problemi fisici. Purtroppo, come già si è detto, il calcolo dell'integrale ed anche la deduzione da esso delle proprietà dei simboli operatòri offrono difficoltà quasi insormontabili, tali comunque da non poter essere affrontate se non da un abilissimo matematico. Il Giorgi ha dunque studiato le proprietà dei simboli operatòri in base alla valutazione particolare relativa al caso in cui l'operando è la « funzione impulsiva unitaria » denotata con il simbolo $F_u(t)$.

Tale funzione è stata definita dal Giorgi e corrisponde a quella il cui integrale rappresenta la $1(t)$. Col nome di « funzione generatrice » il Giorgi indica la valutazione particolare

$$\psi(\Delta)\, F_u(t) = G(t)\,. \qquad [10]$$

Si è proposto di denotare con $H(t)$ la corrispondente funzione considerata da Heaviside ed espressa dalla valutazione dell'operatore applicata alla $1(t)$

$$\psi(\Delta)\, 1(t) = H(t)\,. \qquad [11]$$

Poichè con la funzione impulsiva si rappresenta la derivata della funzione unitaria è

$$G(t) = \Delta H(t)\,. \qquad [12]$$

Il Giorgi indica numerose interessanti proprietà della funzione generatrice e stabilisce alcune regole fondamentali che consentono di ottenerne l'espressione in serie secondo procedimenti rigorosi e scevri dalle incertezze lamentate per quelli seguiti da Heaviside.

Mentre Heaviside, come si è già detto, ha dedotto dalla funzione caratteristica di un operatore la sua valutazione in relazione ad un operando qualsiasi, il Giorgi ha ottenuto tale valutazione generale dalla funzione generatrice, e ciò risolvendo la funzione $v(t)$ in una somma integrale di elementi di forma impulsiva mediante la formula:

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_u(t-\tau)\, v(\tau)\, d\tau\,, \qquad [13]$$

di cui si riconosce facilmente la validità considerando che l'integrando è diverso da zero soltanto nell'intorno infinitesimo di $t = \tau$ e che in tale intervallo infinitesimo esso vale precisamente $v(t)$.

Applicando ancora il principio di sovrapposizione e cioè valutando separatamente ciascuno dei componenti della $v(t)$ e facendone la somma, si ottiene

$$\psi(\Delta)\, v(t) = \int_{-\infty}^{t} G(t-\tau)\, v(\tau)\, d\tau\,. \qquad [14]$$

Un'espressione equivalente si ha effettuando il cambiamento di variabile $t - \tau = \Theta$

$$\psi(\Delta)\, v(t) = \int_{0}^{+\infty} G(\Theta)\, v(t-\Theta)\, d\Theta \qquad [15]$$

e ricordando il cosiddetto « teorema di Taylor simbolico » (che il Giorgi ha dimostrato anche per le funzioni discontinue):

$$e^{h\Delta}\, v(t) = v(t+h)\,, \qquad [16]$$

si ha anche

$$[17] \qquad \psi(\Delta)\, v(t) = \int_0^\infty G(\Theta)\, e^{-\Theta\Delta}\, v(t)\, d\Theta\,,$$

da cui, essendo questa valida qualunque sia $v(t)$, si ricava:

$$[18] \qquad \psi(\Delta) = \int_0^\infty G(\Theta)\, e^{-\Theta\Delta}\, d\Theta$$

Sotto determinate condizioni tale relazione esprime il fatto importantissimo che *la trasformata di Laplace della funzione generatrice di un operatore dato è l'operatore stesso o, ciò che è lo stesso, che la funzione generatrice è l'antitrasformata di Laplace dell'operatore*.

Se in luogo della funzione generatrice si scrive la funzione caratteristica nella formula [18], si ottiene la relazione

$$[19] \qquad \frac{1}{\Delta}\, \psi(\Delta) = \int_0^\infty H(\Theta)\, e^{-\Theta\Delta}\, d\Theta$$

che è evidente, se si pensa che la funzione generatrice di $\frac{1}{\Delta}\, \psi(\Delta)$ è precisamente la funzione caratteristica $\psi(\Delta)$. Quest'ultimo integrale porta il nome di « integrale di Carson ».

La formula [18] stabilita dal Giorgi, e la [19] che da essa deriva, hanno grandissima importanza agli effetti degli sviluppi recenti dei metodi per lo studio dei regimi variabili nei circuiti elettrici. Infatti il Carson nel 1926 pubblicava un lavoro ([3]) nel quale, stabilita la formula [19] per via diversa da quella seguita dal Giorgi, deduceva da essa le regole fondamentali del calcolo operatorio in forma solo apparentemente diversa da quella del Giorgi.

Il Carson ha basato i suoi sviluppi sull'inversione degli integrali definiti fondandosi soprattutto sui teoremi di Borel. Il lavoro di Carson ha avuto diffusione molto maggiore di quello del Giorgi e ciò per due ragioni: anzi tutto, per i mezzi analitici relativamente più semplici messi in opera, in secondo luogo, per il fatto che il suo libro è corredato da numerose significative applicazioni. Sembra che il Carson, *pur avendo citato in bibliografia i lavori del Giorgi*, non ne avesse conoscenza.

Altri autori — principalmente il Doetsch ([4]) — per via diversa da quelle seguite da Giorgi e da Carson hanno stabilito la formula [18] e partendo da questa hanno trattato i problemi del calcolo operatorio mediante la teoria della trasformata di Laplace.

([3]) J. R. CARSON, Electric circuit theory and the operational calculus - McGraw Hill, New York, 1926.

([4]) G. DOETSCH, Theorie und Anwendung der Laplace Transformation - J. Springer, Berlin, 1937.

È interessante constatare il fatto che i tre metodi fondamentali menzionati per lo studio dei regimi transitori si corrispondono esattamente, il che è del resto prevedibile considerando la parentela che tra essi esiste, risultante dalle formule [18] e [19]. È anzi possibile stabilire una perfetta corrispondenza tra le proprietà dei simboli operatori enunciate secondo i tre diversi sistemi. In conseguenza sembra potersi affermare che i punti di vista dei diversi autori non sono affatto tra di loro inconciliabili, non solo, ma possono paragonarsi a tre espressioni diverse degli stessi concetti.

Poichè, d'altro canto, ciò che a noi interessa soprattutto sono le applicazioni pratiche dei metodi operatori, non è forse fuori luogo qualche osservazione in proposito.

8. - Considerazioni conclusive.

Lo studio dei regimi transitori nei circuiti elettrici può dividersi in due grandi capitoli, il primo dei quali considera i sistemi a costanti concentrate ed il secondo i sistemi continui e quelli limitati.

È fuori dubbio che il primo può essere insegnato senza difficoltà a chi possiede le cognizioni di calcolo normalmente impartite presso i Politecnici. Per il secondo invece le difficoltà sono indubbiamente maggiori, in quanto lo studio dei regimi variabili nei sistemi continui ed a costanti distribuite implica conoscenze di analisi superiore.

D'altra parte, per il tecnico ha fondamentale importanza il fatto che la valutazione degli operatori cui danno luogo questi problemi, quando non si tratti di un certo numero di essi (relativamente limitato) già risolti e raggruppati in tabelle, offre difficoltà notevolissime anche per il matematico più sperimentato. È quindi nostra convinzione che la spesa di lavoro e di tempo necessaria per approfondire i concetti più delicati del calcolo operatorio non sia giustificata per il tecnico.

In conseguenza di ciò, mentre si ritiene estremamente utile l'insegnamento del calcolo operatorio agli ingegneri, non si vede l'opportunità di spingerne lo studio oltre certi limiti. Ciò che presenta le massime difficoltà è la discussione della validità dei risultati, ma a parte la considerazione già fatta che per i problemi più complessi il numero di operatori risolti è relativamente limitato, il tecnico dispone di mezzi di verifica i quali verrebbero meno qualora si considerasse il puro e semplice problema matematico, ed è anche spiegabile in tal modo il fatto, da alcuni ritenuto quasi misterioso, che Heaviside, pur procedendo con un metodo matematico di cui non conosceva a fondo l'essenza, giungesse costantemente a risultati rigorosamente esatti. È fuori dubbio che questo scienziato era guidato più che da le trasformazioni analitiche dal loro significato fisico.

Sempre dal punto di vista delle applicazioni, il calcolo operatorio presenta inoltre un altro vantaggio di grandissima portata, in quanto, non solo, esso consente un'impostazione dei problemi rapida ed aderente

alla realtà fisica, ma l'espressione di un risultato in forma operatoria non può dar luogo che ad una sola valutazione « fondamentale » la quale risponde al problema fisico proposto; quindi, se il tecnico chiede l'aiuto del matematico nella valutazione di un'espressione di codesto tipo, esso non si trova poi nella necessità di dover calcolare elementi arbitrari (costanti o addirittura funzioni arbitrarie).

Conviene ricordare ancora come le espressioni operatorie, anche quando non siano facilmente valutabili, forniscano in modo molto semplice numerose indicazioni molto significative sulla natura del risultato: è superfluo dire quanto ciò sia importante per il tecnico.

Dalle considerazioni svolte sorge naturale la domanda: qual'è il metodo che conviene seguire per insegnare il calcolo operatorio agli ingegneri?

Per lo studio dei regimi variabili nei circuiti elettrici sembra vantaggioso introdurre il simbolismo operatorio, considerandolo quale logica generalizzazione di quello dovuto a Kennelly e Steinmetz — e a tutti noto — per lo studio dei regimi periodici sinusoidali.

Per fissare le idee, consideriamo una rete passiva di circuiti normali (una rete cioè che non comprenda sorgenti di f. e. m. e sia formata di elementi invariabili rispetto al tempo) e scriviamo la relazione che passa tra la tensione $v(t)$ applicata fra due nodi e la corrente $i(t)$ erogata, anzi tutto nel caso in cui queste grandezze siano periodiche sinusoidali.

Secondo il simbolismo di Kennelly e Steinmetz, tale relazione si scrive, come è noto, nel modo seguente:

$$I = \frac{1}{Z} V = Y V$$

In luogo delle grandezze variabili con legge sinusoidale $v(t) = V_m \operatorname{sen} \omega t$ ed $i(t) = I_m \operatorname{sen} (\omega t + \varphi)$ si considerano dunque i vettori $\bar{V} = V_m e^{j\omega t}$ ed $I = I_m e^{j(\omega t + \varphi)}$, le cui proiezioni sull'asse immaginario rappresentano appunto le funzioni $v(t)$ ed $i(t)$.

Le grandezze Z ed $\bar{Y}$ sono rispettivamente l'impedenza e l'ammettenza della rete fra i due nodi considerati. Esse sono notoriamente complesse, perchè funzioni di $j\omega$. L'ultima relazione può anche scriversi nel modo seguente

$$I_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{Z(j\omega)} V_m e^{j\omega t} = Y(j\omega) V_m e^{j\omega t}$$

L'espressione $\frac{1}{Z(j\omega)}$ [o $Y(j\omega)$] opera la trasformazione del vettore rotante $V = V_m e^{j\omega t}$ nell altro $I = I_m e^{j(\omega t + \varphi)}$.

La relazione fra le funzioni sinusoidali che esprimono la corrente e la tensione può anche ottenersi evitando di considerare le proiezioni dei vettori rotanti rappresentativi di tali grandezze, e ciò mediante le for-

mule di Eulero che danno le grandezze sinusoidali come somma di vettori uguali e rotanti in senso opposto.

Si avrebbe allora

$$i(t) = I_m \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2j}\left[Y(j\omega)\, e^{j\omega t} - Y(-j\omega)\, e^{-j\omega t}\right] I_m \; (7),$$

che deriva dall'aver posto:

$$\operatorname{sen} \omega t = \frac{1}{2j}\left(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right).$$

Una funzione periodica — sotto condizioni sempre verificate nelle applicazioni — può decomporsi in una somma di componenti sinusoidali secondo la serie di Fourier e quindi (per la formula di Eulero) in una somma, limitata o illimitata, di coppie di vettori rotanti in senso opposto. Sarà dunque in questo caso

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} K_n \operatorname{sen}(n\omega t + \varphi_n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{jn\omega t}.$$

Il principio di sovrapposizione (che è valido trattandosi di sistemi lineari) consente allora di scrivere l'espressione della corrente sotto la forma

$$i(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n\, Y(jn\omega)\, e^{jn\omega t}.$$

Il simbolismo di Kennelly e Steinmetz si applica dunque senza particolari difficoltà concettuali (a parte la naturale maggiore complicazione dei calcoli) allo studio dei regimi periodici qualsiasi.

Si intuisce ora come (anche qui, sotto condizioni sempre verificate nelle applicazioni) una funzione aperiodica possa ritenersi il limite, verso cui tende una particolare funzione periodica quando la durata del periodo aumenti indefinitamente. Ne segue che la precedente formula scritta, salvo la sostituzione del segno di sommatoria con quello di integrale, rimane ancora valida in linea di principio.

Da quanto si è detto, scende naturale la conseguenza che, stabilita la possibilità di scomporre una funzione fisica qualsiasi in una sommatoria o in un integrale di vettori rotanti e cioè

$$v(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} A_n e^{jn\omega t}$$

ovvero

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega,$$

(7) Il secondo termine entro parentesi equivale al primo, salvo il cambiamento di segno della pulsazione ω (che è la velocità angolare del vettore rappresentativo).

la relazione fra due grandezze elettriche comunque variabili in un sistema di circuiti lineari può scriversi in forma molto semplice

Infatti, con riferimento all'esempio considerato basta scrivere, nell'espressione dell'impedenza o dell'ammettenza, in luogo di $j\omega$ un simbolo più conciso, ad esempio Δ, e conservare alla relazione tra $v(t)$ ed $i(t)$ (funzioni fisiche qualsiasi del tempo) la forma semplice

$$i(t) = \frac{1}{Z(\Delta)} \, v(t) = Y(\Delta) \cdot v(t)$$

nell'intesa che tali espressioni abbiano il significato che deriva dalla relazione

$$Y(\Delta)\, v(t) = Y(\Delta) \sum_{-\infty}^{+\infty} A_n \, e^{jn\omega t} = \sum_{-\infty}^{+\infty} A_n \, Y(jn\omega) \, e^{jn\omega t}$$

o dall'altra analoga (con l'integrale) che si sarebbe ottenuta qualora si fosse supposta la $v(t)$ aperiodica.

Le considerazioni sommariamente esposte mostrano forse come sia possibile stabilire il significato dei simboli operatòri in modo del tutto naturale, considerandoli come una generalizzazione di quelli di Kennelly e Steinmetz.

Si evitano in tal modo le difficoltà che s'incontrano nella definizione dell'operazione $Y(\Delta)$ dopo aver posto $\Delta = \frac{d}{dt}$.

Che sia $\Delta \equiv \frac{d}{dt}$ si deduce in modo semplicissimo dalla definizione di $Y(\Delta)$ riportata sopra, la quale rende anche conto del significato di espressioni come $\sqrt{\Delta}$, $\varepsilon^{-\sqrt{\Delta}}$, ed altre analoghe, che altrimenti risultano oscure

Ciò che ha fondamentale importanza è che dalla definizione data del simbolo $Y(\Delta)$ risulta chiaramente come questo, lungi dal rappresentare un moltiplicatore, sia il simbolo di un'operazione e cioè un operatore, essa indica anche una via per calcolare espressioni del tipo $Y(\Delta)\, v(t)$, ma è di gran lunga preferibile utilizzarla per dedurre le proprietà dei simboli operatòri, ciò che può farsi in modo relativamente semplice. Dalle proprietà generali degli operatori derivano in modo semplice le regole ed i procedimenti per la loro valutazione.

Il procedimento indicato si adatta per un'esposizione elementare dei fondamenti del calcolo operatorio ed anche per una sua impostazione rigorosa basata sulla teoria dell'integrale di Fourier secondo la via indicata dal Giorgi e, successivamente, dal Wiener (*)

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris

(*) N. WIENER: The operational calculus - Mathematische Annalen, 1926, XCV, p. 557

RECENSIONI

ABBREVIAZIONI DI TITOLI DI PERIODICI.

Abhandlg. Preuss. Akad. Wiss.: Abhandlungen der Preussischen Akademie der Wissenschaften – *Acta Pont. Acad. Sci.*: Acta Pontificiae Academiae Scientiarum – *A. E. G. Mitt.*: A. E. G. Mitteilungen – *A. F.*: Alta Frequenza – *Ann. de Phys.*: Annales de Physique – *Ann. der Phys.*: Annalen der Physik – *Ann. P. T. T.*: Annales des Postes, Télégraphes et Téléphones – *Archiv f. Elektr.*: Archiv für Elektrotechnik – *A. T. M.*: Archiv für technisches Messen – *Atti A. E. I.*: Atti dell'Associazione Elettrotecnica Italiana – *Atti R. Accad. Italia (Mem. Sci. Fis.)*: Atti della Reale Accademia d'Italia (Memorie della Classe di Scienze Fisiche Matematiche e Naturali) – *Atti R. Accad. Italia (R. C. Sci. Fis.)*: Atti della Reale Accademia d'Italia (Rendiconti della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali) – *Atti R. Accad. Naz. Lincei (R. C. Sci. Fis.)*: Atti della Reale Accademia Nazionale dei Lincei (Rendiconti della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali) – *Atti R. Accad. Sci. Torino (Sci. Fis.)*: Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino (Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali) – *Atti R. Ist. Veneto (Sci. Fis.)*: Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti (Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali) – *A. Z.*: Akustische Zeitschrift – *Bell Lab. Record*: Bell Laboratories Record – *Bell S. T. J.*: The Bell System Technical Journal – *Boll. radiotelegrafico I. E. R. T.*: Bollettino Radiotelegrafico dell'Istituto Elettrotecnico e Radiotelegrafico della R. Marina – *Boll. R. T. R. E.*: Bollettino radiotelegrafico del R. Esercito – *Boll. tecn. I. M. S. T.*: Bollettino tecnico dell'Istituto Militare Superiore delle Trasmissioni – *B. S. J. Research*: Bureau of Standards Journal of Research – *Bull. S. F. E.*: Bulletin de la Société Française des Électriciens – *Bull. S. F. R.*: Bulletin de la Société Française Radio-Électrique – *Bull. techn. Philips*: Philips Bulletin Technique – *Commentationes Pont. Acad. Sci.*: Commentationes Pontificiae Academiae Scientiarum – *C. R. Acad. Sci.*: Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences – *Doc. U. I. R.*: Documents de l'Union Internationale de Radiodiffusion – *E. F. D.*: Europäischer Fernsprechdienst – *El. Comm.*: Electrical Communication – *El. Eng.*: Electrical Engineering – *El. J.*: The Electric Journal – *El. World*: Electrical World – *En. El.*: L'Energia Elettrica – *E. N. T.*:

Elektrische Nachrichten-Technik – *Ericsson Rev.*: The L. M. Ericsson Review – *E. T. J.*: Electrotechnical Journal (of the Institute of Electrical Engineers of Japan) – *E. T. Z.*: Elektrotechnische Zeitschrift – *E. u. M.*: Elektrotechnik und Maschinenbau – *F. T. M.*: Funktechnische Monatshefte – *G. E. R.*: General Electric Review – *G. R. Experimenter*: The General Radio Experimenter – *H. F. Techn. u. El. Ak.*: Hochfrequenztechnik und Elektroakustik – *J. A. S. A.*: The Journal of the Acoustical Society of America – *J. Franklin I.*: Journal of the Franklin Institute – *J. I. E. E.*: Journal of the Institution of Electrical Engineers – *J. I. E. E. Japan*: Journal of the Institution of Electrical Engineers of Japan – *J. Math. u. Phys.*: Journal of Mathematics and Physics – *J. O. S. A.*: Journal of the Optical Society of America – *J. Phys.*: Le Journal de Physique et le Radium – *J. Research N. B. S.*: Journal of Research of the National Bureau of Standards – *J. S. I.*: Journal of Scientific Instruments – *J. S. M. P. E.*: Journal of the Society of Motion Picture Engineers – *J. Télécomm.*: Journal des Télécommunications – *J. télégr.*: Journal télégraphique – *L'Elettrot.*: L'Elettrotecnica – *Nippon El. Comm. Engng.*: Nippon Electrical Communication Engineering – *Onde Él.*: L'Onde Électrique – *Philips Setmakers Bull.*: Philips Setmakers' Bulletin – *Philips techn. R.*: Philips' Technische Rundschau – *Phil. Mag.*: The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science – *Phys. Rev.*: The Physical Review – *Phys. Z.*: Physikalische Zeitschrift – *Phys. Z. Sowjetunion*: Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion – *P. O. E. E. J.*: The Post Office Electrical Engineers Journal – *Proc. I. R. E.*: Proceedings of the Institute of Radio Engineers – *Proc. Royal Soc. London*: Proceedings of the Royal Society of London – *Pubbl. I. E. N.*: Pubblicazioni dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris – *Pubbl. I. N. E. A. C.*: Pubblicazioni dell'Istituto Nazionale di Elettroacustica O. M. Corbino – *Pubbl. R. I. E. C.*: Pubblicazioni del R. Istituto Elettrotecnico e delle Comunicazioni della Marina – *Radio Engng.*: Radio Engineering – *Rass. Poste e Telecom.*: Rassegna delle Poste e delle Telecomunicazioni – *Rass. P. T. T.*: Rassegna delle Poste, dei Telegrafi e dei Telefoni – *Rass. Radio*: Rassegna della Radio e Industrie affini – *R. C. A. Rev.*: R. C. A. Review – *R. C. R. Accad. Sci. Ist. Bologna*: Rendiconto delle sessioni della Reale Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna – *R. C. R. Ist. Lombardo (Sci. Mat.)*: Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere (Classe di Scienze Matematiche e Naturali) – *Rep. Radio Res. Japan*: Reports of Radio Researches and Works in Japan – *Rev. d'Acoustique*: Revue d'Acoustique – *Rev. techn. Philips*: Revue Technique Philips – *R. G. E.*: Revue Générale de l'Électricité – *Riv. tecn. F. I.*: Rivista Tecnica delle Ferrovie Italiane – *R. S. I.*: Review of Scientific Instruments – *S. B. Preuss. Akad. Wiss.*: Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften – *Schalttechn.*: Die Schalttechnik – *Siemens Z.*: Siemens Zeitschrift – *Techn. News Bull.*: Technical News Bulletin of the National Bureau of Standards – *Tele-*

funken Mitt.: Telefunken Mitteilungen – *Telefunken Ztg.* Telefunken Zeitung – *T. F. T.*: Telegraphen- Fernsprech- und Funk-Technik – *Trans. A. I. E. E.*: Quarterly Transactions of the American Institute of Electrical Engineers – *V. D. I.* Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure – *V. N. T. Siemens*: Veröffentlichungen aus dem Gebiete der Nachrichtentechnik – *W. E.* The Wireless Engineer – *Wir. World*: Wireless World – *W. P. P. I. T.*: Wiadomosci i Prace Panstwowego Instytutu Telekomunikacyjnego – *Z. f. Instrumentenkunde* Zeitschrift für Instrumentenkunde – *Z. f. Phys.*: Zeitschrift für Physik – *Z. f. techn. Phys.*: Zeitschrift für technische Physik.

GENERATORI, OSCILLATORI, TRASMETTITORI.

H. J. Lindenhovius e H. Rinia — **Alimentatore per corrente continua con tensione stabilizzata.** (Rev. techn. Philips, febbraio 1941, VI, 2, pag. 54-61, con 11 fig.).

Viene illustrato lo schema elettrico di uno stabilizzatore di tensione, che può fornire una tensione continua stabilizzata regolabile con continuità. Nell'apparecchio costruito l'intervallo di regolazione è compreso tra 150 e 300 V e la massima intensità della corrente di uscita è di 100 mA. Per una variazione della tensione di rete pari al 5 % si verifica una variazione della tensione di uscita inferiore a 0,004 %. La resistenza interna differenziale è al massimo di 1 Ω per un carico di circa 30 mA, essendo inferiore ai carichi maggiori e crescendo fino ad un massimo di circa 4 Ω per le più basse correnti di uscita. L'apparecchio può essere adoperato come alimentatore stabilizzato di tensione alternativa.

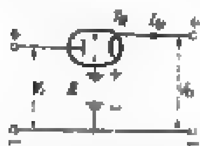


Fig. 1. — Schema di principio dello stabilizzatore

Il principio di funzionamento dello stabilizzatore è illustrato dalla figura 1, in cui V_i è la tensione fornita da un ordinario alimentatore anodico, V_u è la tensione di uscita dallo stabilizzatore ed E è la f. e. m. di una batteria di pile a secco che fornisce la tensione di confronto. Il tubo T_B costituisce una resistenza in serie, variabile nello stesso senso in cui tende a variare la tensione di uscita V_u. La tensione di polarizzazione della griglia del tubo risulta $E - V_u$, se essa è negativa ($V_u < E$), la batteria non eroga corrente e la durata di quest'ultima sarebbe teoricamente illimitata; in pratica è sufficiente eseguire il cambio della batteria una volta all'anno.

Si trova facilmente, che il rapporto α tra le variazioni delle due tensioni di uscita e di entrata risulta

$$\alpha = \left(\frac{\Delta V_u}{\Delta V_i}\right)_{\Delta V_u} = \frac{1}{\mu + 1}.$$

essendo μ il coefficiente di amplificazione del tubo. La resistenza interna del sistema regolatore è:

$$\left(\frac{\Delta V_u}{\Delta I_u}\right)_{\Delta V_i = 0} = \frac{\mu}{S(\mu + 1)}$$

essendo S la transconduttanza del tubo tenendo conto della resistenza R_i dell'alimentatore che fornisce la tensione V_i, si ha come resistenza interna complessiva

$$R_i = \frac{1}{S}\,\frac{\mu}{\mu + 1} + \frac{R}{\mu + 1}$$

Lo schema completo dello stabilizzatore costruito è illustrato nella figura 2, in cui T_R è il tubo regolatore, T_A un tubo amplificatore e T_N un tubo al neon. In esso è inoltre predisposto un divisore di tensione che consente la regolazione continua della tensione di uscita.

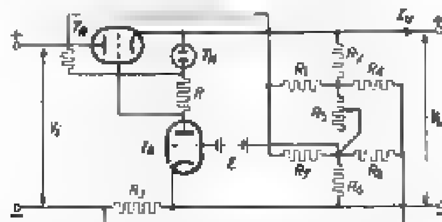


Fig. 2. — Schema completo dello stabilizzatore.

La tensione di polarizzazione della griglia del tubo regolatore T_R è data dalla differenza tra la caduta di tensione nel resistore R e la caduta di tensione (costante) nel tubo al neon T_N. La caduta di tensione in R è la tensione di uscita del tubo amplificatore T_A il quale riceve sulla griglia la differenza tra la tensione E della batteria e la porzione della tensione di uscita V_u determinata dalla posizione del cursore sul resistore R_5. Ne deriva, in primo luogo, che le variazioni di V_u si riportano sulla griglia di T_R moltiplicate per l'amplificazione A fornita da T_A: il che equivale a moltiplicare per A il coefficiente di amplificazione e la transconduttanza del tubo regolatore T_R. In secondo luogo, poichè la polarizzazione del tubo T_R si stabilizza a quel valore per cui questo lascia passare la corrente I_u di carico, e poichè tale polarizzazione dipende dalla porzione della tensione V_u determinata dalla posizione del cursore su R_5, ne risulta che la tensione di uscita si stabilisce ad un valore diverso spostando il detto cursore; in tal modo si ottiene la regolazione della tensione di uscita.

Il tubo T_N ha lo scopo di ridurre le variazioni percentuali della corrente anodica del tubo T_A e quindi di rendere praticamente costante l'amplificazione A al variare della corrente di carico.

Il resistore R_1 serve ad aumentare il potere regolatore del sistema. Facendo,

$$\frac{R_1}{R_2} = A\mu - 1$$

si otterrebbe una regolazione perfetta. I resistori R_3 ed R_4 compensano la resistenza dell'alimentatore, in modo preciso se è

$$R_3 \frac{R_2}{R_2 + R_4} = \frac{1}{AS}$$

Queste due compensazioni non possono essere esatte per qualsiasi valore di corrente perchè A, μ ed S variano, per quanto poco, con la corrente.

Infine, i resistori R_7 ed R_8 consentono di costituire due ponti (se V_u è costante, i due morsetti d'uscita risultano in corto circuito rispetto alle variazioni di V_i) i quali evitano che la regolazione del resistore R_5 influisca sul grado di compensazione. Pertanto dovrà essere:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_7}{R_8} \qquad \frac{R_4}{R_2} = \frac{R_6}{R_5}.$$

R. S.

VARIE.

W. M. H. Schulze — **Clima tropicale e tecnica delle comunicazioni elettriche.** (E. N. T., giugno 1941, XVIII, 6, pag. 134-147, con 29 fig.)

Vi sono tre tipi fondamentali di clima tropicale e precisamente: il desertico, quello delle steppe e savane e, infine, quello delle foreste vergini. Il primo è caratterizzato da temperature elevate, con sbalzi repentini e molto grandi, l'umidità è invece moderata. Il clima delle foreste vergini si distingue per l'elevata umidità (spesso il 90 % per periodi anche di più settimane), la temperatura è più moderata e con oscillazioni molto minori, ed è assai raro che si presentino contemporaneamente massimi di temperatura e di umidità. Infine, il clima delle steppe e savane ha caratteristiche intermedie (alternandosi periodi con clima del tipo secco e caldo con altri del tipo umido), più moderate, e la durata dei periodi ad alta temperatura od a grande umidità è breve.

L'umidità superiore al 90 % influenza in modo proibitivo il comportamento di sostanze isolanti porose od igroscopiche. Cartoni impregnati con resine fenoliche e similari, e pezzi ottenuti con siffatte polveri stampate, hanno pure cattivo comportamento, è necessario un lungo tempo (fino a 100 giorni ed oltre) in camera di prova tropicale, ma l'umidità finisce per penetrare e modificare notevolmente le caratteristiche dell'isolante. Inoltre, un pezzo, una volta che abbia assorbito l'umidità, anche se dopo viene completamente essiccato, non torna nelle condizioni primitive, poichè sottoposto nuovamente ad alta umidità l'assorbe

con estrema rapidità (ciò è dovuto a complicate alterazioni nella microstruttura).

Ottimo comportamento hanno invece dimostrato sostanze del tipo luvican, igamid, cibanit, e via dicendo. La gomma ha un comportamento abbastanza singolare: sottoposta ad una prova di umidità, dapprima peggiora rapidamente, poi torna a migliorare, e dopo 200-300 giorni riassume quasi le caratteristiche originarie; sottoposta ora ad essiccamento ha un ciclo analogo e, precisamente, prima peggiora sino a raggiungere un minimo d'isolamento e poi torna a migliorare.

Per proteggere bobine ed altri organi delicati le lacche e vernici hanno scarsa efficacia; anche una protezione con polistirolo rallenta l'infiltrazione di umidità, ma non la elimina. Conviene quindi racchiudere gli organi più delicati in scatole a chiusura ermetica che sole garantiscono una permanente ed effettiva protezione.

Nel considerare le alte temperature bisogna tenere presente anche il riscaldamento diretto o indiretto dei raggi solari, sommando allora questo al riscaldamento proprio degli apparecchi si vede che per un clima desertico occorrono cere ed altre sostanze che non si alterino o rammolliscano almeno sino a 90°C. Per quanto riguarda le cere il problema è complicato dal fatto che gli sbalzi di temperatura sono grandi, e poichè non è raro scendere sotto zero ed arrivare anche a — 10°C si richiede allora che a bassa temperatura le cere non divengano troppo fragili e non si fessurino.

Si è poi notato che alcuni isolanti con molecole a struttura polare (ad esempio, la colofonia) per certe temperature e frequenze aumentano in modo notevole e selettivamente le perdite, per una complessa risonanza molecolare. In generale poi, per tutti gli organi un poco delicati i primi cicli termici sono irreversibili e conviene invecchiare preventivamente gli apparecchi assoggettandoli a qualche ciclo a 100°C e tararli di nuovo dopo, se necessario.

In fine non bisogna dimenticare le altre eventuali cause di alterazioni di funzionamento o corrosione che sono più o meno legate al clima tropicale: brinate frequentissime, sabbia, temporali frequenti e violenti, muffe, termiti ed altri insetti, e così via.

G. C.

LIBRI E PUBBLICAZIONI

D. E. Ravalico. *Il radiolibro*. VI edizione. — U. Hoepli, Milano, 1942. Un volume di XXXV-490 pagine, con 208 figure, 216 schemi di apparecchi, 35 tabelle e 19 tavole fuori testo. — Prezzo L. 42.

È questa la sesta edizione rinnovata ed aggiornata di un libro di cui si è già data notizia (1). Attraverso le successive edizioni, il volume, pur conservando il suo carattere generale, ha subito tali modificazioni nella materia da potersi considerare un'opera nuova. Molti argomenti che, se convenientemente sviluppati, avrebbero appesantito oltre misura la sua mole, sono stati opportunamente soppressi per trovare posto in altre pubblicazioni dell'autore.

Nel primo capitolo vengono passate rapidamente in rassegna le unità di misura, i simboli e le formule di applicazione più frequente. Il secondo, il terzo e il quarto capitolo sono consacrati ai tubi elettronici. A un'elementare descrizione dei principi di funzionamento segue un'estesa e talvolta assai particolareggiata esposizione delle caratteristiche dei tubi, sia della serie europea, sia della serie americana.

Brevi capitoli sono poi dedicati all'alimentazione dei ricevitori, ai condensatori, ai regolatori di volume, di sensibilità e di tono, alle caratteristiche generali dei moderni apparecchi e infine ai ricevitori portatili. Al capitolo undicesimo, dedicato allo stato attuale della televisione, segue la raccolta delle norme per l'uso, la vendita, la riparazione e la costruzione degli apparecchi radiofonici. Chiudono il volume gli schemi, completi di valori dei componenti, dei ricevitori commerciali della precedente e dell'attuale stagione di produzione.

Il libro, che è tipograficamente bene curato, per la sua completezza sarà consultato con grande vantaggio dalla vasta categoria di lettori a cui è destinato. *Ns. Al.*

(1) A. F., 1933, II, p. 597; A. F., 1935, IV, p. 207.

***

A. Uccelli — *Enciclopedia storica delle scienze e delle loro applicazioni*. Volume I: *Le scienze fisiche e matematiche*. — U. Hoepli, Milano 1941. — Un volume di XXIII-730 pagine, con 1788 figure e 9 tavole fuori testo. — Prezzo L. 250 (legato in pelle e tela L. 300).

Chi almeno una volta non ha desiderato di poter accrescere le proprie cognizioni in un dato campo della scienza, senza dover spendere gran somma di tempo per superare le difficoltà di un'armonica scelta dei testi da consultare? oppure di poter facilmente seguire, attraverso il tempo l'evolversi di un determinato ramo dello scibile, o di individuarvi l'apporto di un singolo studioso?

A soddisfare all'esigenza manifestata da codeste domande si è iniziata, con la comparsa del primo volume, la pubblicazione dell'enciclopedia in esame. Compilata con la collaborazione di valenti studiosi essa si propone di offrire « di ogni dottrina le teorie ed i risultati più recenti in una sintesi chiara di carattere divulgativo, di ogni scienza una visione teorica che valga a mostrare il cammino percorso dagli uomini lungo la strada dell'incivilimento; di ogni applicazione tecnologica un riassunto efficace dei metodi e dei processi di lavorazione, dei problemi storici del nostro tempo una esposizione sistematica e riassuntiva; delle questioni pratiche che si impongono ai nostri giorni un esame obbiettivo da parte di nostri eminenti specialisti; della tecnica, dall'antichità ad oggi, dei panorami ampi e ordinati ».

Il quadro generale dell'opera contempla un complesso di tre volumi in quarto, riccamente illustrati dei quali il primo, testè comparso, è dedicato alle scienze fisiche e matematiche, il secondo, da pubblicarsi prossimamente, riguarderà le scienze applicate e la tecnica, l'ultimo, previsto anch'esso a breve scadenza, le applicazioni ed i problemi dell'ora. Il lavoro deve risultare pertanto compiuto in brevissimo tempo e ciò costituirà per esso un non indifferente titolo di pregio.

In alcune interessanti pagine intitolate « giustificazioni e premesse », che fanno da introduzione al primo volume, si espongono i concetti posti a base dell'opera e le ragioni della classificazione della materia.

Nel presente volume essa è separata in due parti. La prima tratta della scienza dai primordi fino a tutto il secolo XVIII ed è a sua volta suddivisa in: scienza antica, le matematiche, lo spazio ed il tempo, la meccanica e la fisica, il sistema del mondo, dall'alchimia alla chimica, cosmografia generale. La seconda parte, che riguarda lo sviluppo della scienza nel secolo XIX, è distinta in due sezioni, la prima delle quali illustra in undici capitoli le matematiche, le grandezze fisiche e le unità di misura, la meccanica, gli stati della materia, le vibrazioni e l'acustica, il calore, l'ottica, l'elettricità ed il magnetismo, la chimica generale e inorganica, la chimica organica ed i problemi connessi, l'a

strofisica. Con questa si chiude il primo volume, la seconda sezione della seconda parte, che comprende la geofisica, pur essendo un tutt'uno con la materia contenuta nel primo volume, figurerà invece nel secondo che, come si è detto, sarà dedicato alle scienze applicate e alla tecnica.

Piacevole ed utile riesce la lettura di ognuno dei capitoli, anche se taluno di essi non è immune da quelle inesattezze praticamente inevitabili in un'esposizione densa di concetti, la quale, per l'ampia classe dei lettori cui è destinata, deve sovente far ricorso all'intuizione e valersi delle tanto delicate analogie. Sotto tale aspetto, difficoltà senza dubbio non lievi, e perciò anche possibilità di imprecisioni, si manifestano per esempio nei capitoli che trattano delle grandezze fisiche e delle unità di misura, dell'elettricità e del magnetismo.

Le illustrazioni scelte bene e distribuite con larghezza contribuiscono a facilitare e a rendere attraente la lettura del testo, dando chiara visione di schemi, di complessi sperimentali, di macchine e via dicendo. Le figure dei grandi precursori e scienziati, che adornano la parte più propriamente storica, completano l'opera in modo pregevole. Anche le diciture per le illustrazioni sono chiare ed esplicative.

Nel suo insieme l'opera costituisce certamente un contributo utile ed efficace alla diffusione della storia della scienza ed alla divulgazione della scienza stessa e delle sue applicazioni. *R. G.*

* * *

H. Rothe u. W. Kleen. — *Elektronenröhren als Anfangsstufen-Verstärker.* — Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1940. — Un volume di XIII-303 pagine, con 197 figure. — Prezzo R. M. 17,40 (legato in tela R. M. 19).

Il volume fa parte di una vasta enciclopedia radiotecnica e si occupa, come dice il titolo, dei tubi elettronici nei preamplificatori.

La trattazione segue le linee ormai tradizionali e sviluppa, da un punto di vista essenzialmente analitico, le proprietà lineari e quelle non lineari dei tubi di piccola potenza. Essa è completata, quando occorre, da metodi grafici per lo sviluppo di alcune questioni, ed accenna altresì a qualche dispositivo di misura. Fa ricorso alle sole matematiche elementari, tranne che nel breve capitolo ove si studiano le distorsioni mediante la rappresentazione delle caratteristiche per mezzo di funzioni esponenziali; la trattazione ha i pregi di una grande chiarezza e di una notevole semplicità, che rendono la lettura del volume facile e piana.

In linea di massima si nota come sia dato esteso sviluppo alle questioni che riguardano le distorsioni non lineari, mentre se ne dà meno a quelle connesse col comportamento dei circuiti di accoppiamento, in modo che i capitoli che trattano, ad esempio, degli amplificatori

di banda e della correzione delle distorsioni lineari con la controreazione appaiono alquanto concisi nel quadro generale del lavoro.

Il volume termina con pregevoli trattazioni sugli effetti granulari di emissione e sulla microfonicità dei tubi. Ciascun capitolo dell'opera è corredato da ampi riferimenti bibliografici; i simboli e le notazioni si scostano a volte da quelli sanzionati internazionalmente. Ottima ed accurata la presentazione tipografica. *A. Br.*

***

H. Rothe u. W. Kleen. — *Elektronenröhren als End- und Senderverstärker.* — Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1940. — Un volume di X-141 pagine, con 118 figure. — Prezzo R. M. 9,40 (legato in tela R. M. 11).

È questo il quarto volume della « Bücherei der Hochfrequenztechnik » e riconferma le doti di chiarezza e di semplicità dei precedenti.

La trattazione dei vari argomenti si svolge in forma essenzialmente analitica, ma senza far ricorso alle matematiche superiori. Del triodo, in generale, viene considerato il comportamento lineare, non trascurando però un cenno di quanto accade quando si deva abbandonare tale ipotesi.

Gli argomenti trattati sono: gli amplificatori finali di potenza nelle classi A e B, gli amplificatori finali di potenza in controfase di classe A e di classe A-B, gli amplificatori di potenza a radiofrequenza; la modulazione e la manipolazione; la moltiplicazione di frequenza.

Tutta l'esposizione segue lo schema ormai classico: si fa frequentemente riferimento a circuiti equivalenti; numerosi nitidi diagrammi ed una copiosa bibliografia al termine di ogni capitolo accompagnano il testo. Si può affermare che il volume costituisce un'ottima guida per lo studioso ed il tecnico che devono trattare questi problemi. *A. Br.*

***

H. Barkhausen. — *Einführung in die Schwingungslehre.* II Auflage. — S. Hirzel, Leipzig, 1940. — Un volume di VII-128 pagine, con 118 figure. — Prezzo R. M. 5 (legato R. M. 6,50).

È questa la seconda edizione del ben noto volume, già recensito a suo tempo (¹): è una ristampa, uguale alla prima edizione, alla quale però, al termine dell'introduzione, è stato aggiunto un periodo che mette opportunamente in rilievo un aspetto interessante del contenuto. Dopo aver fatto alcune considerazioni sull'utilità di studiare comparativamente le vibrazioni meccaniche e quelle elettriche, aggiunge

---

(¹) A. F., 1933, II, p. 284.

infatti l'autore « Inoltre mi sembra proprio che per il principiante, il quale non ha ancora confidenza con il calcolo differenziale, l'insegnamento della scienza delle vibrazioni sia particolarmente opportuno per imparare a comprendere il significato fisico di questo linguaggio matematico basato sulle formule ».

Tale dichiarazione ribadisce la portata e lo scopo del volume, giustificando pienamente il fatto che — pure a distanza di molti anni — nulla si sia trovato da variare di quanto era stato scritto (magistralmente, in verità) nel 1932 come introduzione allo studio delle vibrazioni meccaniche ed elettriche.

La prima parte tratta delle vibrazioni sinoidali e della loro rappresentazione (definizione di ampiezza, frequenza, fase, velocità e accelerazione). Considera le vibrazioni proprie (azione di forze elastiche e quasi elastiche, energia in giuoco nel sistema oscillatorio, smorzamento e sue varietà), le vibrazioni forzate sotto l'azione di una forza esterna periodica, i fenomeni di risonanza, le oscillazioni elettriche e le loro analogie con quelle meccaniche, la composizione di più fenomeni oscillatori e la decomposizione di oscillazioni non periodiche in componenti periodici.

Nella seconda parte si studiano i sistemi suscettibili di entrare in oscillazione, definendo il significato dei gradi di libertà. Si comincia con il caso di due gradi di libertà nei sistemi accoppiati, meccanici ed elettrici, si passa poi a quello d'infiniti gradi di libertà, comprendendovi la teoria delle onde migranti. Fra le oscillazioni meccaniche vengono prese in esame quelle delle aste, dei tubi, dei diapason, delle membrane, delle onde liquide superficiali e delle sonore; fra le oscillazioni elettriche quelle di un conduttore rettilineo filiforme, di una linea bifilare, di una bobina, di due sfere accoppiate a bipolo. Per entrambe le classi sono forniti dati sulle frequenze praticamente ottenibili.

Nella terza ed ultima parte si descrivono i principali modi di produrre le oscillazioni, siano esse elettriche o meccaniche, studiando dapprima le smorzate, poi le persistenti. Per queste vengono esaminati separatamente i casi di eccitazione mediante sorgenti di natura periodica e aperiodica.

L'opera termina con un utile indice per materie. L'esposizione presenta spiccate doti di ordine e di chiarezza, anche per le figure che assai bene illustrano il testo. L'edizione, come in generale quelle di Hirzel, è nitidamente stampata ed accuratamente presentata. C. E.







VOL. XI - N. 2 (PUBBLICAZIONE MENSILE) FEBBRAIO 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA
TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA







ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2/2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

Vol. XI | Febbraio 1942 XX | N. 2

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'Associazione Elettrotecnica Italiana

Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità:* Milano (122), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3/1189.

È gradita la collaborazione dei lettori. Gli scritti dei singoli Autori non impegnano la Redazione e quelli della Redazione non impegnano il Comitato Direttivo. I manoscritti non si restituiscono.

Abbonamento annuo . . . **L. 50**
per i soci A.E.I. o S.I.F. » **40**
Un numero separato . . . » **6**

Annate arretrate I (1932), **L. 80**; II (1933), III (1934), IV (1935), V (1936), VI (1937), **L. 40** ciascuna; le successive **L. 50** ciascuna

SOMMARIO

Summarische Uebersichten in deutscher Sprache

Résumés en langue française

English summaries

Vol. XI Febbraio 1942-XX N. 2

ALTA FREQUENZA



Progetto di filtri.

Fu giustamente osservato che uno dei più interessanti problemi, posti dapprima come quesiti da sciogliere e poi risolti dall elettrotecnica, è stato senza dubbio quello dei filtri, intesi come sistemi selettivi che lascino passare liberamente le correnti in una certa gamma di frequenza ed arrestino le altre. Dai primi dispositivi studiati e adottati quasi contemporaneamente dal Wagner in Germania e dal Campbell negli Stati Uniti d'America, al tempo della prima guerra mondiale, molto cammino si è fatto: l'indagine scientifica e le applicazioni sono state sviluppate assai largamente e una completa bibliografia su di esse sarebbe vastissima, si può dire impossibile, se la si pretendesse esauriente appieno.

La teoria dei filtri è oggi ben conosciuta, anche se presentata talvolta dalle varie scuole in forma diversa. essa è oggetto di insegnamento nei corsi di elettrotecnica, tema di libri e di trattati. Ma chi vive fra i problemi della tecnica sa come, anche se si dispone di un'ampia scorta di conoscenze acquisite e di una notevole ricchezza di fonti da consultare non manchino di presentarsi questioni la cui risposta pretende un nuovo studio. Sono casi in cui il conoscere la soluzione conseguita da altri può essere di giovamento per chi si trovi a dover rispondere a quesiti analoghi, onde notizie di tal genere vengono giustamente considerate come una forma di contributo alla letteratura scientifica e tecnica, non meno utile di altre al progresso delle nostre conoscenze più particolarmente applicative.

Rientra in questa categoria lo scritto dell'ingegnere MARIANI, che pubblichiamo nel presente fascicolo. Esso espone i criteri di progetto dei filtri di livellamento per l'alimentazione di radiotrasmettitori con tensioni raddrizzate, e mostra come il problema di tale dimensiona-

mento, che risulterebbe in talune parti indeterminato sotto l'aspetto strettamente tecnico, possa definirsi in modo abbastanza semplice, se si portano in conto criteri di minimo costo

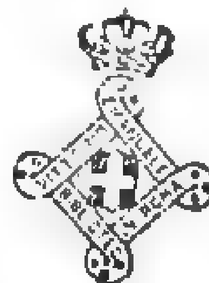
Oscillazioni di rilassamento.

Per la parte poi più specialmente culturale, è nostra convinzione che cómpito della stampa specializzata debba essere non soltanto quello di fornire la trattazione di soggetti nuovi o di scritti aventi carattere di schietta originalità, sibbene anche quello di ripresentare di tempo in tempo all'osservazione del lettore argomenti già noti, contribuendo alla migliore conoscenza di essi con l'apporto di esposizioni che ne mettano in rilievo aspetti particolari o che ne riprendano la trattazione con intenti monografici, di coordinamento e d'inquadramento, quasi capitoli di un testo moderno di materia più vasta, nel cui schema sia da inserire il tema considerato E siamo certi — anche per esperienza diretta — che molti lettori gradiscono scritti siffatti, utili più di quelli strettamente originali a rinfrescare e mantenere al corrente cognizioni, magari già acquisite, ma rimaste talvolta, per così dire, in una specie di letargo

Già in altre occasioni « Alta Frequenza » ha pubblicato lavori riguardanti le oscillazioni di rilassamento: essi hanno costituito importanti contributi alla conoscenza, così teorica, come sperimentale, del fenomeno. Ora è la volta di una chiara e piana esposizione riassuntiva di taluni dei più importanti studi fino ad ora resi noti sull'argomento, nella quale il professore GRAFFI accompagna il lettore nel cammino seguito per produrre e per interpretare nella forma più aderente alla realtà codeste oscillazioni, che si possono definire come una successione periodica di fenomeni aperiodici

Ma se sotto questo aspetto l'articolo non mancherà di interessare, suo scopo è anche quello di mostrare la molteplicità dei campi nei quali si rilevano fenomeni consimili, dai singoli capitoli della fisica a quelli delle altre scienze naturali, richiamando l'attenzione degli elettrotecnici sulla portata che la più precisa conoscenza delle oscillazioni elettriche di rilassamento può avere. Gli esempi suggestivi che vengono dati, bene avvalorano tale affermazione, mentre ci mostrano ancora una volta quali insospettati legami di affinità si ritrovino tra i fenomeni più apparentemente disparati, quando si sappia con opportuno senso di astrazione considerarli in un panorama più generale e più vasto.

LA REDAZIONE.



CRITERI DI PROGETTO DEI FILTRI DI LIVELLAMENTO PER RADIOTRASMETTITORI

MARIO MARIANI

Riassunte le caratteristiche delle tensioni raddrizzate in relazione ai più comuni schemi monofasi e polifasi vengono richiamate le espressioni per il calcolo dell'attenuazione di filtri passa-basso ad una, due e tre cellule. Sono poi forniti i criteri di delimitazione nella scelta dei singoli valori di induttanza e capacità, deducendo infine le espressioni atte ad orientare nel dimensionamento della capacità di uscita del filtro, affinchè esso possa sopperire alle punte di assorbimento conseguenti alla modulazione.

Le favorevoli caratteristiche dei raddrizzatori statici di tensione per quanto concerne il rendimento, la sicurezza di esercizio, la semplicità di manutenzione e la prontezza di risposta agli organi di comando e di regolazione, hanno reso ormai generale il loro uso per l'ottenimento di tensioni continue elevate quali occorrono nei radiotrasmettitori.

Ad eliminare le fluttuazioni sensibili della tensione o, più precisamente, ad evitarne la propagazione ai circuiti utilizzatori, si dispongono i filtri di livellamento il cui tipo e le cui dimensioni discendono, come vedremo, sia dalle caratteristiche della tensione raddrizzata, sia dal tipo di utilizzazione.

Caratteristiche della tensione raddrizzata.

La tensione continua erogata da un raddrizzatore varia da un valore massimo V_M uguale all'ampiezza della tensione alternata alimentatrice (che si suppone sinusoidale), ad un valore minimo V_m che dipende dal numero di fasi p del raddrizzatore.

Mentre per raddrizzatori monofasi (siano essi «a mezza onda» o «a piena onda» e indipendentemente dal numero di tubi adoperati) si ha $V_m = 0$, per quelli polifasi il valore minimo della tensione raddrizzata, esprimibile con

1] $$V_m = V_M \cos\frac{\pi}{p}$$

assume valori non nulli e sempre maggiori col crescere del numero delle fasi (fig. 1).

Anche il valore medio V_0 della tensione raddrizzata si approssima, col crescere di p, all'ampiezza V_M della tensione alternata. Ed infatti

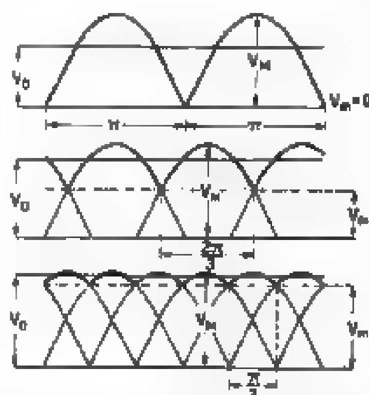


Fig. 1. Tensione massima (V_M), minima (V_m) e media (V_0) per raddrizzatori monofase (a piena onda), trifase ed esafase.

il rapporto tra queste tensioni o tra la V_0 ed il valore efficace V della tensione alimentatrice, è espresso da una funzione crescente al crescere di p essendo (1):

[2] $$V_0 = V_M \frac{p}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{p} = \sqrt{2}\, V \frac{p}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{p} .$$

Tabella I.

Tipo di circuito	Tubi o anodi	$\frac{V_m}{V_0}$	$\frac{V_0}{V_M}$	$\frac{V_0}{V}$	Frequenza minima
Monofase a mezza onda	1	0,000	0,318	0,450	f
Monofase a piena onda ..	2	0,000	0,636	0,900	$2f$
Monofase a piena onda ..	4	0,000	0,636	0,900	$2f$
Trifase a mezza onda	3	0,500	0,827	1,170	$3f$
Trifase a doppia stella ..	6	0,866	0,827	1,170	$6f$
Trifase a piena onda	6	0,866	1,654	2,339	$6f$
Tetrafase a mezza onda .	4	0,707	0,900	1,273	$4f$
Esafase a mezza onda ...	6	0,866	0,955	1,350	$6f$
Dodecafase a mezza onda	12	0,966	0,988	1,396	$12f$

(1) G. De Fassi: Criteri di dimensionamento dei filtri di livello per mutatori polifasi - R. C. XLIV Riunione A. E. I. 1940, XVIII, 148

I valori dei rapporti V_m/V_0, V_0/V_M e V_0/V, per i tipi più usati di raddrizzatori (fig. 2), sono riportati nella tabella I.

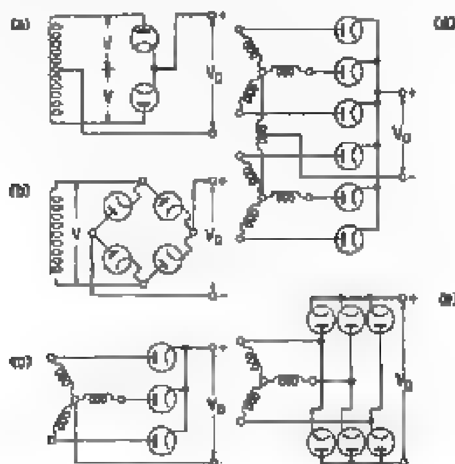


Fig. 2. — Alcuni schemi tipici di raddrizzatori. *a*) monofase a piena onda; *b*) monofase a piena onda (a ponte); *c*) trifase a mezza onda; *d*) trifase a doppia stella; *e*) trifase a piena onda.

Analizzando la forma d'onda della tensione erogata dai raddrizzatori essa risulta esprimibile con la somma algebrica di una componente costante, con valore medio V_0 prima indicato, e di componenti alternative, dette armoniche, con frequenza $f_n = npf$ se f è la frequenza della tensione alimentatrice ed n un numero intero che definisce l'ordine dell'armonica (figura 3).

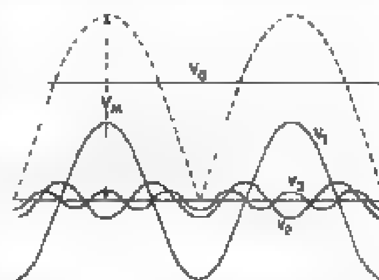


Fig. 3. — Scomposizione in armoniche della tensione erogata da un raddrizzatore monofase a piena onda.

L'ampiezza di queste tensioni armoniche è esprimibile con la relazione generica

$$[3] \qquad V_n = \frac{2\,V_0}{n^2p^2 - 1}$$

e risulta decrescente sia con il numero p delle fasi del raddrizzatore, sia con l'ordine n dell'armonica che si considera. Calcolando tale espressione per i tipi di raddrizzatori già esaminati, e fino alla 4ª armonica, si hanno i valori indicati nella tabella II, dalla quale appare come l'ampiezza fondamentale, che è il

150 % della tensione V_0 per i raddrizzatori ad una semionda, si riduca già al 25 % nei trifasi ed a 1,4 % per i dodecafasi.

TABELLA II

Frequenza minima	Ampiezza delle armoniche / Valore medio = V_n / V_0			
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
f	1,57	0,667	0,250	0,133
$2f$	0,667	0,133	0,057	0,032
$3f$	0,250	0,057	0,025	0,014
$4f$	0,133	0,032	0,014	0,0079
$6f$	0,057	0,014	0,006	0,0034
$12f$	0,014	0,0034	0,0015	0,0009

Filtri di livellamento per radiotrasmettitori.

Il livellamento della tensione di alimentazione dei radiotrasmettitori è ottenuto con filtri passa-basso, generalmente costituiti da una o più cellule « a squadra » come è indicato nella figura 4.

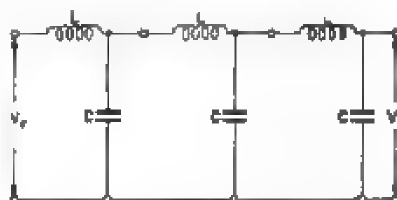


Fig. 4. — Schema tipico di un filtro passa-basso per radiotrasmettitori.

L'entrata del filtro è preferibilmente costituita da una induttanza, ottenendosi così una migliore regolazione di tensione al variare del carico ed una limitazione delle sovratensioni di inserzione e disinserzione. Inoltre, con tale disposizione si viene ad avere all'uscita un condensatore che può essere dimensionato in modo da agire da volano nelle punte di modulazione.

Il calcolo di questi filtri si basa anzitutto sull'attenuazione che si vuole ottenere — cioè sul rapporto $A = V_e/V_u$ tra le tensioni di ondulazione all'entrata ed all'uscita del filtro — riferita all'ampiezza dell'armonica più bassa, di frequenza pf, presente nella tensione raddrizzata.

Possiamo infatti scrivere, relativamente alla 1ª armonica:

4] $$A = \frac{V_1}{V_u} = \frac{V_1}{V_0} : \frac{V_u}{V_0} ,$$

in cui il primo rapporto dipende, come si è già visto, dal raddrizzatore adoperato, mentre il secondo viene fissato in base alle esigenze dello stadio alimentato.

I valori generalmente suggeriti (2) sono per:

controfase in classe A stadi di bassa
frequenza .... $\frac{V_u}{V_0} = 0{,}025$
trasmettitori radiotelegrafici .... » $= 0{,}005$
trasmettitori radiofonici .... » $= 0{,}001 \div 0{,}005$
stadi di bassa frequenza ad alta qualità » $= 0{,}0005 \div 0{,}001$

Conseguentemente si giunge ai valori di A indicati nella tabella III

TABELLA III

Numero di anodi	Attenuazione A per $V_u/V_0 =$						
	0,0005	0,001	0,0025	0,005	0,01	0,025	0,05
1	—	—	628	314	157	62,8	31,4
2		667	265	133	67	27	13
3	500	250	100	50	25	10	5
6	114	57	23	11	6	—	—
12	28	14	6	3			

Calcolo dell'attenuazione dei filtri.

L'attenuazione determinata da un filtro è funzione del prodotto LC dell'induttanza e della capacità di ciascuna cellula e del numero k di cellule. Ai fini pratici possono servire le seguenti espressioni, relative a filtri di 1, 2 e 3 cellule uguali (3), in cui è $\omega = 2\pi f$ la pulsazione di rete

5] $$\begin{aligned} A_1 &= p^2\omega^2LC - 1 \\ A_2 &= (p^2\omega^2LC)^2 - 3\,p^2\omega^2LC + 1 \\ A_3 &= (p^2\omega^2LC)^3 - 5\,(p^2\omega^2LC)^2 + 6\,p^2\omega^2LC - 1 , \end{aligned}$$

e che, per valori di $p^2\omega^2LC \gg 1$, possono semplificarsi in

$$A_k = (p^2\omega^2LC)^k .$$

(2) L. PALLAVICINO: Alimentatori per radiotrasmettitori - R. C. XLIV Riunione A. E. I. 1940, XVIII, 206.

(3) D. M. DUINKER: Siebkreise für Gleichrichter - E. u. M., 1937, LV p. 381.

Nella figura 5 sono riportate le curve di A_1, A_2 e A_3 in funzione del prodotto LC per raddrizzatori a 1, 2, 3, 6 e 12 anodi; valendosi di queste si può facilmente risalire al valore LC (H · μF) per ciascuna cellula, quando sia prefissata l'attenuazione totale del filtro.

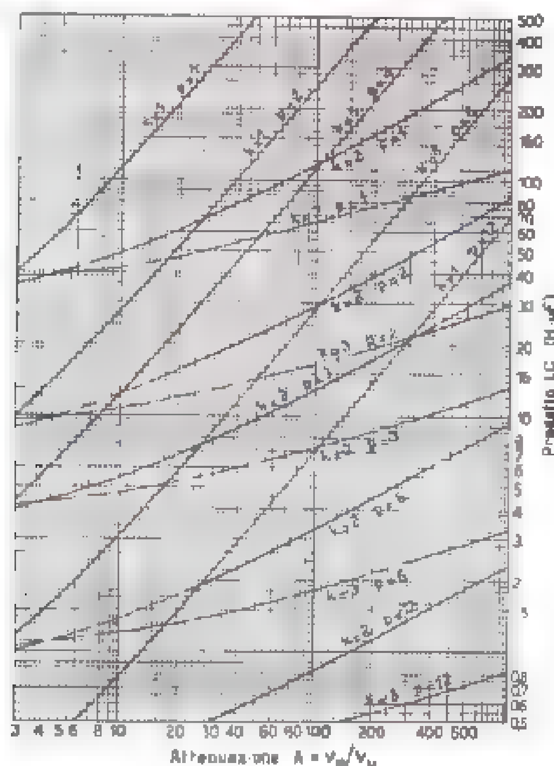


Fig. 5. - Abaco per il calcolo dei filtri di livello con $k = 1$, 2 e 3 cellule a squadra, calcolato per frequenza della rete di 50 Hz. Per una frequenza f' diversa, il prodotto LC deve essere moltiplicato per $(50/f')^2$.

È però da notare che le espressioni [1], [2] e [3] sono applicabili ai sistemi polifasi solo nell'ipotesi che essi siano simmetrici. Esistono in effetto cause di dissimmetria, sia nella forma, fase e ampiezza della tensione delle reti trifasi, sia nella diversa dispersione negli avvolgimenti del trasformatore, sia anche nella diversità di caratteristiche tra le fasi del raddrizzatore, che introducono pulsazioni inferiori a $p\omega$ nella tensione di ondulazione (⁴).

(⁴) Loc. cit., nota (¹).

Le ampiezze corrispondenti alla pulsazione minima dovuta a tali cause, che è ω per $p = 3$ e 2ω per $p = 6$, assumono valori dell'ordine di 0,5 ÷ 0,6 % di V_M per ogni per cento di differenza di una delle tensioni di rete rispetto alle altre due. Si rende quindi necessaria una verifica delle attenuazioni a tali pulsazioni, il che può farsi utilizzando lo stesso abaco di figura 5, per valori di p opportunamente più bassi in relazione alla subarmonica da considerare (e cioè, $p = 1$ per i sistemi trifasi e $p = 2$ per gli esafasi). In ogni modo deve essere $A > 3$ per evitare fenomeni di risonanza.

Ritenendo in linea di massima, che i costi dei condensatori e delle induttanze siano proporzionali rispettivamente ai valori di capacità e d'induttanza, il costo dei filtri può assumersi proporzionale a:

LC per filtri a 1 cellula
$4\,LC$ » » » 2 cellule
$9\,LC$ » » » 3 cellule

Si deduce allora, dalle espressioni precedenti [5], che i filtri a 1 e 2 cellule hanno ugual costo per $A_1 = A_2 = 26$ e quelli a 2 e 3 cellule per $A_2 = A_3 = 315$ e che cioè per attenuazioni minori di 26 sono più convenienti i filtri a una cellula, per attenuazioni comprese fra 26 e 315 quelli a due cellule e per attenuazioni maggiori di 315 sono da preferire i filtri a tre cellule.

Determinazione dei valori di L e C.

La precisazione dei fattori del prodotto LC non è critica ai fini del livellamento, ma tuttavia si possono fissare alcuni limiti tecnici ed economici atti a restringere la gamma dei valori ammissibili.

Si osservi in primo luogo (5) (6) che l'induttanza di entrata del filtro deve essere di valore tale da mantenere un flusso continuo di corrente durante il normale esercizio e cioè tale che le ondulazioni di corrente risultino inferiori alla corrente continua ($I_0 = V_0/R$) del carico. Limitandosi, come è lecito, alla considerazione della prima armonica ($n = 1$) ed essendo $p\omega L \gg 1/(p\omega C)$, si può scrivere:

$$I_1 = \frac{2}{p^2 - 1} \cdot \frac{V_0}{p\omega L} = \frac{2}{p^2 - 1} \cdot \frac{R}{p\omega L} I_0 ,$$

e affinchè risulti $I_1 < I_0$ deve essere

[6] $$L > \frac{2}{p^2 - 1} \cdot \frac{R}{p\omega} .$$

---

(5) F. E. Terman: Radio engineering - McGraw Hill, New York, 1932, p. 410.

(6) Loc. cit. nota (3).

Una seconda limitazione può essere ricavata dal massimo valore della corrente di cresta, I_c, ammissibile per il raddrizzatore. Essendo:

$$I_c = I_0 + I_1 = I_0 + \frac{2 V_0}{p\omega L(p^2 - 1)} ,$$

si deduce

[7]
$$L > \frac{2 V_0}{p\omega(p^2 - 1)(I_c - I_0)} .$$

Debbono infine considerarsi i fenomeni di inserzione, per i quali si può valutare una corrente massima dell'ordine di

$$I_M \simeq V_M \sqrt{\frac{C}{L}} ,$$

che deve pure risultare minore di I_c; si deduce così

[8]
$$\frac{L}{C} > \left(\frac{V_M}{I_c}\right)^2$$

Tale condizione non è da considerarsi nel caso di raddrizzatori a griglia di comando, pei quali sia prevista un'applicazione graduale della tensione.

Soddisfatte le esigenze di ordine tecnico richiamate in questo paragrafo e nel seguente, si potrà considerare anche, nella scelta dei valori di L e C, il fattore economico. Ritenendo, come è già stato fatto in precedenza, che i costi siano, a pari tensione V_0 e corrente I_0, proporzionali a C e ad L rispettivamente e tenendo conto dell'espressione approssimata dell'attenuazione, si ha per il filtro il costo totale

$$P = \gamma_L hL + \gamma_C hC = h\gamma_L \frac{\sqrt[k]{A}}{p^2\omega^2 C} + h\gamma_C C ,$$

da cui, derivando ed uguagliando a zero, si ricava il valore di C che risulta più economico:

[9]
$$C = \frac{10^6}{p\omega} \sqrt{\frac{\gamma_L}{\gamma_C}} \sqrt[k]{A} \ \mu F ,$$

quando siano noti i costi γ_L (lire/henry) e γ_C (lire/farad).

Il valore così ottenuto deve naturalmente essere arrotondato a quelli di normale produzione.

Dimensionamento del condensatore d'uscita.

Il valore assegnato alla capacità del condensatore finale del filtro, in base alle considerazioni di attenuazione, può risultare insufficiente

quando la corrente continua I_a derivata dal raddrizzatore subisca variazioni periodiche di intensità. Ciò avviene, ad esempio, negli amplificatori di potenza a radiofrequenza modulata funzionanti in classe B (fig. 6) ed anche, seppure in misura minore, negli amplificatori, pure funzionanti in classe B, eccitati a frequenza acustica (fig. 7).

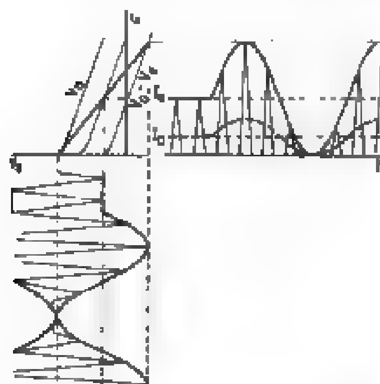


Fig. 6. — Caratteristiche di funzionamento degli amplificatori di potenza a radiofrequenza modulata, funzionanti in classe B.

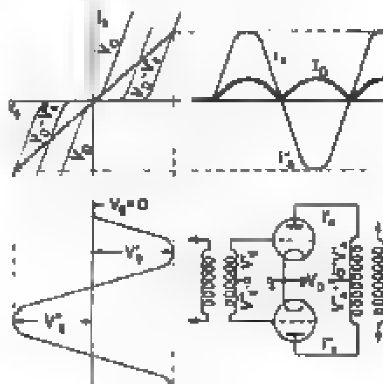


Fig. 7. — Caratteristiche di funzionamento degli amplificatori di potenza a frequenza acustica, attuati con tubi in controfase funzionanti in classe B.

Infatti, in simili casi, contrariamente a quanto avviene per la classe A, la corrente continua anodica I_a (valor medio) non è costante ed indipendente dall'ampiezza della tensione eccitatrice V, ma è a questa proporzionale.

Poichè la reattanza delle bobine si oppone a tali variazioni di I_a, il condensatore finale dovrà avere capacità tale da agire da volano nelle punte di modulazione, così da non consentire variazioni della tensione anodica V_a, all'uscita del raddrizzatore, maggiori dell'1 ÷ 2 ‰, passando dal regime persistente a quello modulato al 100 % (7).

Indicando con $a = V_{am}/V_a$ il valore del rapporto tra le due tensioni ($a = 0{,}999 \div 0{,}998$) e con $\Omega = 2\pi f_a$ la minima pulsazione acustica ($f_a = 30$ Hz), essendo

$$(\Omega^2 L C \quad 1)^2 \gg \frac{\Omega^2 L^2}{R^2}$$

(7) H. PENDER a. K. MCILWAIN: Electrical engineers' handbook Vol. V: Electric communication and electronics - J. Wiley a. Sons, New York, 1936, p. 7-136.

si ha ([8])

$$a \cong \frac{\Omega^2 LC - 1}{\Omega^2 LC - 1 + \dfrac{\Omega^2 L^2}{2R^2(\Omega^2 LC - 1)}} ,$$

e quindi

$$[10] \qquad C = \sqrt{\frac{a}{2(1-a)}} \cdot \frac{1}{\Omega R} + \frac{1}{\Omega^2 L} .$$

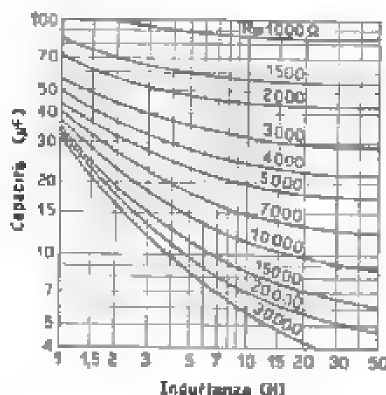


Fig. 8. — Capacità del condensatore d'uscita del filtro, per amplificatori a radiofrequenza modulata funzionanti in classe B.

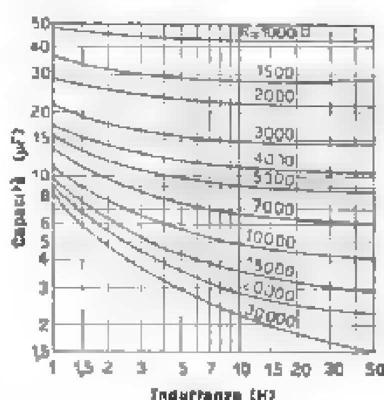


Fig. 9. — Capacità del condensatore d'uscita del filtro, per amplificatori a frequenza acustica attuati con tubi in controfase funzionanti in classe B.

([8]) Nei riflessi delle cadute di tensione provocate dalle variazioni della corrente I_0 con pulsazione acustica Ω il regime senza modulazione e quello a piena modulazione possono essere rappresentati con una resistenza di carico (in parallelo al condensatore C d'uscita) il cui valore sia rispettivamente ∞ ed R.

Secondo tale schema, in assenza di modulazione le tensioni V'_0 e V_0, a monte e a valle dell'induttanza L, stanno nel rapporto

$$\frac{V_0}{V'_0} = \frac{1}{\Omega^2 LC - 1}$$

mentre con piena modulazione si ha, in valore assoluto

$$\frac{V_{mod}}{V'_0} = \frac{1}{\sqrt{(\Omega^2 LC - 1)^2 + \dfrac{\Omega^2 L^2}{R^2}}}$$

Si ricava quindi

$$a = \frac{V_{mod}}{V'_0} = \frac{\Omega^2 LC - 1}{\sqrt{(\Omega^2 LC - 1)^2 + \dfrac{\Omega^2 L^2}{R^2}}} \cong \frac{\Omega^2 LC - 1}{\Omega^2 LC - 1 + \dfrac{\Omega^2 L^2}{2R^2(\Omega^2 LC - 1)}}$$

come si voleva dimostrare.

Negli amplificatori di potenza a radiofrequenza modulata questa espressione porta ai valori di capacità indicati nel grafico della figura 8, in funzione dell'induttanza L e della resistenza di carico $R = V_0/I_0$ quando si ponga $a = 0{,}998$ ed una frequenza acustica minima di 30 Hz.

Per gli amplificatori a frequenza acustica, attuati con due tubi in controfase funzionanti in classe B, la capacità richiesta è minore perchè la pulsazione della corrente I_0 assorbita dal filtro è doppia della minima pulsazione della modulante, talchè l'espressione di calcolo per C può scriversi

$$C = \left[\frac{a}{2(1-a)} \cdot \frac{1}{2\Omega R} + \frac{1}{4\Omega^2 L} \right].$$

In base a questa espressione è calcolato il grafico della figura 9 sempre per $a = 0{,}998$.

Esempi di progetto.

1. - Si debba alimentare mediante un raddrizzatore trifase a mezza onda, uno stadio amplificatore di potenza a radiofrequenza modulata in classe B, che assorbe 0,4 A a 2500 V. La frequenza di rete sia di 50 Hz.

Fissata una tensione di ondulazione residua all'uscita del filtro $V_u/V_0 = 0{,}005$ ed essendo, per $p = 3$, $V_1/V_0 = 0{,}25$ ($V_1 = 625$ V) si deduce

$$A = \frac{0{,}25}{0{,}005} = 50$$

Attuando un filtro a due cellule ($k = 2$), si ricava dall'abaco di figura 5

$$LC = 10 \text{ H} \cdot \mu\text{F}$$

Ritenendo possibili dissimmetrie nelle tensioni dell'ordine del 3 % occorre anche valutare l'attenuazione che il filtro deve determinare sulla subarmonica di frequenza $f_s = 50$ Hz, la cui ampiezza V_s sarà dell'ordine:

$$V_s \cong 3 \cdot \frac{0{,}55}{100} V_M \cong 50 \text{ V}.$$

Cosicchè si deve avere

$$A_s = \frac{V_s}{V_0} : \frac{V_u}{V_0} = \frac{50}{2500} : 0{,}005 = 4$$

e in corrispondenza di questo valore si ricava dall'abaco di figura 5 per $p = 1$ e $k = 2$

$$LC = 40 \text{ H} \cdot \mu\text{F}$$

Converrà quindi attenersi a valori non inferiori a questo.

Per definire i singoli valori di L e C dovranno anzitutto essere soddisfatte le condizioni [6], [7] e [8].

Essendo $R = 2500/0,4 = 6250\,\Omega$ ed $I_c = 1,8$ A la massima corrente di punta ammissibile per il raddrizzatore, si ha rispettivamente:

$$[6'] \qquad L > \frac{1}{4} \cdot \frac{6250}{942} = 1,7 \text{ H}$$

$$[7'] \qquad L > \frac{5000}{942 \cdot 8 \cdot (1,8 - 0,4)} = 0,47 \text{ H}$$

$$[8'] \qquad L > \left(\frac{2500}{3}\right)^2 \cdot C = 0,7 \cdot 10^6 \cdot C$$

Si potrebbero quindi fissare i valori:

$$L = 6 \text{ H} \qquad C = 8\,\mu\text{F}$$

per ciascuna cellula. Verificando però la capacità di uscita del filtro in base all'espressione [10] (fig. 8) ed avendosi in serie una induttanza complessiva di 12 H risulta opportuno elevare tale capacità a 15 μF.

2. - In un radiotrasmettitore, lo stadio finale modulatore funzionante in classe B viene alimentato con un raddrizzatore trifase a piena onda che eroga 10 A a 12 000 V ed è attuato con 6 tubi a vapori di mercurio del tipo a griglia di regolazione.

La frequenza di rete è di 45 Hz.

Essendo $V_1/V_0 = 0,057$ ($V_1 = 700$ V) ed imponendo una ondulazione residua $V_u/V_0 = 0,001$, si deduce

$$A = 0,057 : 0,001 = 57$$

da cui, in base all'abaco della figura 5, risulta, per $k = 1$ e $p = 6$:

$$LC = 10 \cdot \left(\frac{50}{45}\right)^2 \cong 12 \text{ H} \cdot \mu\text{F}$$

Ammettendo però, in linea prudenziale, la possibilità di dissimmetrie nelle tensioni di rete dell'ordine del 3 %, si deve considerare la presenza di una subarmonica di frequenza $f_x = 90$ Hz avente un'ampiezza:

$$V_x \simeq 3 \cdot \frac{0,55}{100} \cdot V_M \cong 200 \text{ V}.$$

Su tale frequenza si richiede perciò un'attenuazione

$$A_x = \frac{200}{12\,000} : 0,001 = 17$$

a cui corrisponde, per $k = 1$ e $p = 2$, un più alto valore del prodotto LC

$$LC > 45 \cdot \left(\frac{50}{45}\right)^2 = 56 \text{ H} \cdot \mu\text{F} .$$

Affinchè poi il condensatore d'uscita possa agire da volano nelle punte di modulazione ed assicurare sulla frequenza minima della modulante ($f_m = 30$ Hz) un'oscillazione di tensione non superiore al 2 %, occorre proporzionare tale condensatore in base all'abaco della figura 9 da cui si rileva che per $R = V_0/I_0 = 1200\ \Omega$, e ponendo $L = 1{,}5$ H si richiede una capacità dell'ordine di 40 μF. La cellula filtrante potrà perciò essere costituita coi valori

$$L = 1{,}5 \text{ H} \qquad C = 40\ \mu\text{F} .$$

Le condizioni limiti [6] e [7] risultano largamente soddisfatte. La condizione [8] non viene considerata presupponendosi, all'inserzione un'applicazione graduale della tensione.

Conclusioni.

Il dimensionamento dei filtri di livello per radiotrasmettitori risulta indeterminato, dal punto di vista strettamente tecnico, nella precisazione del numero di cellule necessarie per ottenere una data attenuazione ed ancor più nella scelta dei valori di L e C costituenti le cellule.

Il problema può però definirsi in modo relativamente semplice, almeno in linea di massima, se si fanno intervenire criteri di minimo costo.

È da tener presente, in ogni caso, che i valori di capacità e induttanza non sono critici agli effetti dell'attenuazione e perciò i valori, desunti in base ai criteri tecnico-economici qui esposti, potranno arrotondarsi così da rientrare nei valori di capacità di normale costruzione presso le ditte specializzate.

L'autore ringrazia il Centro Ducati Normali che ha autorizzato la pubblicazione di questo studio.

Bologna, agosto 1941-XIX

Direzione Tecnica della Ducati

LE OSCILLAZIONI DI RILASSAMENTO

DARIO GRAFFI

Si offre una visione sintetica degli studi fino ad ora pubblicati sulle oscillazioni di rilassamento. Delineato il comportamento elettrico dei circuiti a caratteristiche non lineari, ci si sofferma in modo particolare sui risultati conseguiti da van der Pol, Liénard, Carrara e Rocard. Citati alcuni esempi di sistemi soggetti ad oscillazioni di rilassamento in campi diversi da quello elettrotecnico, si mostra l'evidente importanza che tali studi hanno nelle ricerche su molte manifestazioni della fisica e della natura.

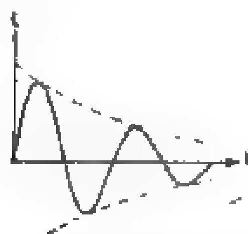
1. - Nella presente memoria, il cui scopo è quello di offrire al lettore uno sguardo sintetico — senza alcuna pretesa di compiutezza — sugli studi che finora sono stati pubblicati in merito alle oscillazioni di rilassamento, ci proponiamo di illustrare anzitutto il comportamento elettrico dei circuiti a caratteristiche non lineari, soffermandoci poi particolarmente sui risultati delle ricerche di van der Pol (1), ricerche, le quali, come è noto, hanno in questo campo un'importanza fondamentale.

Consideriamo anzitutto il classico circuito elettrico costituito da un condensatore di capacità C, da una induttanza L e da una resistenza R, riunite in serie. Indichiamo con Q la carica esistente nell'istante t sulle armature del condensatore. È ben noto che l'intensità di corrente che attraversa il circuito nell'istante t vale dQ/dt, ove si consideri come positiva la corrente di carica, e cioè quella il cui senso è diretto verso l'armatura sottoposta ad un incremento positivo di carica. L'applicazione della legge di Ohm al circuito in esame ci consente allora di scrivere la notissima equazione differenziale:

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 . \qquad (1)$$

(1) Le memorie che ne riassumono i risultati conseguiti sono le seguenti:
B. VAN DER POL: Oscillations sinusoïdales et de relaxation - Onde Él., 1930, IX, p. 245 e 293.
B. VAN DER POL: The nonlinear theory of electric oscillations - Proc. I. R. E., 1934, XXII, p. 1051. In questa memoria si trova una vasta bibliografia sull'argomento.

Effettuando l'integrazione di questa equazione si perviene a definire la legge secondo la quale la carica Q varia con il tempo, e pertanto, in definitiva, la legge che esprime l'andamento della corrente i in funzione del tempo



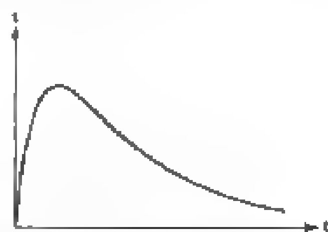


Fig. 1. — Andamento della corrente in un circuito per cui sia $R^2 < 4\,L/C$.

Fig. 2. — Andamento della corrente in un circuito per cui sia $R^2 > 4\,L/C$.

Discutendo l'equazione [1] si trova che — supposta diversa da zero la carica all'istante iniziale, e cioè essendo $Q_{t=0} = Q_0$ all'istante in cui si chiude il circuito — se $R^2 < 4\,L/C$ la corrente i ha un andamento oscillatorio smorzato, con periodo $T = 2\,\pi \sqrt{LC}$ [*] e smorzamento $p = R/(2\,L)$.

La corrente i è cioè rappresentata dal grafico illustrato nella figura 1 ed è espressa dalla relazione:

$$[2] \qquad i = A e^{-pt} \operatorname{sen} \frac{2\,\pi}{T}\, t\,,$$

dove A dipende essenzialmente dal valore di Q_0, ossia dalle condizioni iniziali del circuito. Potremo denominare tale termine A l'« ampiezza » iniziale delle oscillazioni.

Qualora sia invece soddisfatta la condizione $R^2 \geqq 4\,L/C$, la corrente i assume, com'è ben noto, l'andamento di una funzione aperiodica smorzata nel tempo. Tale andamento è illustrato nella figura 2 e risponde alla relazione

$$[3] \qquad i = B_1 e^{\alpha_1 t} + B_2 e^{\alpha_2 t}$$

dove α_1 ed α_2 sono le radici dell'equazione di secondo grado nella incognita z,

$$[4] \qquad L z^2 + R z + \frac{1}{C} = 0$$

[*] A rigore $T = \dfrac{2\,\pi}{\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4\,L^2}}}$; nelle applicazioni, tuttavia, R è per lo più trascurabile a paragone di $2\sqrt{L/C}$ e pertanto è valida la formula del testo.

Tali radici sono, com'è ovvio, reali e negative, perchè l'equazione [4] presenta due permanenze dei segni algebrici. B_1 e B_2 sono due costanti essenzialmente dipendenti dalle condizioni iniziali del circuito.

Ciò premesso, si osservi che se la resistenza R del circuito fosse nulla, si otterrebbe evidentemente un regime oscillatorio con smorzamento p nullo: le oscillazioni risulterebbero persistenti, ad ampiezza costante. La causa dello smorzamento delle oscillazioni risiede dunque nella resistenza insita nel circuito medesimo, ciò che del resto si comprende molto facilmente considerando le energie in giuoco nel circuito. Infatti, poichè per effetto della resistenza nel circuito si dissipa continuamente energia sotto forma termica, e dal momento che il circuito medesimo non riceve alcun apporto di energia dall'esterno, la somma della sua energia elettrica $Q^2/(2C)$ con la sua energia magnetica $Li^2/2$ deve diminuire col tempo. Si intuisce quindi facilmente come la carica Q e la corrente i debbono diminuire col tempo e pertanto essere espresse da funzioni smorzate nel tempo.

Ricordiamo che le trasmissioni radiotelegrafiche furono attuate per la prima volta mediante oscillazioni smorzate del tipo illustrato nella figura 1; tali oscillazioni furono ottenute mediante circuiti i quali sono schematicamente riconducibili a quello ora esaminato. Ma un grande progresso tecnico fu conseguito quando si potè sostituire alle trasmissioni con oscillazioni smorzate quelle con oscillazioni permanenti.

Ora, riflettendo su quanto si è già detto, risulta evidente che per ottenere oscillazioni permanenti, non essendo tecnicamente possibile annullare le resistenze dei circuiti, è necessario compensare le perdite introdotte dalle resistenze stesse. La soluzione di questo problema è stata possibile, in un primo tempo, mediante l'uso di archi voltaici; oggi, si preferisce adoperare allo scopo tubi elettronici.

A titolo di semplificazione di quanto vogliamo esporre in seguito, preferiamo riferirci al primo metodo di produzione delle oscillazioni persistenti, e cioè a quello dell'arco voltaico, perchè una volta note le caratteristiche di funzionamento di questo generatore, riesce più semplice comprendere — almeno dal punto di vista concettuale — quelle dei circuiti associati a tubi elettronici.

2. - Consideriamo dunque un arco voltaico, e sia V la differenza di potenziale fra i due carboni ed I la corrente che lo attraversa. L'esperienza dimostra che la caratteristica statica dell'arco — ottenuta portando sulle ascisse i valori delle correnti e sulle ordinate i valori delle corrispondenti tensioni — ha un andamento del tipo rappresentato nella figura 3.

Si osserva subito che in corrispondenza di valori sufficientemente elevati della corrente I, la caratteristica presenta un tratto discendente il quale, com'è stato dimostrato dalla Ayrton, coincide sensibilmente con una iperbole equilatera avente un asintoto parallelo all'asse delle I. Se $V = f(I)$ è l'equazione della caratteristica, il quoziente differenziale

dV/dI è negativo in corrispondenza del tratto discendente: le tangenti alla curva caratteristica formano cioè un angolo ottuso con l'asse delle ascisse.

Ciò premesso, consideriamo un arco voltaico (fig. 4) alimentato da una forza elettromotrice E. Poniamo in derivazione sull'arco un condensatore di capacità C, in serie con un'induttanza L ed una resistenza R. Denominiamo per brevità «circuito derivato» quello comprendente questi elementi sostanzialmente chiusi in circuito attraverso l'arco, e «circuito di alimentazione» quello comprendente la fonte di alimentazione e l'arco medesimo. In quest'ultimo circuito sono disposte due bobine di induttanza L_1 ed L_2 allo scopo di impedire che verso la sorgente di alimentazione possano infiltrarsi oscillazioni, le quali possono — come vedremo — eventualmente innescarsi nel circuito derivato.

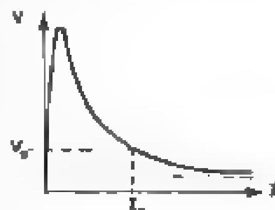


Fig. 3. — Caratteristica statica dell'arco voltaico.

Sia ora I_0 la corrente dell'arco quando è nulla la corrente nel circuito derivato. Il verso di I_0 sia quello segnato nella figura, diretto dall'elettrodo positivo a quello negativo. Se V_0 è la differenza di potenziale fra i carboni dell'arco, sarà

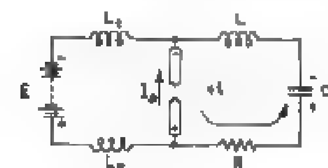


Fig. 4. — Circuito di alimentazione e circuito derivato di un arco voltaico.

$$V_0 = f(I_0) . \tag{5}$$

Supponiamo inoltre che il punto di coordinate I_0 e V_0 si trovi sul tratto discendente della caratteristica, la derivata $f'(I_0)$ sarà allora negativa e si potrà porre $f'(I_0) = -\rho$ (con $\rho > 0$). Questo valore non è altro che la resistenza differenziale dell'arco in corrispondenza del punto (V_0, I_0). È inoltre ovvio che fra le armature del condensatore si avrà la medesima differenza di potenziale V_0 esistente ai capi dell'arco; le medesime armature avranno allora le cariche elettriche $Q_0 = CV_0$.

Supponiamo ora che nel circuito derivato si provochi il passaggio di una corrente i, positiva quando abbia il verso indicato nella figura 4, e cioè quando il suo verso sia opposto a quello della corrente I_0. L'arco è allora attraversato dalla corrente $I_0 - i$ ed assume la differenza di potenziale $V = f(I_0 - i)$. Conseguentemente, si modificano le cariche elettriche esistenti sulle armature del condensatore, passando dal valore Q_0 al valore generico $Q_0 + Q$, e si ha ovviamente

$$i = \frac{d(Q_0 + Q)}{dt} = \frac{dQ}{dt} \tag{6}$$

Applichiamo ora la legge di Ohm al circuito derivato: si ottiene

$$[7] \qquad V - L\frac{di}{dt} - \frac{Q_0 + Q}{C} = Ri$$

ossia, introducendo il valore di V_0 definito dalla [5] e tenendo conto della [6], si ricava

$$[8] \qquad L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} - \left[f\left(I_0 - \frac{dQ}{dt}\right) - f(I_0)\right] + \frac{Q}{C} = 0$$

Giunti a questo punto del calcolo, introduciamo una semplificazione. Supponiamo cioè che la corrente $i = dQ/dt$ sia abbastanza piccola, così da poter tenere conto del solo primo termine dello sviluppo in serie di Taylor della funzione $V = f(I_0 - i) = f(I_0 - dQ/dt)$. Si ha allora

$$[9] \qquad f\left(I_0 - \frac{dQ}{dt}\right) - f(I_0) = -f'(I_0)\frac{dQ}{dt} = \varrho\frac{dQ}{dt}$$

e in siffatte condizioni la [8] diviene:

$$[10] \qquad L\frac{d^2Q}{dt^2} + (R - \varrho)\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Tale equazione è identica alla [1], salvo che in luogo della resistenza R vi è ora la resistenza $(R - \varrho)$, la quale può essere positiva, nulla o negativa, a seconda che R è maggiore, uguale o minore di ϱ.

Se $(R - \varrho)$ è positiva la [9] è l'equazione del circuito classico considerato nel paragrafo 1, avente la resistenza positiva $(R - \varrho)$. La corrente i può assumere perciò un andamento oscillatorio oppure aperiodico, esso sarà però in ogni caso smorzato.

Supponiamo ora che sia $R = \varrho$: il circuito si comporterebbe come se la sua resistenza totale fosse nulla, e perciò dovrebbe essere percorso da una corrente oscillante permanente ad ampiezza costante. Sarebbe con ciò risolto — in linea teorica — il problema della produzione di oscillazioni permanenti. Si osserva però che, praticamente, basta già un leggero disquilibrio di funzionamento del circuito per rendere positiva la resistenza totale $(R - \varrho)$ e determinare lo smorzamento delle oscillazioni.

Ammettiamo invece che $(R - \varrho)$ sia negativa e, in un primo tempo, che sia verificata la condizione $(R - \varrho)^2 < 4\,L/C$. L'intensità della corrente può allora essere espressa dalla medesima relazione [2], ove si tenga presente che lo smorzamento $p = (R - \varrho)/(2\,L)$ assume un valore negativo perchè $(R - \varrho) < 0$: ciò equivale a dire che le oscillazioni, anzichè essere smorzate, risultano via via esaltate in ampiezza. La formula [2] potrebbe far prevedere che con il trascorrere del tempo

l'ampiezza delle oscillazioni aumenti indefinitamente, ma è evidente che nelle applicazioni pratiche esiste un limite in corrispondenza del quale è impedito ogni ulteriore aumento dell'ampiezza.

Ciò non è affatto in contraddizione con la teoria ora sviluppata. Infatti si osservi che l'equazione [10] è stata dedotta dall'equazione [8] solamente in virtù della [9], la quale presuppone che la corrente i del circuito derivato abbia una intensità molto limitata, e ciò non è più vero nel caso attuale. Uno studio veramente rigoroso del problema potrebbe essere effettuato solamente integrando l'equazione [8], tale equazione però è molto complessa e non è lineare. Si può per altro di già delineare qualche risultato fondamentale — sebbene privo di assoluto rigore matematico — osservando che l'equazione [10] vale per *qualsiasi* valore della corrente i, ove si definisca il termine ϱ come segue

[11] $$\varrho = \frac{f\left(I_0 - \frac{dQ}{dt}\right) - f(I_0)}{\frac{dQ}{dt}} .$$

Geometricamente ciò equivale a definire il termine ϱ (col segno cambiato) come pendenza della corda congiungente i due punti (I_0, V_0) ed $(I_0 - i, V)$ della caratteristica, anziché come pendenza della caratteristica nel punto (I_0, V_0).

Allora, osservando l'andamento della caratteristica, rappresentata nella figura 3, si vede che se $i = dQ/dt$ diventa molto grande in modo che a $V = f(I_0 - dQ/dt)$ corrisponda un punto antecedente al massimo della caratteristica, ϱ tende a diminuire col crescere di i, fino ad annullarsi e a diventare negativa. Analogamente, per i negativa e crescente in valore assoluto, ϱ tende ad annullarsi assintoticamente. In definitiva, per valori abbastanza grandi della i, $(R - \varrho)$ risulta positiva. In altre parole, se per piccole intensità di corrente $(R - \varrho)$ è negativa, si verifica il contrario quando la corrente assume un'intensità elevata.

Siano ora i_1 ed i_2 due valori della corrente tali che, per i compresa fra $(-i_1)$ e $(+i_2)$, $(R - \varrho)$ sia negativa, mentre per i superiore a $(+i_2)$ oppure inferiore a $(-i_1)$, $(R - \varrho)$ sia positiva. Allora, fintantochè i è compresa fra $(-i_1)$ e $(+i_2)$ il circuito presenta una resistenza negativa ed esso, pur essendo $(R - \varrho)$ non costante, si comporta, come è facilmente intuibile, nel modo dianzi descritto: le oscillazioni presentano una ampiezza via via crescente col tempo. Quando però la i assume valori superiori a $(+i_2)$ o inferiori a $(-i_1)$, si rientra nel campo nel quale $(R - \varrho)$ risulta positiva, e cioè nel quale il circuito presenta una effettiva resistenza: l'ampiezza non può crescere ulteriormente e le oscillazioni si stabilizzano in corrispondenza di un'ampiezza che si mantiene costante: l'oscillazione diventa persistente (fig. 5). Queste deduzioni di carattere intuitivo sono del resto confermate, come vedremo in seguito, dall'analisi di van der Pol.

Ammettiamo ora che sia verificata la condizione $(R-\rho)^2 > 4\,L/C$, pur essendo ancora negativa la resistenza $(R-\rho)$. Fintantochè si considerano piccoli valori della i, in relazione ai quali si può ritenere valida l'equazione differenziale [10], ammettendo ρ costante, la corrente i è rappresentata dalla relazione [3], nella quale però i coefficienti esponenziali α_1 e α_2 sono ambedue positivi, perchè l'equazione corrispondente alla [4] presenta ora due variazioni di segno. La corrente risulta pertanto una funzione aperiodica, positiva o negativa, che, col crescere del tempo tende almeno in valore assoluto, ad aumentare indefinitamente. Saranno però presto raggiunti i valori di i tali che, per essi, il termine $(R-\rho)$ non può più avere il valore costante iniziale ed anzi finisce per assumere valori positivi per i quali gli esponenti α_1 ed α_2 sono negativi. Allora la corrente decresce fintantochè $(R-\rho)$ ridiviene negativa, ed è quindi obbligata a riaumentare nuovamente.

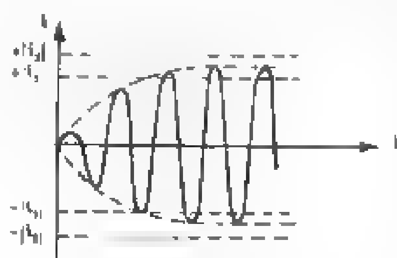


Fig. 5. — Oscillazioni persistenti di ampiezza costante

Anche in questo caso la corrente ha dunque il carattere oscillante non smorzato, e cioè — come si vedrà in sèguito — dopo un certo tempo iniziale essa diviene periodica (*). Tuttavia tale periodicità va intesa nel senso che la corrente consiste di una successione ritmica periodica di fenomeni ad andamento aperiodico: si verificano cioè essenzialmente consecutivi accrescimenti e decrescimenti aperiodici della corrente. Orbene, il van der Pol chiama *oscillazioni di rilassamento* le oscillazioni del tipo ora descritto, mentre riserva il nome di *oscillazioni sinoidali* a quelle già descritte, che si verificano quando $(R-\rho)^2 < 4\,L/C$, e cioè in sostanza alle oscillazioni del tipo normale ordinario. Naturalmente, la distinzione nominativa fra i due tipi di oscillazioni è puramente convenzionale.

(*) Non è forse inutile dimostrare come i massimi di i risultino sempre positivi ed i minimi sempre negativi, di modo che l'ampiezza di queste oscillazioni supera sempre il più piccolo dei valori $(-i_1)$ ed i_2 in corrispondenza dei quali $(R-\rho)$ si riduce a zero. Infatti derivando la [10], e tenendo conto che ρ è una funzione di i, mentre $dQ/dt = i$, si ottiene:

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + (R-\rho)\frac{di}{dt} - \frac{d\rho}{di}\frac{di}{dt}\,i + \frac{i}{C} = 0$$

Ora, in corrispondenza di un massimo, $di/dt = 0$ e $d^2i/dt^2 < 0$ e la precedente equazione è soddisfatta se $i > 0$. Per contro, in corrispondenza di un minimo si ha $di/dt = 0$, $d^2i/dt^2 > 0$ e quindi $i < 0$. D'altra parte una analisi accurata, che omettiamo per semplicità, ci consente di escludere l'esistenza di un massimo o di un minimo in corrispondenza di $i = 0$, rimane perciò provata l'asserzione in merito ai segni delle correnti in corrispondenza dei massimi e dei minimi.

Per chiudere questo breve cenno meritano di essere succintamente segnalate alcune considerazioni che si riferiscono al bilancio dell'energia nel circuito: esse ci offrono una ragione energetica che giustifica la presenza delle oscillazioni di rilassamento nel circuito derivato. La sorgente di f. e. m. E fornisce sempre a tutto il circuito la potenza continua $E \cdot I_0$, indipendentemente dalla esistenza o meno di oscillazioni nel circuito derivato. Ora si può dimostrare che quando $i = 0$, ossia in assenza di oscillazioni nel circuito derivato, tutta la potenza predetta si consuma entro l'arco e rispettivamente entro il circuito di alimentazione. Se invece sopravvengono oscillazioni nel circuito derivato, la potenza dissipata nell'arco diminuisce precisamente di quella quota parte di potenza necessaria per sopperire alle perdite Joule nel circuito derivato, per effetto delle oscillazioni medesime.

3. - Abbozzata così per sommi capi la teoria delle oscillazioni che si possono sviluppare entro circuiti contenenti elementi a caratteristiche non lineari, esponiamo ora i principali risultati ai quali è pervenuto van der Pol. Per effettuare una ricerca più precisa, egli sostituisce alla [9] un valore più approssimato, sviluppando in serie di Taylor la funzione $f(I_0 - dQ/dt)$ ed arrestandosi al terzo termine. Per semplicità di trattazione, il van der Pol ammette che sia $f''(I_0) = 0$: con ciò si ammette di scegliere, come punto fondamentale di lavoro sulla caratteristica, quello corrispondente a un punto di flesso della caratteristica medesima, e questa condizione può essere rispettata in pratica quando si predisponga il circuito in modo da ottenere oscillazioni di rilassamento. Ciò posto, ne deriva:

$$[12] \qquad f\left(I_0 - \frac{dQ}{dt}\right) - f(I_0) = +\varrho \frac{dQ}{dt} - \gamma \left(\frac{dQ}{dt}\right)^3$$

nella quale, per semplicità, si è posto $\gamma = + f'''(I_0)/3!$. Introducendo il valore ora trovato nella equazione generale [8] si ha:

$$[13] \qquad L \frac{d^2Q}{dt^2} + \left[R - \varrho + \gamma \left(\frac{dQ}{dt}\right)^2\right] \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Si vede subito che γ deve essere positiva se si vogliono attuare le condizioni di funzionamento esposte verso la fine del capitolo precedente. Più precisamente, γ deve essere positiva affinchè il termine entro parentesi quadra, il quale moltiplica dQ/dt, sia negativo per piccoli valori e positivo per grandi valori di $i = dQ/dt$. Se si deriva la [13] consegue immediatamente:

$$[14] \qquad L \frac{d^2 i}{dt^2} + (R - \varrho + 3\gamma i^2) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

Infine ponendo

$$y = \sqrt{\frac{3\gamma}{\varrho - R}}\, i \qquad t = \tau\sqrt{LC} \qquad \varepsilon = (\varrho - R)\sqrt{\frac{C}{L}}$$

si ottiene, con calcoli semplici che non esponiamo, l'equazione fondamentale di van der Pol

$$[15] \qquad y'' - \varepsilon(1 - y^2)y' + y = 0$$

e si conclude che il sistema può essere sede di oscillazioni sinoidali o di rilassamento secondo che $\varepsilon \lessgtr 2$ in quanto la presenza delle oscillazioni sinoidali o di rilassamento è soggetta alla condizione $(\varrho - R)^2 \lessgtr 4\, L/C$.

Il van der Pol ha risolto la [15] per via approssimata o per via grafica, per diversi valori di ε. Egli ha trovato innanzi tutto che in caso di condizioni iniziali ordinarie, qualunque sia il valore di ε, la corrente i tende dopo qualche tempo ad assumere l'andamento di una oscillazione periodica di valore indipendente dalle condizioni iniziali. Cioè a dire, dopo un certo tempo il circuito compie oscillazioni le quali dipendono unicamente dalla natura del circuito medesimo e ciò a differenza di quanto avviene nei circuiti classici lineari, esaminati nel primo paragrafo.

Per piccoli valori di ε (e cioè $\varepsilon < 0{,}1$) questa oscillazione periodica è sensibilmente sinoidale: essa presenta l'ampiezza $2 \cdot \sqrt{\frac{\varrho - R}{3\gamma}}$ ed il periodo $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Al crescere di ε la forma dell'oscillazione differisce sempre più dalla sinusoide, e ciò tanto più, quanto maggiormente ci si inoltra nel campo delle oscillazioni di rilassamento. Per $\varepsilon = 10$ la forma dell'oscillazione tende a quella illustrata nella figura 6; essa consta di una successione di archi esponenziali. In questo caso il periodo risulta essere $T = 1{,}61\, C(\varrho - R)$. Tenendo presente che $C(\varrho - R)$ non è altro che il « tempo di carica » del condensatore C attraverso la resistenza $(\varrho - R)$, ne consegue che l'oscillazione in esame può essere interpretata come una



Fig. 6. — Forma dell'oscillazione di rilassamento rappresentata dalla equazione $y'' - \varepsilon(1 - y^2)y' + y = 0$.

successione di cariche e scariche aperiodiche del condensatore, ed è intuitivo che il periodo risulti precisamente proporzionale al predetto tempo di carica. È notevole il fatto che il periodo delle oscillazioni di rilassamento non dipenda affatto dal valore della induttanza L del circuito in esame.

La soluzione dell'equazione di van der Pol appare comunque complessa e perciò ritorna molto utile l'applicazione di un metodo di risoluzione grafica, proposto dal Liénard (4). Tale metodo è del resto valido anche nel caso di equazioni differenziali più complicate della [14].

Riprendiamo in esame l'equazione [13] e poniamo:

$$[16] \qquad x = \sqrt{\frac{3\gamma}{\varrho - R}}\, Q \qquad t = \tau\sqrt{LC}$$

$$z = \frac{dx}{d\tau} = \sqrt{LC}\cdot\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{3\gamma LC}{\varrho - R}}\,\frac{dQ}{dt}\,;$$

la [13] assume la forma

$$[17] \qquad x'' - \varepsilon\left(z - \frac{z^3}{3LC}\right) + x = 0\,,$$

la quale può essere scritta nel modo seguente:

$$[18] \qquad -z\,\frac{dz}{dx} = -\varepsilon\left(z - \frac{z^3}{3LC}\right) + x$$

A questa equazione dovrà soddisfare una curva C, tracciata nel piano (x, z) individuata dalle equazioni parametriche

$$[19] \qquad x = x(\tau) \qquad z = z(\tau)\,.$$

Ciò premesso, tracciamo nel piano (x, z), una curva Γ (fig. 7) la quale soddisfi all'equazione

$$x = \varepsilon\left(z - \frac{z^3}{3LC}\right).$$

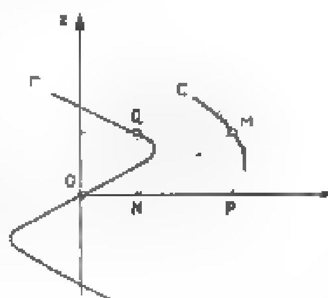


Fig. 7. - Costruzione grafica della curva C soddisfacente all'equazione [18] data la curva Γ che soddisfa all'equazione $x = \varepsilon\left(z - \frac{z^3}{3LC}\right)$

e sia inoltre M un punto della curva C, avente le coordinate $x(\tau)$ e $z(\tau)$. Siano P la proiezione di M sull'asse delle x, Q la intersezione di una parallela all'asse x, passante per M, con la curva Γ, ed infine N l'intersezione dell'asse delle x con la normale alla curva C nel punto M. Ora, poichè $-dz/dx$ corrisponde alla tangente dell'angolo (NMP), ne

(4) A. Liénard: Étude des oscillations entretenues. R. G. E., 1928, XXIII, p. 901 e 946.

risulta che il primo membro dell'equazione [18] corrisponde al segmento NP. Il secondo membro corrisponde all'ascissa di M diminuita dell'ascissa di Q, ossia al segmento MQ. L'equazione [18] impone pertanto l'uguaglianza:

$$NP = QM$$

e di conseguenza il punto N non è altro che la proiezione del punto Q sull'asse delle x.

Note le condizioni iniziali del circuito, e cioè noti per $\tau = 0$ i valori $x(0)$ e $z(0) = x'(0)$ vien definito il punto iniziale $M(0)$ della curva C e rispettivamente risultano definite, per quanto precede, la tangente e la normale alla curva C nel punto medesimo. Partendo da questi valori iniziali, è intuitivo che la costruzione grafica della curva C può essere ottenuta per punti progressivi. D'altra parte, una volta nota la curva C, effettuando un'integrazione grafica, è possibile ricavare le funzioni $x(\tau)$ e $z(\tau)$.

Naturalmente al variare di τ il punto M, avente le coordinate $x(\tau)$ e $z(\tau)$, si sposta lungo la curva C ed è evidente che se la curva medesima ha la proprietà di essere chiusa, dopo un definito intervallo di tempo le funzioni $x(\tau)$ e $z(\tau)$ riprendono i valori posseduti inizialmente; pertanto, ad ogni curva C chiusa corrisponde una funzione periodica del tempo. Tuttavia, in generale, si verifica che la curva C non è chiusa, essa ha una forma spiraloidica con le spire tendenti assintoticamente verso una curva C_0 chiusa. Ciò significa che le cariche e le correnti esistenti nel circuito, proporzionali alle funzioni $x(\tau)$ e $z(\tau)$, tendono assintoticamente ad un regime periodico. Poincaré denomina «ciclo limite» dell'equazione differenziale [18] quello definito dalla curva chiusa limite C_0 ed anzi ha approfondito lo studio dei cicli limiti delle equazioni differenziali del tipo $dx/dz = X/Z$, dove X e Z sono polinomi di x e z, calcolando la forma e la posizione della curva C_0 nel piano (x, z). Poichè l'equazione [18] rientra nel tipo di equazioni studiate dal Poincaré, rimane così acquisito un prezioso metodo di indagine del funzionamento dei circuiti non lineari.

Prima di terminare questo paragrafo, si accennano brevemente le interessanti ricerche del Rocard [5], il quale, partendo da una definizione particolare schematica [6] di funzionamento di un circuito — o «modello» come egli denomina tale definizione — è riuscito ad evitare l'uso di equazioni differenziali non lineari, ciò che conferisce al procedimento di calcolo il grande vantaggio della semplicità.

(5) Y. ROCARD, Relaxation, synchronisation et démultiplication de fréquence. - Onde Él., 1937, XVI, p. 340.

(6) Del resto è da notare che anche il van der Pol considera effettivamente una condizione schematica, in quanto egli ammette trascurabili tutti i termini superiori al terzo dello sviluppo in serie della caratteristica $i\left(I_0 + \frac{dQ}{dt}\right)$.

Riprendiamo in esame l'equazione generale [8]. Indicando con $\varphi(i)$ l'espressione $Ri + f(I_0) - f(I_0 - i)$, e ricordando che $i = dQ/dt$, risulta

$$L \frac{di}{dt} + \varphi(i) + \frac{Q}{C} = 0 . \qquad [20]$$

Ora, ricordando l'espressione [12] stabilita coi criteri limitativi proposti da van der Pol, si ha

$$\varphi(i) = (R - \varrho)i + \gamma i^3$$

essendo $(R - \varrho) < 0$. Tale equazione è rappresentabile mediante una cubica (fig. 8), simmetrica rispetto all'origine, composta di due tratti a pendenza positiva e di un tratto intermedio, a pendenza negativa, avente un flesso in corrispondenza dell'origine.

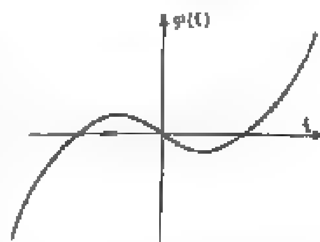


Fig. 8. — Curva rappresentativa dell'equazione $\varphi(i) = (R - \varrho)i + \gamma i^3$

Allo scopo di semplificare il problema, senza però perdere di vista le sue linee essenziali, si può sostituire la curva illustrata nella figura 8 col tracciato rappresentato nella figura 9 costituito da due semirette parallele, a pendenza positiva, equidistanti dall'origine, e da un segmento di retta a pendenza negativa, passante per l'origine. Senonchè lo sviluppo dei calcoli, anche se riferiti ad una caratteristica così semplificata, appare tuttora eccessivamente complicato. Il Rocard ha introdotto perciò l'ulteriore ipotesi che il segmento di retta ad inclinazione

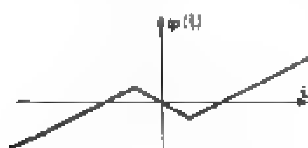


Fig. 9. — La curva della figura 8 semplificata.

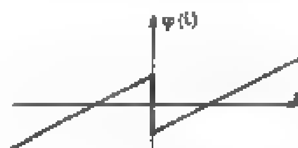


Fig. 10. — La curva della figura 9 semplificata secondo il Rocard

negativa abbia una pendenza così elevata da portarlo a coincidere con l'asse delle ordinate (fig. 10). In corrispondenza a questa rappresentazione, la funzione $\varphi(i)$ passando per il valore $i = 0$ subisce un salto brusco, la cui entità può essere indicata col valore $(- L\beta)$ (7). Indi-

(7) Più rigorosamente $\varphi(i)$ varia di $(- L\beta)$ quando i si annulla passando da valori negativi a valori positivi, e varia di $(+ L\beta)$ nel caso contrario.

cando allora con $a(a > 0)$ la pendenza uguale dei due tratti rettilinei inclinati, la funzione $\varphi(i)$ è rappresentabile mediante le equazioni

$$\varphi(i) = ai + \frac{L\beta}{2} \quad \text{per } i < 0$$

[21]

$$\varphi(i) = ai - \frac{L\beta}{2} \quad \text{per } i > 0$$

Poichè la carica Q deve sempre essere espressa — come è intuitivo — da una funzione continua nel tempo, dall'equazione [20] si deduce subito che nell'istante nel quale la corrente i si annulla, anche la derivata di/dt deve subire una variazione bruscamente saltuaria analoga a quella alla quale è soggetta la funzione $\varphi(i)$. La variazione della derivata dovrà anzi compensare la variazione della funzione $\varphi(i)$, e pertanto tale variazione deve assumere il valore $(+\beta)$ o $(-\beta)$ secondo che i si annulla passando da valori negativi a valori positivi o viceversa. Negli istanti nei quali la corrente i è diversa da zero, essa è definita dall'equazione seguente, ottenuta derivando la [20] e tenendo presenti le [21]

[22] $$L\frac{d^2i}{dt^2} + a\frac{di}{dt} + \frac{i}{C}$$

Essa si identifica coll'equazione [1], quando si ponga R al posto di a e si consideri Q al posto di i. Pertanto, con il modello schematico



Fig. 11. — Andamento della funzione periodica rappresentativa della i secondo il Rocard.

introdotto dal Rocard, il problema si riduce a risolvere un'equazione lineare del tipo [1], ove si tenga conto delle discontinuità che si verificano in corrispondenza degli istanti nei quali la corrente i si annulla. Si intuisce che a causa delle discontinuità medesime le soluzioni dell'equazione [22] non si annullano per t tendente all'infinito. Il Rocard anzi dimostra che la corrente i può essere espressa da una funzione periodica, composta di semionde uguali, alternativamente positive e negative, com'è illustrato nella figura 11, ciascuna delle quali ha l'andamento corrispondente a quello di un'oscillazione sinusoidale smor-

zata (8). Il periodo T di questa oscillazione è:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{\alpha^2}{4L^2}}}$$

ed è perciò uguale al periodo delle oscillazioni smorzate (9) che si manifestano in un circuito oscillatorio ordinario lineare la cui resistenza sia uguale ad α.

È infine importante notare che secondo il modello di Rocard, in accordo con l'equazione [22], si possono manifestare oscillazioni solamente a condizione che $\alpha < 2\sqrt{L/C}$, viceversa, secondo il modello di van der Pol è sufficiente la condizione $(R - g) < 0$.

4. - La caratteristica di un arco voltaico rientra nella categoria delle cosiddette caratteristiche ad S, perchè se si portano i valori delle ten



Fig. 12. — Caratteristica statica ad S. Fig. 13. — Caratteristica statica ad N.

sioni in corrispondenza delle ascisse e quelli delle correnti in corrispondenza delle ordinate si ottiene, grosso modo, una curva ad S (fig. 12). Esiste pure un'altra categoria di caratteristiche ad esempio quelle del dinatron cosiddette ad N, il cui andamento è illustrato nella figura 13. Com'è ovvio, anche nelle caratteristiche ad N esiste un tratto discendente della funzione $f(i, v)$, però nel caso attuale il

(8) E cioè, posto

$$p = \frac{\alpha}{2L} \qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{\alpha^2}{4L^2}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ed essendo A una costante, risulta

nell'intervallo $0 < t < \frac{T}{2}$ $\quad i = Ae^{-pt} \operatorname{sen} \omega t$

nell'intervallo $\frac{T}{2} < t < T$ $\quad i = Ae^{-p\left(t - \frac{T}{2}\right)} \operatorname{sen} \omega t$

nell'intervallo $T < t < 3\frac{T}{2}$ $\quad i = Ae^{-p(t-T)} \operatorname{sen} \omega t$,

e così via.

(9) Vedi nota (8).

modo con il quale il tratto discendente è collegato a quelli ascendenti è del tutto diverso, a paragone di quanto si verifica nel caso delle caratteristiche ad S. Orbene, si dimostra che se i bipoli aventi caratteristiche ad S hanno la proprietà di poter determinare oscillazioni nei circuiti a risonanza di corrente, quelli aventi caratteristiche ad N sono invece capaci di determinare oscillazioni in circuiti a risonanza di tensione. Viceversa, un sistema non lineare, con caratteristica ad N, non può determinare oscillazioni in un circuito a risonanza di corrente, mentre un sistema avente caratteristica ad S non è in grado di determinare oscillazioni in un circuito a risonanza di tensione. Questi ultimi risultati sono dovuti al Carrara, il quale ha svolto acuti studi sull'argomento delle oscillazioni di rilassamento [10].

5. - In base alle considerazioni svolte più sopra, le oscillazioni di rilassamento possono dunque essere interpretate come una successione periodica di fenomeni aperiodici. Conformemente a questa definizione, è facile offrire altri esempi di oscillazioni di rilassamento, mentre non è da ritenersi che ogni e qualsiasi oscillazione di rilassamento debba necessariamente essere matematicamente espressa dalla classica equazione di van der Pol. Citiamo per esempio le oscillazioni che possono verificarsi per effetto di scariche periodiche in un tubo al neon, o, in genere, in un tubo a gas rarefatto.

Ricordiamo qui una disposizione attuata dal Righi e pubblicata in una memoria largamente citata [11]. Si abbia un tubo a gas rarefatto *N* (fig. 14) disposto in parallelo con un condensatore di capacità *C*; tale sistema sia alimentato da una sorgente di f. e. m. continua *E*, attraverso una resistenza *R*. Orbene, chiuso il circuito di alimentazione il condensatore *C* si carica lentamente per effetto della resistenza, fino ad acquistare la tensione di innescamento del tubo *N*. A partire da tale istante il condensatore medesimo si scarica attraverso il tubo diventato conduttore e la tensione si riduce via via fino al limite del disinnesco. Allora la sorgente riprende a caricare il condensatore fino a che si riprodurrà un nuovo innesco del tubo a gas rarefatto, ed in definitiva il regime delle cariche e scariche aperiodiche del condensatore si susseguе con un ritmo periodico. Siamo cioè nel campo di oscillazioni che rispondono alla definizione sopra annun-

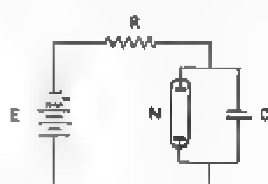


Fig. 14. - Schema di circuito proposto dal Righi per produrre oscillazioni di rilassamento.

(10) N. CARRARA, Resistenze differenziali negative e oscillatori di rilassamento - A. F., 1938, VII, p. 148.
N. CARRARA, Saggio di trattazione sistematica dei bipoli con resistenza differenziale negativa - A. F., 1939, VIII, p. 683.
(11) A. RIGHI, Sui fenomeni acustici dei condensatori - R. C. R. Accad. Sci. Ist. Bologna, 1902, VI, p. 188.

ciata, ossia nel campo di oscillazioni di rilassamento. Righi fu il primo ad attuare tale fenomeno e a studiarlo compiutamente in tutte le sue modalità, esponendo nella precitata memoria una teoria completa, e suggerendo inoltre interessanti modificazioni del circuito atto a conseguire tale genere di oscillazioni.

Del resto è da notare che anche nel campo della meccanica possono essere attuati dispositivi sperimentali atti a determinare oscillazioni

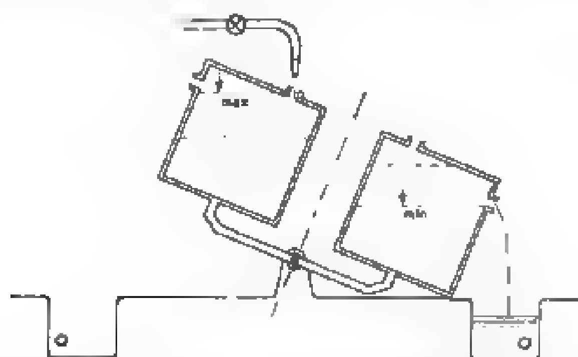


Fig. 15. — Dispositivo ideato dal van der Pol per produrre oscillazioni di rilassamento.

di rilassamento. Ad esempio, la successione di colpi, che si verificano quando col gesso si traccia una linea punteggiata su una lavagna, è costituita da un avvicendamento periodico di fenomeni che seguono una legge aperiodica: è pertanto una oscillazione di rilassamento. Ma si possono citare esempi più cospicui, tra i quali scegliamo il seguente, ideato dallo stesso van der Pol. Si abbiano due recipienti (fig. 15) sostenuti da un braccio che può oscillare, fra due convenienti posizioni estreme, intorno ad un fulcro intermedio. Ciascuno dei recipienti ha due aperture, l'una in corrispondenza del coperchio e l'altra in corrispondenza di una parete laterale, come appare nella stessa figura. Nel recipiente che si trova nella posizione più alta può entrare acqua, proveniente da un rubinetto convenientemente sistemato sopra il foro situato sul coperchio del recipiente medesimo. È intuitivo che l'acqua, arrivata ad un certo livello nel recipiente più alto, farà rovesciare il sistema dei due recipienti: conseguentemente si avrà una fuoruscita di acqua dal foro laterale del recipiente dianzi considerato, mentre l'altro recipiente assume una posizione tale che l'acqua può penetrare in esso, uscendo dal medesimo rubinetto, ed attraversando il foro del coperchio: quando il livello dell'acqua è salito fino al limite definito, avviene un nuovo rovesciamento ed il sistema viene riportato nelle condizioni iniziali. È evidente che il periodo delle oscillazioni del sistema dipende unicamente dalla portata del rubinetto e dalla capacità

dei recipienti mentre non dipende affatto dall'inerzia dell'acqua. Si verificano cioè oscillazioni di rilassamento, analoghe a quelle dei circuiti elettrici le quali, com'è stato già messo in rilievo, hanno un periodo indipendente dall'induttanza del circuito.

6. - È inoltre molto interessante — soprattutto per le applicazioni nel campo dei complessi radioelettrici di ricezione — studiare il comportamento dei circuiti non lineari soggetti a forze elettromotrici impresse aventi un carattere alternativo sinoidale, espresse cioè dalla funzione $E \operatorname{sen} \omega t$. Introducendo per il circuito non lineare le medesime approssimazioni studiate dal van der Pol il comportamento del circuito medesimo viene evidentemente espresso da un'equazione corrispondente alla [14], ove, al posto del termine zero si scriva il valore della derivata della tensione impressa. Si ha cioè:

$$[23] \qquad L \frac{d^2 i}{dt^2} + (R - \varrho + \gamma i^2) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \omega E \cos \omega t \, .$$

La risoluzione di questa equazione, anche introducendo la semplificazione già esaminata a suo tempo espressa dalla relazione [15], presenta tuttavia difficoltà di carattere matematico quasi insormontabili. Van der Pol è riuscito a risolvere il problema, in via puramente approssimata, nel caso di ε molto piccolo, e cioè nel caso in cui il circuito non lineare oscilla con oscillazioni sinoidali, se non vi è forza elettromotrice impressa. Egli trovò che, in tali circostanze, si può ancora considerare l'esistenza dell'oscillazione forzata, di pulsazione ω, e di quella cosiddetta libera e propria, di pulsazione $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Più precisamente, quando ω è prossima al valore di ω_0, e cioè nell'intorno della risonanza, l'oscillazione propria scompare, mentre permane solamente l'oscillazione forzata. Si manifesta allora il ben noto fenomeno della sincronizzazione della frequenza, che può essere molto chiaramente compreso quando ci si riferisca al modello di Rocard. Tale modello permette anche di renderci conto di un altro fenomeno, pure ben noto e verificato dall'esperienza, denominato demoltiplicazione della frequenza. Questo fenomeno consiste nel fatto che il circuito può oscillare in corrispondenza della pulsazione ω/n, uguale ad un sottomultiplo di quella della forza elettromotrice impressa, se n è un numero intero e se ω/n è molto prossimo ad ω_0. Conformemente ai risultati ottenuti da van der Pol, il Rocard dimostra che i fenomeni della sincronizzazione della frequenza e della demoltiplicazione della frequenza possono aver luogo in corrispondenza di una banda di pulsazioni, tanto più estesa, intorno alla pulsazione ω_0, quanto maggiore è l'ampiezza della forza elettromotrice impressa. Però, a parità di ampiezza della forza elettromotrice medesima, la larghezza della banda di demoltiplicazione, di ordine n, è pressochè pari a $1/n^2$ volte la larghezza della corrispondente banda di sincronizzazione.

Maggiormente complesso si presenta il comportamento del circuito

quando il coefficiente ε assume valori rilevanti. Per formarci un'idea di massima, giova considerare il modello meccanico illustrato più sopra.

Supponiamo che dal rubinetto l'acqua scenda a gocce anzichè con continuità. Sia T_0 l'intervallo di tempo fra una goccia e la consecutiva. È evidente che il periodo T delle oscillazioni del sistema costituito dai due recipienti è necessariamente un multiplo nT_0 del tempo T_0, essendo n il numero di gocce necessario per rovesciare il recipiente. Pertanto la frequenza F delle oscillazioni del sistema sarà pari a F_0/n, mentre F_0 è la frequenza con la quale le gocce escono dal rubinetto: la frequenza delle oscillazioni del sistema è cioè un esatto sottomultiplo della frequenza delle gocce, o tutt'al più, al limite, può teoricamente essere pari alla frequenza stessa delle gocce. È anche evidente che l'ampiezza delle oscillazioni del sistema non subisce invece alcuna variazione. Concludendo, la caduta dell'acqua ad andamento periodico non modifica l'ampiezza delle oscillazioni di rilassamento, mentre ne modifica la frequenza, la quale diventa eguale a quella della caduta dell'acqua, oppure ad un sottomultiplo intero di essa.

L'esperienza dimostra che qualche cosa di analogo, se non di esattamente corrispondente, accade anche nel caso dei circuiti elettrici non lineari, sottoposti ad una f. e. m. impressa, ed il circuito funziona su una frequenza eguale a quella impressa — cioè si ha sincronizzazione — oppure eguale ad un esatto sottomultiplo di essa — ed in questo caso il sistema funziona da demoltiplicatore di frequenza — con ampiezza pressochè indipendente dall'ampiezza della forza elettromotrice impressa al circuito non lineare ([12]).

7. - Terminiamo osservando che le oscillazioni di rilassamento possono verificarsi anche in campi di natura biologica; citiamo qui due casi interessanti.

Il Lotka ed il Volterra hanno studiato la legge secondo la quale varia nel tempo, statisticamente, il numero di individui di due specie di pesci, che per semplicità denomineremo A e B, viventi in un ambiente chiuso, ammettendo che la specie A si nutra soltanto della specie B e presupponendo naturalmente che gli individui della specie B soccombano di fronte a quelli della specie A, ma siano per contro molto

---

([12]) Come risulta dagli atti dell'Assemblea dell'U. R. S. I. (Unione Radio Scientifica Internazionale) tenuta a Londra nel 1934, due gruppi di studiosi russi, e precisamente Mandelstam, Papalexi, ed altri a Mosca, Kryloff e Bogoliuboff a Kiev, hanno esaminato, specie dal punto di vista matematico, le proprietà dei circuiti non lineari ed in particolare i fenomeni della sincronizzazione e della demoltiplicazione della frequenza. Si vegga la memoria:

L. Mandelstam u. N. Papalexi: Ueber Resonanzerscheinungen bei Frequenzteilung - Z. f. Phys., 1932, LXXIII, p. 223.

Una semplice trattazione d'un caso particolare di sincronizzazione è data da:

E. Fubini-Ghiron: Considerazioni sulla sincronizzazione degli oscillatori - A. F., 1938, VII, p. 459.

più prolifici. Si può presumere che in una fase iniziale i pesci A, nutrendosi con i pesci B, determinino una diminuzione notevole nel numero di questi ultimi. Allora, venendo a mancare l'alimento ai pesci A aumenterà il coefficiente medio di mortalità dei medesimi, e tale circostanza insieme a quella costituita dalla maggiore prolificità dei pesci della specie B, farà sì che il numero di individui di quest'ultima specie torna ad aumentare fino a che si presentino nuovamente le condizioni iniziali. Il fenomeno si ripete quindi indefinitamente. Queste deduzioni intuitive, convalidate dal calcolo sviluppato dal Volterra, provano che i numeri di individui di ambedue le specie di pesci subiscono oscillazioni aventi il carattere di oscillazioni di rilassamento.

Ricordiamo infine il fenomeno del « sonno dei fiori ». È ben noto che i fiori di varie specie aprono i loro petali al mattino e li richiudono a sera: si manifesta cioè un'oscillazione avente un periodo di 24 ore. Si è anzitutto pensato che tale fenomeno fosse dovuto a cause esterne di carattere periodico, quali ad esempio la fluttuazione dell'illuminazione e della temperatura e via dicendo nel ciclo delle 24 ore giornaliere. Tuttavia un'indagine sperimentale, compiuta mantenendo i fiori sempre nelle medesime condizioni di illuminazione e di temperatura nelle 24 ore, ha dimostrato che le oscillazioni permangono sempre: può esclusivamente variare la fase delle oscillazioni medesime, assumendo un valore qualunque rispetto al tempo effettivo. Bisogna perciò pensare che il sonno dei fiori sia un fenomeno oscillatorio intrinseco, relativo ai fiori medesimi, tale fenomeno oscillatorio presenta un periodo di 24 ore, particolare periodo probabilmente imposto da ragioni ereditarie, le quali evidentemente hanno riferimento alle contingenze fisiche dell'ambiente nel quale si sviluppa naturalmente la vita delle piante. Tali oscillazioni devono avere carattere di oscillazioni di rilassamento, in quanto le oscillazioni medesime appaiono praticamente indipendenti dalla massa propria dei fiori. L'effetto dell'illuminazione diurna non altera minimamente l'ampiezza della oscillazione, solamente regola la fase corrispondente.

Sottoponendo i fiori ad illuminazioni aventi un periodo di 12 ore o di 6 ore, e cioè un periodo pari alla metà o ad un quarto del periodo proprio delle oscillazioni, si nota che i fiori medesimi oscillano ancora, con identica ampiezza, sempre nel periodo delle 24 ore: essi funzionano cioè come un sistema demoltiplicatore di frequenza. Questo ultimo fatto convalida vieppiù la deduzione che il sonno dei fiori segue le leggi delle oscillazioni di rilassamento.

Termineremo questa sommaria esposizione delle ricerche sulle oscillazioni di rilassamento con una osservazione ovvia. Lo studio matematico dei fenomeni ricordati si presenta assai difficile, più semplice appare, almeno nella radiotecnica, il loro studio sperimentale. Poichè, come si è visto, le oscillazioni di rilassamento si incontrano in vari rami della scienza, è presumibile che un più profondo esame dell'argomento permetta di chiarire fenomeni di difficile indagine, come, ad esempio, biologici od altri. Si avrà così un proficuo legame fra scienze diverse.

RECENSIONI

ACUSTICA APPLICATA ED ELETTROACUSTICA.

M. GOSEWINKEL e H. BAUER — **Il microfono a doppio strato, nuovo tipo di microfono elettrostatico per la riproduzione della parola.** (Siemens Z., marzo-aprile 1941, XXI, 2, pag. 53-57, con 7 fig., V. N. T. Siemens, 10 marzo 1941, X, 3, pag. 83-87, con 7 fig.)

Come risulta dalla figura 1, su di una custodia isolante *a* è sistemato l'elettrodo fisso *b*. Sopra di esso, su appoggi *c*, si trova la membrana *d*

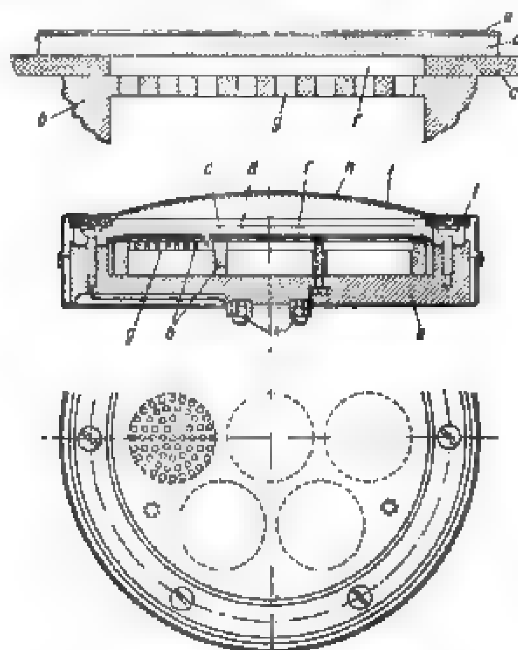


Fig. 1. — Sezione e vista del microfono a doppio strato: *a*, custodia isolante, *b*, elettrodo fisso; *c*, appoggi isolanti, *d*, membrana; *e*, metallizzazione, *f*, intercapedine d'aria; *g*, canaletti per l'aria; *h* ed *i* reti di protezione; *k*, morsetti; *l*, anello di gomma.

(costruita con un materiale artificiale, del quale non si dànno notizie), metallizzata sulla faccia superiore. Lo strato intermedio *c* porta sette grandi aperture circolari, sì che la membrana risulta di fatto suddivisa in sette membrane elementari. Nella parte superiore della figura 1 è riprodotta una di queste porzioni elementari, senza per altro conservare le vere dimensioni relative. La tensione di polarizzazione all'elettrodo *b* ed allo strato metallico *e* viene addotta mediante i morsetti *k*. Per effetto di questa tensione ciascuna delle membrane elementari si inflette e si avvicina all'elettrodo fisso (la flessione è notevole poichè la membrana nel suo complesso è pochissimo tesa), l'intercapedine risulta

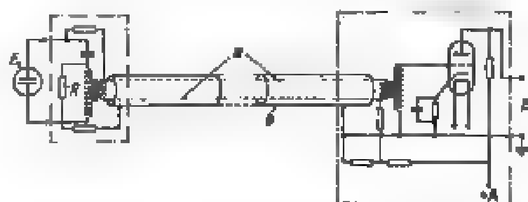


Fig. 2. — Schema elettrico del microfono e del preamplificatore *a*, cavo a due conduttori con schermo *b*.

quindi assai minore di quella che altrimenti sarebbe in base allo spessore dello strato *c*. La suddivisione della membrana in sette parti non soltanto facilita costruttivamente l'attuazione di un'intercapedine di spessore molto piccolo, ma fa sì che la frequenza di risonanza risulti assai elevata, quantunque la membrana sia di diametro notevole. L'elettrodo fisso è forato in modo che lo strato d'aria non costituisca una rigidezza aggiuntiva a quella propria della membrana. La membrana del microfono è protetta da una reticella *h* e da una garza *i*.

Il microfono è collegato al amplificatore secondo un sistema non usuale per un microfono elettrostatico (fig. 2): nel microfono stesso è infatti incorporato un traslatore, che ne riduce l'impedenza a circa 200 Ω e fa sì che il microfono possa essere collegato ad una linea schermata bifilare del tipo più comune. Al termine della linea, che può essere lunga fino a 200 m, si trova un traslatore elevatore. Questo tipo di microfono elettrostatico si viene dunque a trovare in condizioni del tutto simili a quelle di un microfono elettrodinamico.

La tensione di polarizzazione è fornita dallo stesso alimentatore del preamplificatore. La resistenza *R*, posta in parallelo al primario del primo traslatore serve a ridurre la risonanza fra la capacità del condensatore e l'induttanza del traslatore.

Il microfono può anche essere adoperato con il collegamento normale, che comunque risulta facilitato poichè la capacità è cinque volte superiore a quella dei microfoni elettrostatici ordinari.

La caratteristica di frequenza della sensibilità è indicata nella figura 3 ([1]). Il taglio delle basse frequenze è attuato artificialmente: questo allo scopo di rendere il microfono meglio atto ad essere usato in impianti per rinforzo di suoni e per comunicazioni, laddove la presenza delle basse frequenze, senza migliorare l'intelligibilità della parola, può provocare effetti dannosi per eccessiva riverberazione.

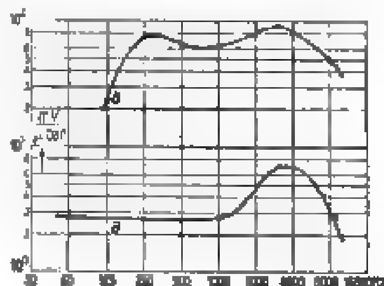


Fig. 3. — Caratteristica di frequenza: *a*, del solo microfono, *b*, del microfono con traslatore e preamplificatore

Il microfono è risultato molto poco sensibile alle condizioni ambiente: la sensibilità non varia, a parte un primo breve periodo necessario per mettersi in equilibrio termico con l'aria circostante, anche in ambiente tropicale (a + 40°C di temperatura e 90 % di umidità). La sensibilità varia di + 3 dB fra + 20°C e + 70°C e di — 6 dB fra + 20°C e — 30°C. *An. Gi.*

ELETTROTECNICA GENERALE.

L. LINDER — **Condensatori moderni per la tecnica delle comunicazioni e loro sviluppo,** (V. N. T. Siemens 30 dicembre 1940 X, 2, pag 47-56, con 19 fig. e 4 tab.).

Lo scritto costituisce un'interessante rassegna dei vari tipi di condensatori oggi esistenti, che si differenziano secondo il principio costruttivo, le caratteristiche elettriche e le esigenze tecniche cui devono rispondere (tab. I).

a) *Condensatori a carta.* — L'esigenza della costanza di capacità ha portato all'indagine accurata dell'influenza dell'umidità sul dielettrico carta, che è fortemente igroscopico anche se impregnato. Quando la custodia non è assolutamente impermeabile si ha, nel tempo, diffusione di acqua nell'interno del condensatore, con conseguenti variazioni di isolamento, di capacità e di angolo di perdita. La curva *c* della figura 1 mostra la variazione di capacità col tempo, misurata su un condensatore racchiuso in custodia di materiale termoplastico. Tale curva si può considerare come somma di due curve, la *a*, che rappresenta la variazione

([1]) Le curve sono state ricavate secondo le norme del Comitato Tedesco di Acustica. La sensibilità esprime il quoziente fra la f. e. m., rispettivamente del solo microfono (senza traslatore) e del microfono con traslatore e preamplificatore, e la pressione acustica in campo libero. I diagrammi sono tracciati con riferimento a scale logaritmiche aventi moduli uguali

TABELLA I. — *Proprietà elettriche dei vari tipi di condensatori*

	Gamma di capacità	Coefficiente di temperatura	Angolo di perdita
	10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3} 10^{4} 10^{5} (μμF)	10^{-5} 10^{-4} $+10^{-4}$ $+10^{-3}$ $+10^{-2}$	10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1}
Condensatori a carta			
non impregnati			
impregnati			
dielettrico solido (paraffina)			
semi-solido (vaselina)			
liquido (olio)			
Condensatori a fogli (stiroflex)			
Condensatori a mica			
a graffe			
applicati			
metallizzati			
pressati			
Condensatori ceramici e a vetro			
silicato di magnesio			
ceramiche contenenti TiO_2			
titanato di magnesio			
Condensatori elettrolitici			
a secco			
anodo liscio			
ruvido			
a liquido			

di capacità per solo invecchiamento ed in assenza di umidità, e la *b* che esprime la variazione di capacità in funzione della quantità di acqua assorbita (in prima approssimazione proporzionale al tempo).

È stato stabilito che l'infiltrazione di umidità non avviene per capillarità, bensì per diffusione di molecole H_2O negli spazi intermolecolari del dielettrico. Il fenomeno è minutamente discusso e vengono dati i coefficienti di diffusione di alcune sostanze. La difficoltà di disporre di materiali aventi un coefficiente di diffusione abbastanza piccolo rende necessario l'uso di custodie ermetiche, di metallo e di porcellana, con particolari accorgimenti riguardo all'unione delle due sostanze in modo da ottenere elevata impermeabilità. Alcune fotografie illustrano diversi tipi di condensatori atti a funzionare in difficili condizioni di clima.

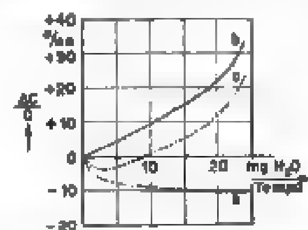


Fig. 1. — Variazione di capacità di un condensatore a carta, per effetto dell'umidità e dell'invecchiamento.

Per quanto riguarda la carta da condensatori, vengono considerati gli elementi che influiscono sulla sua bontà, cioè la qualità della fibra e il metodo di fabbricazione. Si adoperano lino e canapa per la carta cosiddetta di stracci (*Hadernpapier*), essenze resinose per la carta di cellulosa.

Le sostanze che servono all'impregnazione della carta da condensatori raramente sono prodotti di composizione chimica ben definita: in genere si presentano come miscele complicate di isomeri e omologhi di cloroderivati organici. Vengono riportate misure elettriche dell'an-

golo di perdita della cloronaftalina, insieme con una tabella delle principali caratteristiche fisico-chimiche degli isomeri di detto composto

b) Condensatori a stiroflex. – Sono particolarmente adatti quando si richiedono minime variazioni di capacità con il tempo e con la temperatura [1], l'ingombro ed il prezzo li rendono preferibili a quelli a mica la loro costruzione è simile a quella dei condensatori avvolti a carta Lo stiroflex, che è composto di polistirolo puro, viene preparato in lunghi nastri elastici, con cui i condensatori vengono avvolti Il dielettrico rimane in uno stato di tensione meccanica che può influire favorevolmente sulla costanza di capacità e sul coefficiente di temperatura quest'ultimo ha un valore di circa $-150 \cdot 10^{-6}/°C$. Anche l'angolo di perdita è basso

c) Condensatori a mica e ceramici. — Con nessun altro materiale si è ancora riusciti ad ottenere condensatori di capacità così costante e di perdite così basse come con la mica, (quando questa sia di ottima qualità e la costruzione sia impeccabile); i condensatori a mica usati correntemente nella tecnica si scostano peraltro più o meno da quella che si può considerare la migliore condizione raggiungibile. Uno dei tipi preferibili è quello a mica argentata, di cui vengono considerate la costruzione e le caratteristiche

I ceramici che negli ultimi anni hanno sostituito vantaggiosamente i condensatori a mica e a carta in certe applicazioni, possono essere raggruppati in tre categorie, cioè, quelli a base di silicato di magnesio (calit, ent, frequenta), quelli contenenti rutilo (condensa e kerafar), e quelli a base di titanato di magnesio (tempa).

d) Condensatori elettrolitici. L'aumento della superficie attiva degli elettrodi ed il miglioramento del materiale distanziatore hanno, negli ultimi tempi, permesso di ottenere condensatori elettrolitici di maggiore capacità e di limitato ingombro. Ulteriori miglioramenti dovranno essere ottenuti nel senso di ridurre il riscaldamento durante il funzionamento.

I procedimenti adottati per aumentare la superficie attiva possono essere suddivisi in tre categorie, meccanici, chimici ed elettrolitici I procedimenti meccanici (sabbiatura, spruzzatura metallica, e così via) hanno il vantaggio su quelli chimici di non richiedere un liquido intaccante che ad incisione avvenuta, debba essere poi accuratamente rimosso I procedimenti chimici, basati sulla corrosione, invece, permettono il massimo aumento di superficie, che può raggiungere il 1000 %; perciò questi ultimi insieme con gli elettrolitici, sono quelli maggiormente adottati.

La formazione della pellicola di ossido, ottenuta attraverso procedimenti di ossidazione vari, è stata oggetto di attenti studi, senza che

[1] L. Linder E T Z., 1940 LXI, p 969; A. F., 1941, X, p. 120.

fino ad oggi sia per altro stato possibile coordinarne i risultati in una teoria unitaria che abbracci il complicatissimo meccanismo di tale formazione. Secondo la tensione d'esercizio del condensatore, lo strato di ossido viene formato più o meno spesso, ricorrendo a bagni di acido solforico, ossalico o cromico per tensioni molto basse, di acido borico

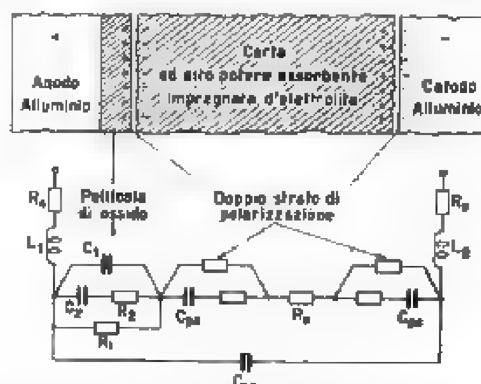


Fig. 2. — Principio di costruzione e circuito equivalente di un condensatore elettrolitico. R_a, resistenza dell'anodo; R_c, resistenza del catodo; R_e, resistenza dell'elettrolita; R_i, resistenza dell'isolante; C_{ac}, capacità fra anodo e catodo; C_{pa} e C_{pc}, capacità degli strati di polarizzazione rispettivamente anodico e catodico.

e di borati per tensioni più elevate. L'argomento è completato da un tentativo di rappresentazione del fenomeno chimico-fisico della formazione della pellicola.

A conclusione della trattazione viene fornito il circuito equivalente di un condensatore elettrolitico (fig. 2) che ne permette lo studio del comportamento entro una vasta gamma di frequenze (da 10 ad oltre 10^7 Hz) con buona concordanza con i risultati delle misure sperimentali.

R. P.

MATERIALI.

B. JONAS e H. J. MEERKAMP VAN EMBDEN — **Nuovi acciai a grande potere magnetico.** (Rev. techn. Philips, gennaio 1941, VI, 1, pag. 8-11, con 5 fig.)

Nei laboratori Philips sono state effettuate ricerche su leghe per magneti permanenti da adoperare negli altoparlanti elettrodinamici.

Viene dapprima posto in rilievo che, mentre normalmente si considera come una misura del potere magnetico di un materiale il prodotto della forza coercitiva H_c e della rimanenza B_r, in effetto le qualità magnetiche del materiale risultano meglio definite dal valore massimo $(BH)_{max}$ del prodotto dell'induzione e dell'intensità del campo magne-

tico, misurate lungo la curva di smagnetizzazione. È quindi utile la considerazione del fattore di convessità definito come il rapporto $(BH)_{max}/(B_r H_c)$, tale fattore risulta uguale a 1 nel caso di curva di smagnetizzazione rettangolare, ed uguale a 0,25 nel caso di curva di smagnetizzazione rettilinea. Generalmente il valore del fattore di convessità è compreso tra questi due limiti, ad esempio, per gli acciai « ticonal » (al nichel-alluminio-titanio-cobalto) esso vale circa 0,4.

Mentre dalle prove effettuate su questi acciai fino al 1938 non risultò possibile superare per il prodotto $(BH)_{max}$ il valore di $2,2 \cdot 10^6$ unità c. g. s. e. m., si ottenne in seguito un acciaio, ancora del tipo ticonal, per il quale il prodotto $(BH)_{max}$ raggiunge $5,2 \cdot 10^6$ unità. Esso contiene, rispetto ai precedenti, un più elevato tenore di cobalto ed il notevole miglioramento delle proprietà magnetiche venne ottenuto sottoponendo l'acciaio, durante il trattamento di tempera all'influenza di un campo magnetico dell'ordine di 3000 unità c. g. s. e. m. Si è trovato, inoltre, che nel successivo trattamento di ricottura è superflua la presenza del suddetto campo magnetico.

Il nuovo acciaio presenta una curva di smagnetizzazione che si avvicina alla forma rettangolare, cosicchè il fattore di convessità assume valori all'incirca doppi che negli altri acciai non trattati magneticamente; il massimo valore misurato è stato finora di 0,76. La forma particolare della curva di smagnetizzazione viene spiegata ammettendo che i magneti elementari si orientino preferibilmente nel senso del campo magnetico applicato durante il trattamento termico, e ciò è confermato dal fatto che, nella direzione perpendicolare a questa, la curva di smagnetizzazione ha andamento rettilineo ed il relativo fattore di convessità è assai minore.

Alcuni di codesti acciai contengono rame invece di titanio; per uno di essi i tenori dei vari metalli sono i seguenti: ferro 51,5 %, alluminio 8,5 %, nichel 14 %; cobalto 23 %, rame 3 %.

Adoperando i nuovi materiali nella costruzione dei magneti per altoparlanti è stato possibile ridurre a circa 300 g il peso del magnete, che coi primi tipi ticonal si aggirava sui 700 g e coi vecchi acciai al cobalto superava i 1300 g. *R. B.*

TELEFONIA GENERALE, IMPIANTI E ACCESSORI.

F. CORNELSEN — **Telefonia a frequenze vettrici a bande multiple su linee aeree.** (E. T. Z., 30 gennaio 1941, LXII, 5, pag. 85-92, con 8 fig.).

Lo sviluppo della telefonia a frequenze vettrici su linee aeree è attualmente in una fase critica, essendo stata quasi raggiunta la saturazione nel numero di canali fonici che si possono inserire nelle linee già esistenti. Questo fenomeno riguardo alla regione europea, si manifesta più spiccatamente in quelle zone che, essendo meno densamente popolate delle altre, non posseggono per il loro allacciamento i costosi

cavi telefonici, ma quasi esclusivamente linee aeree: ad esempio, i paesi balcanici, ove i cavi telefonici sono adoperati soltanto per le linee che rappresentano le principali direttrici del traffico internazionale.

In tali paesi si è cercato di utilizzare al massimo le palificazioni già esistenti con un notevole numero di canali a frequenze vettrici, ma l'entità degli accoppiamenti magnetici tra linee contigue vieta di usare su di una stessa palificazione più di due sistemi di tre canali ciascuno (con frequenza massima di 30-40 kHz), a meno di non modificare sostanzialmente, e con spesa non indifferente, gli impianti esistenti. Nonostante queste ragioni, la necessità rapidamente crescente di nuovi collegamenti telefonici ha spinto ad utilizzare le frequenze superiori a 40 kHz fino a 150 kHz, limite imposto dalla presenza dei radiotrasmettitori ad onde lunghe. Nello stesso tempo si è vista anche l'utilizzazione con canali ad alta frequenza delle linee ad alta tensione per il trasporto dell'energia. Il primo nuovo sistema attuato nelle linee ordinarie è stato il sistema MK a 5 canali per ogni coppia usato solo per distanze modeste, perchè altrimenti la forte attenuazione nel campo delle alte frequenze richiederebbe frequenti amplificatori intermedi.

Gli espedienti suaccennati ed il contemporaneo sviluppo dei cavi telefonici hanno ritardato l'effettuazione pratica dei *sistemi a gruppi di più canali*, benchè fosse noto da tempo che questi costituiscono la soluzione più economica del problema. Ma in un periodo successivo i progressi della tecnica dei cavi hanno favorito il successo degli impianti a gruppi di canali sulle linee aeree, poichè questi due tipi di impianti hanno parecchi elementi di somiglianza e richiedono la soluzione di problemi analoghi. Sono infatti elementi comuni a questi due sistemi il criterio della massima utilizzazione della banda di frequenza disponibile mediante riduzione degli intervalli tra i singoli canali, la necessità di render minima la distorsione non lineare negli elementi di trasmissione, poichè gli amplificatori di gruppo sono comuni a parecchie conversazioni, un alta costanza nella frequenza dei generatori; un funzionamento regolare dei modulatori alle alte frequenze.

Lo sviluppo dei sistemi telefonici su linee aeree e di quelli su cavi ha avuto negli Stati Uniti di America e in Europa caratteri diversi, a causa della notevole differenza esistente tra le condizioni geografiche, politiche ed economiche dei due paesi (fig. 1). Negli Stati Uniti si è dovuto affrontare il problema di collegare tra loro con centinaia di comunicazioni telefoniche le popolosissime città dell'est con quelle della California: le grandi distanze in giuoco e l'unicità della lingua ivi parlata (fonte di aumento nel numero delle comunicazioni) hanno imposto la necessità di un rilevante numero di canali e la soluzione più economica è apparsa quella offerta da linee aeree installate su una nuova grande palificazione. In Europa, invece, il concentrarsi del traffico tra molte città importanti, relativamente vicine tra loro, ha favorito il formarsi di una fitta rete di cavi nei paesi fortemente industrializzati (Francia, Germania, Inghilterra, Italia) ed ha spinto all'utilizzazione

massima delle linee aeree già esistenti, nelle zone scarsamente popolate dell'est e del sud-est, dove l'installazione di cavi potrà risultare conveniente soltanto con l'andar degli anni, in dipendenza dello sviluppo economico che raggiungeranno quelle regioni.

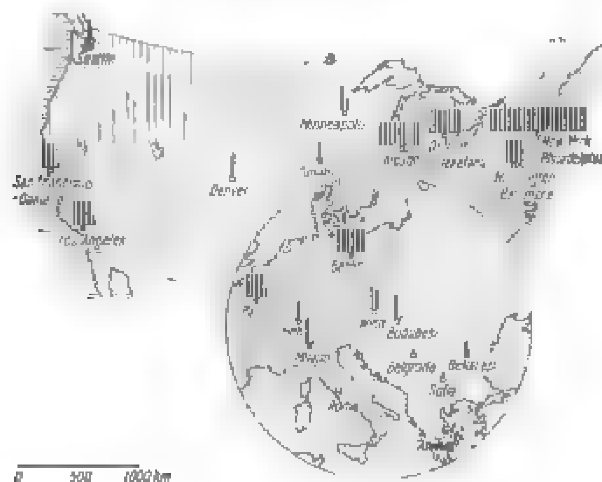


Fig. 1. — Confronto, in scala eguale, tra gli Stati Uniti d'America e l'Europa centrale. Ogni lineetta rappresenta 100 000 abbonati: le superficie con tratteggio verticale sono servite da linee aeree, quelle con tratteggio inclinato da cavi.

Quanto alla tecnica usata nella costruzione dei sistemi su linee aeree bisogna osservare che nella banda di frequenza compresa tra 45 kHz e 150 kHz possono essere collocati non più di 15 canali completi (andata e ritorno), in America è stato quindi necessario installare parallelamente sulla stessa palificazione parecchi di questi gruppi di 15 canali. Per ridurre il numero degli amplificatori intermedi occorre far sì che il livello di disturbo sia sensibilmente discosto dal livello del segnale, il che si ottiene bilanciando con molta cura la linea rispetto alla terra. Le distanze tra le coppie sono state portate a circa 90 cm, sia in senso orizzontale sia in senso verticale, per diminuire gli accoppiamenti. Incrociando le linee ogni 100 m all'incirca, si riduce ulteriormente la diafonia. Per evitare retroazioni nelle sezioni di amplificazione, le linee sono condotte in cavo alle cassette di amplificazione.

In Europa (Germania), invece, il nuovo sistema MG a 15 canali ha soddisfatto a tutti i requisiti richiesti. In esso, per diminuire la diafonia, si fa in modo che i gruppi di canali subiscano una trasposizione reciproca di frequenza. il gruppo inferiore (gamma da 48 a 93 kHz) in arrivo alla stazione amplificatrice la lascia come gruppo superiore

(gamma da 111 a 156 kHz) e viceversa. In tal modo viene anche evitata la retroazione degli amplificatori. Le variazioni necessarie negli incroci sono risultate pochissime, poichè le irregolarità della linea si compensano in buona misura reciprocamente. La trasposizione delle frequenze contribuisce anche in modo favorevole a livellare le differenze di attenuazione nei gruppi. Ogni canale occupa la banda compresa tra 200 Hz e 2700 Hz.

In siffatti impianti la distanza tra le frequenze vettrici è generalmente di 3 kHz (mentre nei cavi è di 4 kHz) allo scopo di conseguire un aumento del 25 % nel numero delle comunicazioni. Per non disturbare le trasmissioni radiofoniche svolgentisi nelle linee di collegamento tra i vari trasmettitori (banda di frequenza 30 ÷ 40 kHz) le quali si trovano normalmente sulle stesse palificazioni usate dai sistemi a canali multipli, il sistema MG copre la banda da 48 a 156 kHz; in America invece, la banda coperta si estende da 36 a 140 kHz. Altre differenze tra le due tecniche, americana e tedesca, si notano solo nei particolari (regolazione automatica di livello, filtri di piccolo ingombro, generatori pilotati da quarzi, e così via) e sono assai lievi.

Nel sistema MG la modulazione e la trasposizione delle frequenze rappresentano la parte più interessante e delicata del sistema. Poichè ogni gruppo contiene 15 canali, la sua larghezza di banda è di 45 kHz. Per ambedue le direzioni di trasmissione viene formato il medesimo gruppo fondamentale che contiene la gamma da 15 a 60 kHz: si ottiene così il vantaggio di poter adoperare gli stessi elementi costruttivi per la modulazione e la demodulazione dei singoli canali; anche la frequenza vettrice per la trasposizione è la stessa per tutte e due le direzioni. Ad allineare con precisione i vari canali l'un dietro l'altro provvede una premodulazione, in virtù della quale ognuna delle 15 conversazioni modula una frequenza di 6 kHz: un filtro separa la banda inferiore (da 3 a 6 kHz), che è quella utile, dalla superiore: la soppressione dell'onda portante avviene in modulatori ad anello. Quando interviene la seconda modulazione, destinata a collocare ogni singola banda nel gruppo fondamentale, si ha il vantaggio che le due bande laterali distano ora di 6 kHz, cosicchè la loro separazione mediante filtri è facile e poco costosa. Se il gruppo in questione deve occupare la banda superiore da 111 a 156 kHz, esso modula una frequenza di 171 kHz; se invece deve occupare la banda inferiore da 48 a 94 kHz, esso modula ulteriormente una frequenza di 204 kHz e, come si vede facilmente, lo scopo è raggiunto. Un ingegnoso accorgimento permette di usare i tubi amplificatori del ricevitore a frequenza pilotata, sia per amplificare le diverse gamme di frequenza, sia per generare la frequenza vettrice di demodulazione. Si osserva inoltre che, nonostante la complessità dell'impianto, è assai modesto il numero di tubi elettronici necessari: ne occorrono 13 per la formazione del gruppo fondamentale e 7 per generare le frequenze vettrici, cioè 20 per i 15 canali fonici, e se si aggiunge ancora per ogni canale un tubo destinato all'amplificatore, si vede che per

ogni conversazione occorrono complessivamente in media 2 tubi e mezzo.

Il sistema MG ora descritto ha avuto una brillante applicazione nel collegamento telefonico tra Belgrado ed il confine tedesco, via Zagabria. La palificazione già esistente era ormai satura di sistemi a frequenze vettrici a uno o tre canali cosicchè solo il sistema a 15 canali MG poteva soddisfare convenientemente le esigenze create dall'accrescimento del traffico, in attesa della posa di un cavo già progettata. Una parte dei canali partenti dal confine tedesco si arresta a Zagabria, onde rimane libero un certo numero di canali tra Zagabria e Belgrado, il che ha migliorato sensibilmente il traffico già congestionato tra queste due città. Alcuni canali invece di fermarsi a Belgrado proseguono per Atene e per Sofia.

In occasione dell'installazione di tale impianto è stato ancora una volta confermato che le linee già esistenti sono generalmente adatte anche per trasmissioni di frequenze superiori a 40 kHz. In un solo caso si è osservata in un tratto della linea una forte attenuazione; essa è stata tuttavia ridotta a valori normali con l'aggiunta di alcuni incroci. Nei tratti prossimi a Belgrado e a Zagabria la linea è stata messa in cavo e si è diminuita l'attenuazione di riflessione nei punti di giunzione con piccoli traslatori di adattamento. La distanza media tra le stazioni amplificatrici è di 80 km, ed è maggiore soltanto nelle sezioni di linea comprendenti tratti in cavo. È stato lasciato un buon margine nel calcolo dell'amplificazione in modo da poter assicurare il servizio anche durante il cattivo tempo. L'impianto funziona ormai in modo soddisfacente da parecchi mesi e la diminuzione dei tempi d'attesa, che si è così verificata nelle comunicazioni tra Belgrado e Zagabria, ha provocato anche in questo tronco della linea un subitaneo aumento del traffico.

È interessante il particolare seguente. Una conversazione tra Belgrado ed il confine tedesco vien modulata ben 21 volte lungo il percorso. Nonostante ciò, riconducendo la conversazione al punto di partenza, nel ricevitore si nota una differenza appena percettibile rispetto al collegamento diretto a bassa frequenza, benchè la via ad alta frequenza sia lunga 1400 km e la conversazione subisca ivi 42 modulazioni.

R. M.

CRONACA TECNICA

ACUSTICA APPLICATA ED ELETTROACUSTICA.

Sui risultati di una serie di **misure della nota di accordo degli strumenti musicali**, effettuate in America sulle radioemissioni, riferisce O. J. Murphy in *Bell Lab. Record* del gennaio 1941.

Il valore medio della frequenza di tale nota (la), ricavato mediante 750 osservazioni, è risultato di 441,3 Hz: i valori estremi riscontrati sono stati di 434 Hz per una orchestrina da ballo e di 448 Hz, in due casi, per quartetti ad arco. Gli strumenti ad accordo semifisso, come il pianoforte e gli organi, forniscono una nota di altezza quasi costante per tutto il corso di un'esecuzione, e poco diversa da strumento a strumento. Le orchestre variano invece senza regola entro un intervallo di circa 2 Hz, secondo che si passa da uno strumento ad un altro: presentano poi la tendenza generale ad un innalzamento progressivo di frequenza, che spesso arriva a 2,5 Hz, dal principio alla fine dell'esecuzione.

Le orchestre sinfoniche risultano in media più alte di almeno 1 Hz che le orchestre per musica leggera o le orchestrine da ballo. I gruppi di strumenti ad arco generalmente sono più alti degli altri gruppi di strumenti.

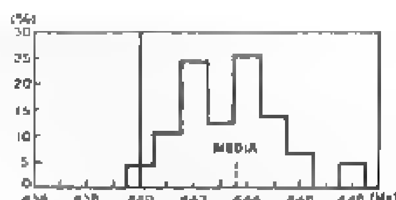


Fig. 1. — Distribuzione dell'altezza degli strumenti a corda. Le linee orizzontali riportano, nella scala delle ordinate, il per cento di tutti i valori osservati che cadono entro la gamma di frequenza coperta dalle corrispondenti ascisse. L'altezza media di 74 osservazioni è di 443,4 Hz.

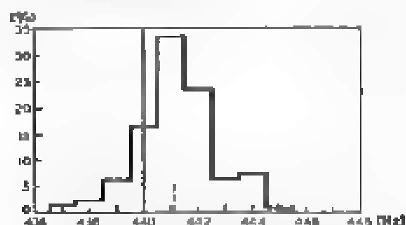


Fig. 2. — Distribuzione dell'altezza dei pianoforti, compresi quelli adoperati nelle orchestrine da ballo. L'altezza media di 111 osservazioni è di 441,3 Hz.

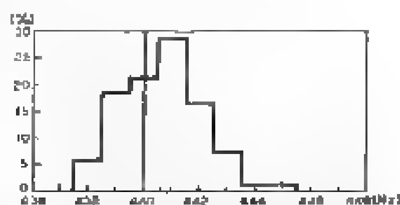


Fig. 3. — Distribuzione dell'altezza delle orchestre di musica leggera. L'altezza media di 85 osservazioni è di 440,6 Hz.

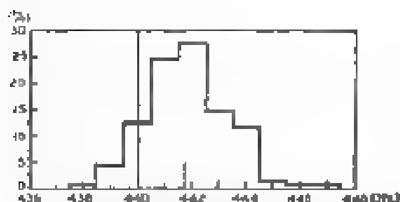


Fig. 4. — Distribuzione dell'altezza delle orchestre sinfoniche. L'altezza media di 207 osservazioni è di 441,8 Hz.

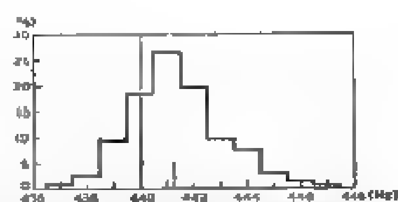


Fig. 5. — Distribuzione dell'altezza di tutti gli strumenti e le orchestre osservati. L'altezza media di 749 osservazioni è di 441,3 Hz.

Nelle figure 1, 2, 3, 4 e 5 sono riportati alcuni diagrammi caratteristici risultanti dalle osservazioni effettuate. *F. Ve.*

GENERATORI, OSCILLATORI, TRASMETTITORI.

Nel numero di novembre 1940 di *Philips Transmitting News* è illustrato da K. Posthumus il principio di attuazione del **nuovo trasmettitore olandese** del Nozema, avente la potenza di 125 kW, e ne è descritto lo schema elettrico da W. P. Jorritsma.

Caratteristica principale di tale trasmettitore è quella di avere lo stadio finale studiato in modo da consentire la modulazione con bassa potenza, cioè negli stadi preamplificatori, pur mantenendo al complesso un rendimento elevato, paragonabile a quello che si ottiene eseguendo la modulazione ad alta potenza direttamente sullo stadio finale.

Il sistema adottato deriva da quello Doherty, del quale esso può essere considerato un'estensione. Come è noto, Doherty [1] ha proposto di costruire lo stadio finale mediante due tubi, i cui circuiti anodici sono collegati in parallelo con l'intermediario di un trasformatore a

(1) Proc. I. R. E., 1936, XXIV, p. 1163, A. F., 1937, VI, p. 260.

quarto d'onda; ed il secondo tubo è fortemente polarizzato. In tal modo si ottiene che per segnali deboli (cioè di intensità non superiore alla portante) la potenza di uscita fornita al carico (che è collegato in serie al primo tubo o in parallelo al secondo) sia erogata da uno solo dei due tubi, mentre l'altro resta inattivo; quando per altro il segnale cresce di intensità, entra in azione anche il secondo tubo, con il risultato, in grazia della presenza del trasformatore a quarto d'onda, di mantenere costante la potenza erogata dal primo tubo e di fornire a sua volta la maggiore potenza necessaria. Cosicchè, invece di costringere un solo tubo a fornire una potenza variabilissima, che nei picchi di modulazione raggiunge il quadruplo di quella corrispondente alla sola portante, si utilizzano due tubi funzionanti in modo da erogare ciascuno una potenza più livellata.

Il sistema, secondo Posthumus, presenta però l'inconveniente di produrre elevate distorsioni alle piccole profondità di modulazione, determinando la necessità di introdurre una forte reazione negativa. Per tale ragione, nella costruzione del trasmettitore olandese si è preferito attuare lo stadio finale con quattro tubi, i cui circuiti anodici sono collegati in parallelo con l'intermediario di trasformatori a quarto d'onda, secondo lo schema della figura 1. Le polarizzazioni dei quattro

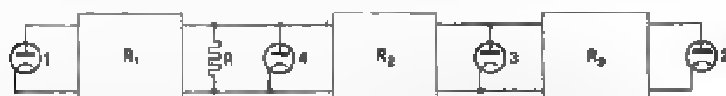


Fig. 1. — Schema di principio dello stadio finale del trasmettitore. R, resistenza del carico (aereo); R_1, R_2, R_3, trasformatori a quarto d'onda di rapporti rispettivamente $4R$, $2R$, $4R$.

tubi sono tali che per segnali deboli (fino a metà della portante) eroga potenza soltanto il tubo 1, mentre crescendo il segnale entrano successivamente in funzione i tubi 2, 3, 4. Precisamente, in un ciclo completo di modulazione, funziona soltanto il tubo 1 fino a che il segnale non supera la metà dell'ampiezza della portante, funzionano insieme i tubi 1 e 2 fino a che il segnale raggiunge l'ampiezza della portante, interviene anche il tubo 3 fino a che il segnale raggiunge una volta e mezza la portante, funzionano i quattro tubi insieme per il resto del ciclo.

In tal modo la ripartizione del carico è molto uniforme, il rendimento è elevato e la distorsione è bassa. La distorsione alle basse percentuali di modulazione può essere ancora diminuita se si fa in modo che il tubo 3 entri in funzione insieme col tubo 2, ferme restando le altre condizioni.

R. S.





VOL. XI - N. 3-4 (PUBBLICAZIONE MENSILE) MARZO-APRILE 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA
TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA





ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2 2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

Vol. XI — Marzo-Aprile 1942-XX — N. 3-4

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'Associazione Elettrotecnica Italiana

Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità*: Milano (202), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3 1189.

È gradita la collaborazione dei lettori. Gli scritti dei singoli Autori non impegnano la Redazione e quelli della Redazione non impegnano il Comitato Direttivo. I manoscritti non si restituiscono.

Abbonamento annuo . . . L. 50
per i soci A.E.I. o S.I.F. » 40
Un numero separato . . . » 6

Annate arretrate: I (1932), L. 80; II (1933), III (1934), IV (1935), V (1936), VI (1937) L. 40 ciascuna; le successive, L. 50 ciascuna.

SOMMARIO

Summarische Uebersichten in deutscher Sprache
Résumés en langue française
English summaries

Vol. XI Marzo-Aprile 1942 XX N. 3-4

ALTA FREQUENZA



Misure di brevi intervalli di tempo.

Sono assai numerose le applicazioni nelle quali interessa l'esatta e rapida valutazione di piccoli intervalli di tempo, da qualche millisecondo a qualche secondo. Per durate di tale ordine di grandezza non sono applicabili i metodi comuni per misurare tempi più lunghi, fondati sull'uso di contasecondi meccanici con cui si riesce ad apprezzare tutt al più il centesimo di secondo. Generalmente si ricorre a dispositivi elettrici, nei quali il tempo incognito si fa corrispondere a quello che intercede tra l'apertura o la chiusura di due contatti elettrici.

Molti modi di procedere sono stati ideati per codeste determinazioni, tutti richiedono apparecchiature e operazioni abbastanza delicate; alcuni hanno lo svantaggio di esigere la possibilità che si ripeta più volte identicamente il fenomeno relativo all'intervallo di tempo da misurare prima che si giunga al risultato voluto.

Il dottore La Barbera si è proposto di esaminare quanto è stato fatto in questo campo e di presentarne un quadro di confronto teorico e sperimentale. Lo studio ha avuto come scopo specifico l'attuazione di un procedimento a lettura diretta, fondato sull'uso di mezzi semplici, ma pure sufficientemente preciso, per la misura dei tempi d inserzione dei relè elettromagnetici, i quali offrono un esempio tipico di durate brevi. L'esito è stato raggiunto con un metodo che consiste essenzialmente nel far caricare un condensatore attraverso una resistenza di valore opportuno e variabile secondo l'ordine di grandezza del tempo da misurare, e nel leggere, mediante un voltmetro elettrostatico, la tensione risultante ai capi del condensatore quando è cessata la carica.

Le verifiche sperimentali per la determinazione degli errori massimi hanno condotto ad approfondire lo studio dei metodi oscillografici, che

offrono una più elevata precisione, ma richiedono una notevole complicazione di apparecchiature; l'indagine ha portato ad adottare anche in questo campo talune semplificazioni che si sono dimostrate non pregiudizievoli. Particolare attenzione è stata dedicata altresì ai procedimenti che fanno ricorso all'estensione, con mezzi elettrici, del tempo: ciò si ottiene abbastanza facilmente e permette di cambiare l'ordine di grandezza della durata da misurare, rendendo possibile di conseguire una buona approssimazione, pur usando strumenti e sistemi più semplici e alla portata di tutti.

A chiunque debba occuparsi della valutazione di intervalli di tempo dell'ordine di grandezza che si è detto, il presente lavoro offre un orientamento utile e una larga facoltà di scelta del metodo più appropriato, in relazione con i mezzi sperimentali disponibili e con la precisione che si desidera raggiungere.

Analogie elettrico-meccaniche.

L'identità formale esistente fra le equazioni che governano le oscillazioni nei circuiti elettrici e nei sistemi meccanici ha fatto sorgere nella mente degli studiosi il desiderio di utilizzare questa identità allo scopo di dare una stessa veste formale alle trattazioni analitiche delle due classi di fenomeni, il che è particolarmente vantaggioso sotto l'aspetto didattico. Lo sviluppo di tale modo di procedere si deve principalmente agli elettrotecnici, i quali hanno dovuto necessariamente affrontare i problemi riguardanti le oscillazioni meccaniche ed acustiche quando, dopo l'invenzione del telefono, è sorta l'elettroacustica. Anche di recente la nostra rivista ha avuto più di una occasione di occuparsi dell'argomento (1).

L'indiscutibile utilità derivante dall'uso delle analogie elettrico-meccaniche — o, come si usa dire più brevemente, elettromeccaniche — è palesata dal gran numero di servigi che esso ha reso ai progettisti di sistemi elettroacustici, pur tuttavia il procedimento non è scevro di inconvenienti nè immune da obiezioni.

(1) Analogie - A. F., 1940 IX, p. 129.
P. G. Bordoni: Analogie elettrico-meccaniche - A. F., 1940 IX, p. 133.
Studio elettrico di sistemi elettroacustici - A. F., 1940 IX, p. 385.
F. Massa: Uso di circuiti elettrici equivalenti per l'analisi sperimentale di sistemi elettroacustici - A. F., 1940 IX, p. 388.

Sono apparsi, in questi ultimi anni, lavori contenenti un'esposizione sistematica del metodo, ma essi hanno sollevato critiche e non si può dire abbiano ancora esaurito l'argomento. Accanto all'analogia inizialmente introdotta da Maxwell, alla quale si può dare il nome di «analogia classica», ne sono sorte altre ciascuna delle quali dovrebbe eliminare taluna delle obiezioni opposte alla prima, se non che esse si prestano a loro volta a contestazioni che possono apparire non meno gravi. L'analogia classica è tuttora preferita da coloro che sono abituati a studiare i circuiti elettrici considerando «causa» la tensione ed «effetto» la corrente e che considerano nei sistemi meccanici «causa» la forza (o la pressione) ed «effetto» la velocità.



Nella maggior parte dei lavori nei quali si fa uso di codesta analogia, ci si limita di solito a riportare uno o più schemi equivalenti, senza darne altro che un breve cenno giustificativo (spesso, anzi, questo cenno manca del tutto), mentre si lascia a chi legge la fatica di eseguire le necessarie verifiche. Ciò presuppone da parte del lettore un'ampia conoscenza del metodo, che viceversa egli generalmente non può avere, appunto per la mancanza, nella letteratura tecnica, di un'esposizione sistematica. E del fatto, che questa conoscenza sia scarsa, è prova anche la constatazione che non di rado si vedono schemi elettrici equivalenti di sistemi meccanici ed acustici, nei quali l'analogia è stata applicata erroneamente

Il lavoro dell'ingegnere Nuovo — di cui iniziamo la pubblicazione nel presente fascicolo — è inteso a colmare tale lacuna, in ispecie con riferimento a quella categoria di dispositivi meccanici ed acustici che più particolarmente hanno applicazione nella costruzione degli apparecchi elettroacustici. Prevediamo che sarà letto con vivo interesse e che sarà apprezzata fra l'altro l'utilità dei molti esempi che esso reca, opportunamente illustrati.

LA REDAZIONE.

LA MISURA DI PICCOLI INTERVALLI DI TEMPO

NICOLA LA BARBERA

Si espongono i vari metodi in uso per la misura di intervalli di tempo dell'ordine del millisecondo, con speciale riguardo ai tempi di inserzione dei relè elettromagnetici. Fra i procedimenti oscillografici se ne propone uno di particolare semplicità e se ne descrive una variante che permette l'uso di mezzi ancora più semplici. Dei metodi che utilizzano la carica o la scarica di un condensatore si fa un esame teorico inteso a ricercare le condizioni di minimo errore. Si studiano anche i procedimenti ad estensione del tempo.

Infine si propone un misuratore di tempi di inserzione di relè a lettura diretta basato sulla determinazione, per mezzo di un voltmetro elettrostatico, della tensione raggiunta da un condensatore, caricato, durante l'intervallo di tempo incognito, con opportuna costante di tempo.

I. - Funzionamento dei relè elettromagnetici.

È di grande interesse in moltissime applicazioni la misura di intervalli di tempo dell'ordine del millisecondo. I metodi di misura più precisi si servono generalmente di mezzi elettrici, per potere adoperare i quali l'intervallo di tempo da misurare deve essere ricondotto alla successiva apertura o chiusura di due contatti, o, in particolare, di un solo. Se, ad esempio, è da determinare il tempo che un proiettile impiega per percorrere un certo spazio per ricavarne la velocità media si possono disporre due fili sul suo percorso il loro successivo spezzarsi, e la conseguente apertura di due circuiti di cui essi facciano parte materializza, per così dire, l'intervallo di tempo.

In certi casi si può eventualmente fare uso della luce: l'intercettazione o lo scoprimento di un raggio luminoso, durante il tempo incognito, si può ricondurre per mezzo di una cella fotoelettrica all'apertura o chiusura di un circuito. Talora può convenire fare a meno della trasformazione, ad esempio registrando su striscia fotografica, di cui sia nota la velocità, gli impulsi luminosi.

Nella esposizione dei metodi di misura ci si è riferiti molto spesso ai *tempi di inserzione* dei relè elettromagnetici usati in telefonia, che, per

loro natura, sono senz'altro definiti dalla successiva apertura o chiusura di due contatti. Sono essi, infatti gli intervalli di tempo che intercorrono tra l'inizio o l'interruzione della corrente nell'avvolgimento pri-

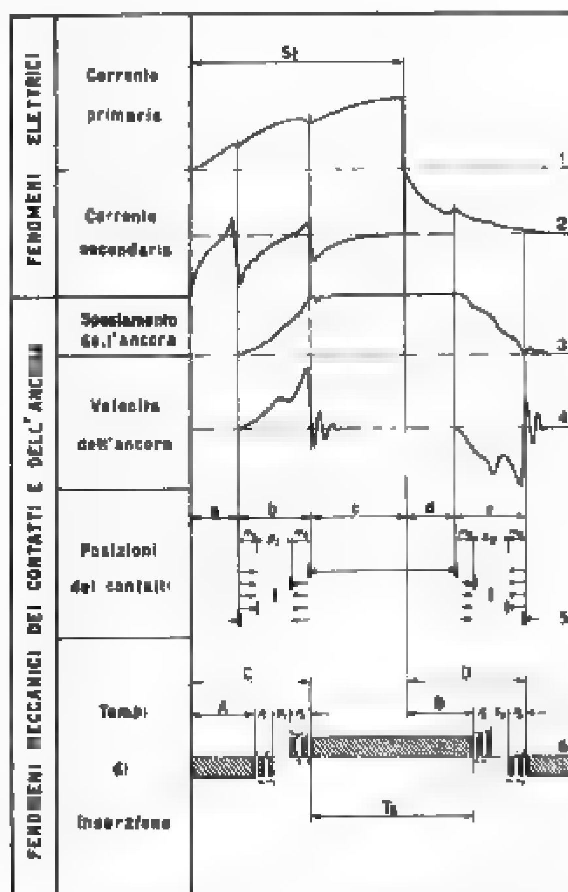


Fig. 1. — Fenomeni meccanici ed elettrici dei relè elettromagnetici e tempi di inserzione

mario del relè, e l'apertura o la chiusura dei contatti asserviti. I metodi esposti sono però applicabili alla determinazione di altri piccoli tempi, purchè questi siano stati ricondotti alla successiva apertura o chiusura di due contatti o, in particolare, di un solo. Fanno eccezione alcuni metodi basati sulla ripetuta riproduzione degli intervalli di tempo e che non servono quando il tempo da misurare non sia riproducibile a piacimento.

È utile premettere alcune nozioni relative al funzionamento dei relè telefonici. Questi, come è noto, sono costituiti da un elettromagnete munito, nel caso più generale, di un avvolgimento primario e di un avvolgimento secondario chiuso in corto circuito, la cui eccitazione ha per effetto l'attrazione di un'ancora di ferro dolce, la quale commuta uno o più contatti.

Si invii (fig. 1) nell'avvolgimento primario un impulso di corrente di durata S_0. Le curve 1, 2, 3 e 4 mostrano l'andamento, in funzione del tempo, rispettivamente della corrente primaria, della corrente secondaria, dello spostamento e della velocità dell'ancora. Il moto dell'ancora non ha inizio se non quando, dopo il tempo *a*, si è raggiunto un sufficiente numero di amperspire. Esso poi non è funzione lineare del tempo, poichè, col diminuire della distanza dell'ancora dal nucleo dell'elettromagnete, la forza attrattiva va crescendo. Analogo andamento si ha al distacco perchè, con l'aumentare di detta distanza, la forza di ritenuta va diminuendo. L'ancora resta nella posizione di lavoro anche dopo che si è interrotta la corrente primaria, per la presenza della corrente secondaria. Lo scopo dell'avvolgimento secondario chiuso in corto circuito è appunto quello di differire la caduta dell'ancora, prolungando i tempi di rilascio che si preciseranno tra poco.

Più che i movimenti dell'ancora, determinati dai tempi *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, interessano le posizioni dei contatti. Nel caso generale si ha un contatto di scambio, il quale è costituito da tre molle: due fisse, dette rispettivamente di *riposo* e di *lavoro*, e una mobile che può assumere due posizioni. Nella posizione detta di *riposo* essa si appoggia alla prima molla, costituendo il *contatto di riposo*, nella posizione detta di *lavoro* si appoggia alla seconda molla, costituendo il *contatto di lavoro*. L'inizio del moto dell'ancora provoca l'apertura del contatto di riposo, ma ciò dopo un tempo m_1, perchè, allo scopo di garantire una sicura pressione, la molla di riposo è costruita in modo da accompagnare per un certo tratto la molla mobile. Segue uno spazio privo di contatti, predisposto per ragioni di sicurezza, che viene percorso nel tempo S_1. Il contatto con la molla di lavoro si chiude un tempo m_2 prima della fine del movimento, anche ciò allo scopo di garantire una sicura pressione al contatto. Al distacco il processo è simmetrico.

I tempi di inserzione possono quindi differire da quelli di lavoro dell'ancora. Dal punto di vista tecnico delle misure essi sono influenzati da altri fattori come, ad esempio, i rimbalzi. Per rimbalzo si intende una oscillazione meccanica, di frequenza compresa tra 100 e 4000 Hz, tra l'abbandono e la ripresa di una posizione. Il rimbalzo è detto intero quando la molla mobile urta, ad esempio, la molla di lavoro, si allontana, e va ad urtare di nuovo la molla di riposo; se questa non viene raggiunta si ha il mezzo rimbalzo.

Ecco i vari tempi di inserzione:

A: tempo di operazione-apertura. Intervallo di tempo tra l'inizio della corrente primaria e il primo distacco del contatto di riposo.

B: *tempo di rilascio-apertura*. Intervallo tra l'interruzione della corrente primaria e il primo distacco del contatto di lavoro.

C *tempo di operazione-chiusura*. Intervallo tra l'inizio della corrente primaria e la chiusura definitiva del contatto di lavoro.

D *tempo di rilascio-chiusura*. Intervallo tra l'interruzione della corrente primaria e la valida chiusura del contatto di riposo.

Si comprende che un relè non munito di contatto di scambio presenterà soltanto i tempi *A* e *D* oppure *B* e *C*.

A questi quattro tempi, che sono i più importanti e quelli che generalmente interessa misurare, possono aggiungersi:

T_t: *tempo di tenuta*. Intervallo tra la valida chiusura del contatto di lavoro e il primo distacco.

P_1, P_2, P_3, P_4: *tempi di rimbalzo*. Tempi di oscillazione tra due posizioni stazionarie o quasi stazionarie.

S_I, S_{II}, S_1, S_2. *tempi di scambio*. Tempi privi di contatti. si hanno solo nei contatti di scambio

1, 2, ..., a_1, a_2, ...: valori parziali dei tempi di rimbalzo.

La precalcolazione dei tempi di inserzione dei relè non è rigorosa perchè alcuni dei fattori che intervengono per esempio la variazione della riluttanza per effetto del movimento dell'ancora, non sono esprimibili analiticamente. Esistono tuttavia buone soluzioni approssimate, ma, per la poca maneggiabilità delle formule e per le variazioni inevitabili dei valori caratteristici anche in relè eguali conviene fare affidamento soltanto sulla tecnica delle misure (1 ÷ 10) [1].

Non formano oggetto della ricerca, e quindi vi si accenna soltanto, metodi per lo studio del movimento dell'ancora. Alcuni fotografano un raggio di luce deviato su uno schermo e riflesso da uno specchietto collegato all'ancora. Altri dispongono l'ancora sul percorso di un fascio luminoso diretto a una fotocella, di cui fotografano la corrente su striscia fotografica assieme a un dispositivo marcatempo. Altri fanno una cinematografia rapida del movimento dell'ancora. Chi si interessa di tali questioni può consultare la bibliografia (1) (11).

II. - Metodi elettroottici.

1. - *Metodi oscilloscopici ed oscillografici.* — Per determinare la relazione tra erogazione di corrente e tempi di inserzione si può adoperare (1) l'oscillografo ad equipaggi che contemporaneamente riprende la corrente primaria, la corrente secondaria e i tempi di inserzione in valore e posizione. Sopra un quarto equipaggio deve essere inviata una

---

[1] Numeri come i precedenti, tra parentesi, si riferiscono alla bibliografia riportata alla fine dell'articolo.

tensione di frequenza nota che serva da marcatempo. Nella figura 2 è indicato lo schema di misura: non compare l'equipaggio che riproduce la corrente secondaria e che può mancare quando il relè non è munito di avvolgimento secondario. L'inerzia degli equipaggi impedisce di misurare con buona precisione tempi più brevi di 0,5 ms. Per tali fenomeni rapidi si ricorre all'oscillografo a raggi catodici (1) (12) con procedimenti complicati e poco pratici. Von Ardenne (13) fa uso di un oscillografo a raggi catodici multiplo, con quattro tubi.

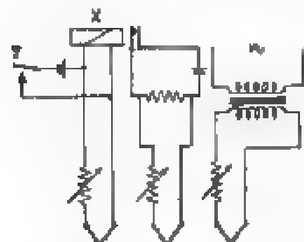


Fig. 2. — Misura del tempo di operazione-chiusura del relè X con l'oscillografo ad equipaggi.

Un metodo oscilloscopico interessante è mostrato da Weber (1) ed è illustrato dalla figura 3. Weber usa un oscillografo a raggi catodici che porta anteriormente una scala graduata. L'intera larghezza di questa viene percorsa periodicamente dal punto luminoso per esempio in 100 ms (solito dispositivo, detto «asse dei tempi» o «scansione», ad oscillazioni di rilasciamento della frequenza, nel caso indicato, di 10 Hz). Il ritorno del punto deve avvenire in un tempo molto piccolo.

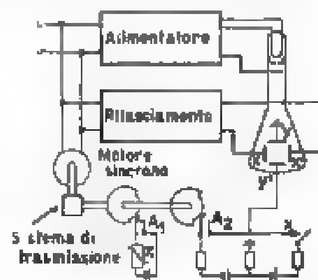


Fig. 3. — Metodo oscilloscopico di Weber.

La coppia di placche y, y' è priva di tensione. Un motore sincrono chiude, con la stessa frequenza della scansione, contemporaneamente due contatti: il contatto A_1 che inserisce il relè in misura X, il contatto A_2 che dà tensione alla placca y' dell'oscillografo. Il punto luminoso subisce allora una deviazione verticale in un certo verso: finchè, al chiudersi del contatto x del relè X, la placca y' ridiventa priva di tensione e tale deviazione di nuovo nulla. Dopo il tempo S_t si riapre A_2, il che manda alle placche una tensione opposta alla precedente, cosicchè il punto luminoso compie una deviazione di verso opposto al precedente. Ma poichè contemporaneamente ad A_2 si apre A_1, che diseccita X, dopo il tempo di rilascio-apertura si riapre x e la deviazione verticale torna nulla. Il ripetersi periodico, con la frequenza di 10 Hz di tali fenomeni permette la diretta visibilità: le durate del tempo di operazione e di quello di rilascio si possono leggere direttamente sulla scala graduata.

Il metodo presenta alcuni inconvenienti. Tutto il fenomeno deve star compreso nel tempo non troppo grande di 100 ms che corrisponde alla frequenza di 10 Hz, la lettura del tempo è disturbata dall'effetto di scintillio per eliminare il quale occorrerebbero almeno 16 riproduzioni

al secondo, cui corrisponderebbe un tempo massimo utilizzabile di 62,5 ms; il metodo non è applicabile a fenomeni che non sia possibile riprodurre a piacimento; il punto luminoso non percorre l'intera lar-

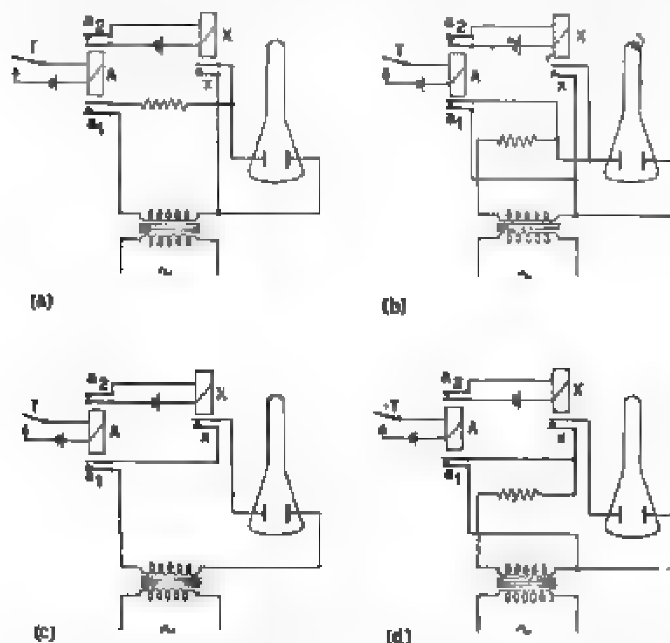


Fig. 4. — Misura dei tempi di inserzione del relè X con l'oscillografo a raggi catodici.

ghezza della scala con legge lineare giacchè la tensione a dente di sega non è di forma rigorosamente rettilinea, e ciò obbliga a una taratura preventiva.

La precisione della misura dipende evidentemente in modo essenziale dalla precisione della frequenza che comanda tutto il sistema.

È facile immaginare le semplicissime trasformazioni dello schema nel caso che il relè X abbia un contatto di lavoro di apertura.

Nel presente lavoro è stato sperimentato un procedimento oscillografico assai semplice, che permette l'utilizzazione di un semplice oscillografo a raggi catodici, anche munito di una sola coppia di placche, ed elimina il dispositivo marcatempo della striscia di carta fotografica. La figura 4*a* mostra il principio della misura di un tempo di operazione -chiusura. Il relè ausiliario A chiude contemporaneamente il circuito di eccitazione del relè in prova e un circuito che invia alle due placche di un oscillografo una tensione alternativa di frequenza nota, per esempio, 1000 Hz. Il contatto x, chiudendosi, pone in cortocircuito le placche,

riportando a zero la deviazione alternativa del punto luminoso Sulla striscia fotografica rimangono registrati un certo numero di periodi della tensione alternativa che danno la misura del tempo. La precisione del metodo dipende dalla precisione della frequenza e dalla velocità della carta fotografica: più questa è elevata e meglio si possono apprezzare le frazioni di periodo. Volendo spingere la precisione conviene anche aumentare la frequenza. infatti è ovvio che il massimo errore che si può commettere è minore di mezzo periodo, un quarto al principio e un quarto alla fine dell'oscillogramma, poichè i periodi intermedi non influiscono bastando contarli Quindi esso è tanto minore quanto minore è la durata di un periodo, cioè più elevata la frequenza. Naturalmente c'è il limite imposto dalla sensibilità della carta fotografica.



Fig 5 — Oscillogramma ottenuto con il metodo della figura 4a (alla frequenza di 500 Hz).

La figura 5 mostra l'aspetto di questi oscillogrammi La piccola oscillazione fuori del periodo che interessa è dovuta a capacità tra i contatti del relè. Chiaramente si vede l'effetto dei rimbalzi delle molle dei contatti

Le figure 4*b*, 4*c*, 4*d* mostrano le semplici trasformazioni dello schema per eseguire la misura di un tempo di rilascio-chiusura, di attrazione-apertura, di rilascio-apertura. Esse sono di immediata interpretazione l'effetto è sempre quello dell'invio all'oscillografo di un numero di periodi della frequenza campione corrispondente al tempo in misura.

Il metodo è applicabile per misurare intervalli di tempo di qualunque natura, definiti dalla successiva apertura o chiusura dei contatti a_1 e x Nel caso particolare illustrato dalle figure, della misura di tempi di inserzione di relè interviene un difetto, comune a quasi tutti i metodi, che è quello di adoperare un interruttore a due vie: il relè ausiliario *A* È necessario che i due contatti a_1 ed a_2 si chiudano o si aprano contemporaneamente, perchè il ritardo di uno rispetto all'altro si ripercuote immediatamente sulla misura. Generalmente tale ritardo è assai piccolo (non superiore al millisecondo) e se ne può tener conto misurandolo (a_2 prende allora il posto di x) e correggendo la lettura, ovvero facendo una seconda determinazione del tempo di inserzione, dopo avere scambiato l'ufficio dei due contatti (a_1, a_2) e prendendo la media dei due tempi osservati.

Qualora si disponga di un dispositivo marcatempo, negli schemi riportati si può sostituire alla tensione alternativa campione una tensione continua, leggendo sul marcatempo la lunghezza del tratto in cui il punto luminoso risulta deviato.

Un altro procedimento ideato è il seguente. Durante il tempo in misura si invia a una coppia di placche dell'oscillografo la tensione alternativa campione facendo uso degli schemi della figura 4. All'altra

coppia di placche si applichi la tensione di scansione a una frequenza anche approssimativa di 10 Hz Di fronte all'oscillografo si disponga una macchina fotografica comune. L'apertura dell'obiettivo si deve fare avvenire qualche millisecondo prima dell'inizio del tempo da misurare (cioè della commutazione contemporanea di a_1 e a_2), per cessare, possibilmente, qualche millisecondo prima del compiersi di un periodo della frequenza di scansione. I pochi millisecondi di anticipo all'inizio hanno

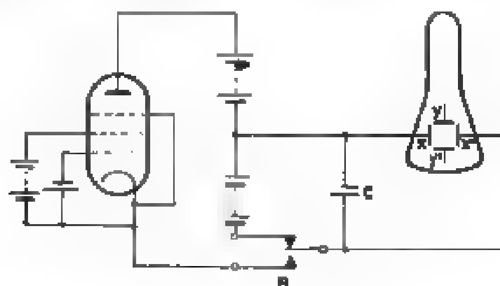


Fig 6. — La carica di un condensatore con corrente costante distanzia l'immagine dei periodi della tensione di frequenza nota che si manifestano tra le placche $y\,y'$ (fig 4) e rende possibile la fotografia.

lo scopo di assicurare la ripresa fotografica di tutti i periodi della frequenza campione che compaiono sullo schermo, quelli di anticipo rispetto alla fine del periodo di scansione lo scopo di evitare il sovrapporsi di due immagini. Ma poichè in sostanza se l'obiettivo rimanesse aperto per un tempo maggiore del periodo di scansione non si sovrapporrebbe, sulla fotografia, all'immagine dei periodi della frequenza campione altro che l'immagine di una linea orizzontale, non vi è necessità di questa minor durata del tempo di esposizione

Il vantaggio di questo metodo è l'eliminazione della striscia di carta fotografica e di tutto l'apparecchio di presa con motore, sostituito da una semplice macchina fotografica, la quale più facilmente può aversi a disposizione. Svantaggio è il dovere restringere molti periodi in poco spazio. ma il computo del tempo è sempre piuttosto facile, usando una comune lente di ingrandimento o, se si vuole, un microscopio.

Non coincidendo in generale l'apertura dell'obiettivo e la susseguente commutazione dei contatti a_1 e a_2 con l'inizio del periodo della tensione a dente di sega, l'immagine dei periodi della frequenza campione può cominciare da un punto qualsiasi di detto periodo, e generalmente cadrà parte alla fine di un periodo e parte al principio del periodo successivo. La lettura del tempo non rimane disturbata, distinguendosi sempre bene le deviazioni verticali.

Più semplicemente si può sostituire alla tensione di scansione la tensione crescente data dalla carica di un condensatore con corrente costante, ottenuta, per esempio, con un pentodo. Lo schema di misura

è mostrato in figura 6. La coppia di placche y, y' è connessa al generatore della frequenza campione e al relè in misura (o, più generalmente, ai due contatti che definiscono il tempo da misurare) mediante gli schemi di figura 4, che non sono ripetuti per semplicità. Tra la coppia di placche x, x' è inizialmente una tensione di valore sufficiente a tenere il punto luminoso completamente deviato da una parte. La commutazione della chiave B, la quale deve avvenire qualche millisecondo prima dell'inizio del fenomeno da misurare e contemporaneamente all'apertura dell'obiettivo fotografico, provoca l'inversione della carica del condensatore. I periodi della frequenza campione che si manifestano tra le placche y, y' risultano quindi distanziati. La corrente anodica del pentodo sarà di valore opportuno affinchè, in un tempo di poco superiore a quello da misurare, il condensatore raggiunga la carica necessaria perchè il punto luminoso sia completamente deviato dalla parte opposta. La figura 7 mostra il fotogramma del tempo di operazione-chiusura di un relè ottenuto col metodo esposto.

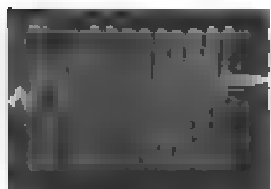


Fig. 7. — Fotografia ottenuta con il metodo della figura 6.

2. - *Altri metodi elettroottici.* — Si descrivono molto rapidamente perchè alquanto complicati e di non facile attuazione, almeno come vengono presentati normalmente.

Richter (15) usa una lampada a luminescenza collegata a un motorino sincrono e disposta assialmente. Il relè in misura è periodicamente inserito e disinserito mediante contatti situati su un segmento metallico che gira con la stessa frequenza della lampada. Questa sta accesa durante il tempo di inserzione, descrivendo su uno schermo un settore luminoso di cui l'angolo al centro dà la misura del tempo. I difetti sono: la necessità di frequenza ben determinata per la rotazione della lampada, necessità della contemporanea accensione della lampada ed inserzione del relè, disturbo dello scintillio, impossibilità della misura della durata di fenomeni che non sono riproducibili a piacere.

Altri metodi son basati sullo stesso principio. Mutschke fa ruotare una lampada sotto una scala graduata sulla quale ottiene una lettura diretta del tempo (16). Altri usa due lampade disposte a 180° e rotanti attorno ad una scala ad anello con 200 divisioni: l'esattezza è di 0,5 divisioni, il più piccolo tempo osservabile 0,5 ms (1).

È interessante un fotocronografo a polarizzazione di Crehore (14) mostrato in figura 8. Un fascio di luce, prodotto da una lampada ad arco, incontra successivamente un prisma di Nicol, una capsula contenente solfuro di carbonio, posta all'interno di un solenoide, e un secondo nicol parallelo al primo. Se il solenoide è attraversato dalla corrente elettrica, il solfuro di carbonio presenta birifrangenza occasionale e nessuna luce

perviene a una striscia di carta fotografica che scorre con velocità nota (dispositivo marcatempo). La luce può passare quando, all'inizio del tempo da misurare, viene interrotto il circuito elettrico del solenoide, perchè allora il solfuro perde la birifrangenza, e viene intercettata nuovamente quando, alla fine di tale tempo, il circuito viene richiuso.

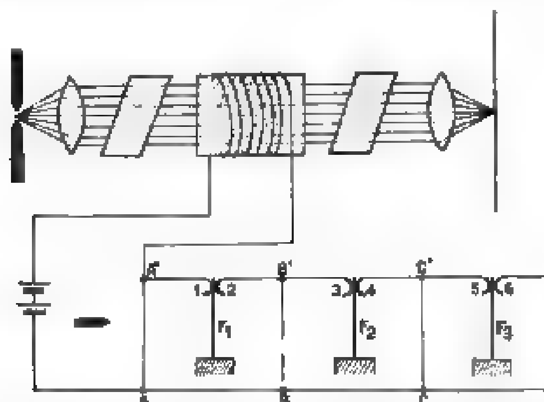


Fig. 8. — Fotocronografo a polarizzazione di Crehore.

Nella figura 8 il fotocronografo è applicato alla misura della velocità di un proiettile mediante la determinazione del tempo che esso impiega per percorrere una certa base. Sulla traiettoria sono disposti dei fili AA', BB', CC' e delle linguette di cuoio F_1, F_2, F_3 che tengono isolati i contatti 1-2, 3-4, 5-6. Interrotto il primo filo AA', per quanto si è esposto, il fascio luminoso raggiunge la carta fotografica. Viene intercettato tosto che, strappata la linguetta F_1, i contatti 1-2 richiudono il circuito. Lo stesso avviene con i successivi fili e le successive linguette. I tratti, alternativamente luminosi e oscuri, registrati sulla carta fotografica corrispondono quindi agli intervalli di tempo impiegati dal proiettile a percorrere gli spazi tra fili e linguette.

III. - Metodi elettromeccanici.

Anche di questi metodi si dà una semplice notizia perchè non molto pratici e poco precisi. Il principio sul quale si fondano è la registrazione per il tempo in misura, mediante una punta scrivente, di un segno su una striscia di carta scorrevole con velocità nota indicata da un dispositivo marcatempo (14) (1) (17). Tali metodi sono per lo più applicati alla determinazione delle velocità dei proiettili, quindi il tempo da misurare è generalmente definito dalla successiva apertura di due circuiti, mediante la rottura di due fili disposti sul cammino del proiettile a distanza nota.

Nei cronografi a scintilla fa parte di ciascun circuito il primario di un rocchetto di Ruhmkorff (fig. 9). Il secondario ha un capo connesso a un tamburo metallico rotante e l'altro capo costituito da una punta che trovasi a breve distanza dalla superficie affumicata di detto tamburo. L'interruzione del primario provoca lo scoccare di una scintilla tra la punta e tale superficie, sulla quale rimane un segno. Altra scintilla scocca quando viene interrotto il secondo circuito. Il tamburo è dotato non solo di un moto di rotazione ma anche di un moto di avanzamento, in modo che la punta descrive un cammino elicoidale che permette la misura di tempi anche piuttosto lunghi.

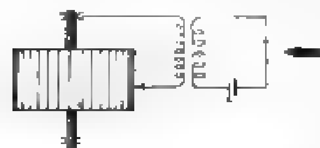


Fig. 9. — Cronografo a scintilla.

Nella figura 10 la scintilla è prodotta dalla scarica di due condensatori provocata dal proiettile che chiude successivamente il contatto tra due coppie di fogli di stagnola AA_1, BB_1.

In cronografi d'altro tipo, l'interruzione dei circuiti provoca la diseccitazione di elettromagneti le cui ancore portano punte scriventi che vanno ad appoggiarsi sulla superficie del solito tamburo rotante o su una striscia di carta scorrevole. I dispositivi marcatempo sono generalmente costituiti da elettrodiapason con punte scriventi.

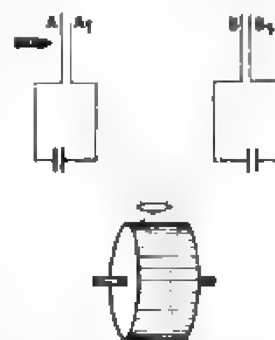


Fig. 10. — Altro cronografo a scintilla.

Per la misura di tempi più lunghi viene usato anche un selettore, inserito contemporaneamente al relè (1). È da notare infine l'uso di contasecondi elettrici azionati da motorino sincrono e con il quadrante generalmente graduato in centesimi di secondo. La precisione di tali strumenti è dipendente dalla precisione della frequenza usata e dalla maggiore o minore inerzia con la quale essi rispondono agli impulsi di avviamento e di blocco. Negli apparecchi del commercio le imprecisioni dovute a questa seconda causa sono generalmente dell'ordine del centesimo di secondo.

Presso l'I. E. N. G. F. è stato progettato, e fatto costruire in due esemplari identici, un contasecondi del genere (18). Esso è azionato da un motorino sincrono permanentemente in movimento: il sistema di rotismi che muove le lancette del quadrante viene trascinato mediante un ingranaggio oscillante, che può innestarsi o sul pignone del motore (partenza) o su un pignone bloccato (arresto). I relativi comandi sono eseguiti mediante relè elettromagnetici i cui tempi di operazione sono resi perfettamente identici mediante la regolazione, una volta tanto, in sede di collaudo, di due pistoni a molla. Supposta esatta la frequenza (50 Hz) della tensione che pilota il motorino, la sola indeterminazione

che rimane nelle misure è dovuta all'effetto di trascinamento dell'ingranaggio oscillante sulla prima ruota del rotismo; essa può essere valutata in base a un esame delle dimensioni geometriche e risulta non superiore a 4 ms. Le verifiche sperimentali hanno confermato tale valore.

IV. - Metodi col galvanometro balistico.

È noto che, se si invia in un galvanometro balistico (a smorzamento aperiodico) un impulso di corrente e questo termina prima che la bobina abbia abbandonato la posizione di riposo, l'elongazione susseguente è proporzionale alla quantità di elettricità passata durante l'impulso, secondo una costante che è caratteristica dello strumento. Si indichino con α l'elongazione, con k la costante, con τ la durata dell'impulso; si ha

$$[1] \qquad \alpha = k \int_0^{\tau} i \, dt$$

Generalmente per i metodi in questione si usa una corrente costante oppure esponenziale. Nel primo caso è semplicemente $\alpha = i\,k\,\tau$ e quindi

$$[2] \qquad \tau = \frac{\alpha}{i\,k}$$

Nel secondo, se $i = i_0\, e^{-\beta t}$, si ha

$$[3] \qquad \alpha = k \int_0^{\tau} i_0\, e^{-\beta t}\, dt\,.$$

La risoluzione dell'integrale fornisce: $q = \frac{i_0}{\beta}\,(1 - e^{-\beta\tau})$, dalla quale si ricava

$$[4] \qquad \tau = \frac{1}{\beta} \log \frac{i_0}{i_0 - \beta q}$$

Questa relazione permette di calcolare il tempo una volta conosciuta la forma della corrente e la quantità di elettricità q che si ottiene dividendo l'elongazione del galvanometro per la costante k.

1. - *Metodi con corrente costante.* — La figura 11 mostra il principio della misura di un tempo compreso tra la chiusura di un contatto A_1 e l'apertura di un altro A_2. La formula data [2] è in realtà solo approssimata. Non si può infatti prescindere a priori dalla induttanza del circuito che non è trascurabile per la presenza della bobina del galvanometro. La legge esatta è:

$$[5] \qquad E = i\,R + L\,\frac{di}{dt}\,,$$

ove E è la forza elettromotrice impressa, i la corrente, R la resistenza, L l'induttanza del circuito.

Dalla [5] si ricava $i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ e quindi, se la corrente fluisce nel galvanometro per il tempo t_1:

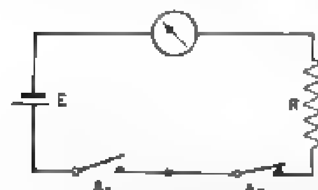


Fig. 11. — Principio della misura di piccoli intervalli di tempo con il galvanometro balistico.

$$\alpha = k\int_0^{t_1}\frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)dt$$

cioè

$$[6] \quad \alpha = k\frac{E}{R}\left[t_1 - \frac{L}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1}\right)\right].$$

In prima approssimazione può trascurarsi il termine $e^{-\frac{R}{L}t_1}$, il quale è sensibilmente prossimo a zero (²). Resta:

$$[7] \quad \alpha = k\frac{E}{R}\left(t_1 - \frac{L}{R}\right).$$

La formula data [2] costituisce una ulteriore approssimazione della [7] quando si trascuri il termine $\frac{L}{R}$, il che è lecito nella maggior parte dei casi.

La figura 12 mostra il principio della misura dei quattro tempi fondamentali di inserzione (operazione-apertura, rilascio-apertura, opera

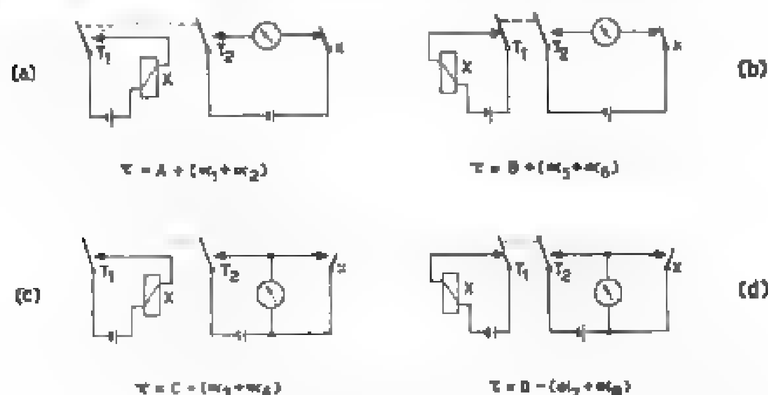


Fig. 12. — I tempi di inserzione del relè X misurati con il galvanometro balistico.

(²) Per $R = 1000\ \Omega$, $L = 0{,}001$ H e $t_1 = 1$ ms, si ha $e^{-\frac{R}{L}t} = e^{-1000} \simeq 0$.

zione-chiusura, rilascio-chiusura) dei relè, con elongazioni balistiche ottenute con corrente costante. (La misura dei tempi è influenzata dai tempi parziali di rimbalzo α_1, α_2 ..., α_4 vedi anche fig. 1) I valori del tempo sono proporzionali alle elongazioni (formula [2,) e quindi il quadrante dell'apparecchio può essere graduato direttamente in tempi. Ma per tempi troppo lunghi (oltre 500 ms) la proporzionalità non sussiste più e si deve ricorrere a una curva di taratura.

La figura 13 mostra uno schema a ponte per misurare intervalli di tempo compresi tra le aperture di due contatti A_1, A_2. Tale schema riesce vantaggioso in determinati casi come, ad esempio, per la determinazione del tempo che un proiettile impiega per percorrere una certa base: A_1 e A_2 sarebbero in tal caso due fili disposti sul percorso del proiettile e che da esso vengono spezzati.

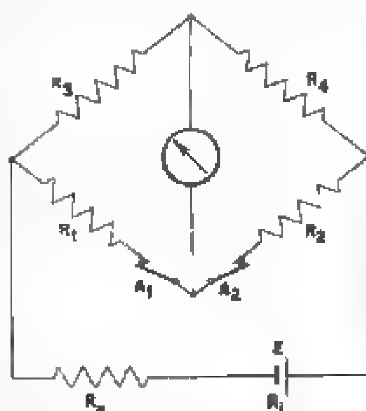


Fig. 13. — Misura dell'intervallo di tempo tra l'apertura del contatto A_1 e quella del contatto A_2.

Per stabilire la relazione tra il tempo l'elongazione del galvanometro e le costanti del circuito, si considera anzitutto che le induttanze dei vari elementi son trascurabili eccetto, per la presenza della bobina del galvanometro, quella della diagonale di misura. Siano R_1, R_2, R_3, R_4 le resistenze dei vari lati, E la forza elettromotrice ed R_i la resistenza interna della pila, R_a una eventuale resistenza in serie sulla diagonale di alimentazione, R_0 ed L_0 rispettivamente la resistenza e l'induttanza della diagonale di misura. Il ponte è inizialmente in condizioni di equilibrio e nessuna corrente circola nel galvanometro. Aperto il contatto A_1 fluisce invece in esso una corrente i_0 e ciò fino a quando, dopo il tempo t_1 si apre A_2. Durante tale intervallo di tempo si hanno le relazioni

$$[8] \qquad \begin{aligned} E &= i_3 R'_3 + i_4 R_4 \\ i_0 R_0 + L_0 \frac{di_0}{dt} + i_2 R_2 &= i_4 R_4 \\ i_3 &= i_4 + i_0 \\ i_0 &= i_2 \end{aligned}$$

nelle quali si è posto $R'_3 = R_3 + R_a + R_i$. La quantità di elettricità che passa nel tempo t_1 attraverso il galvanometro è:

$$q = \int_0^{t_1} i_0 \, dt \quad \text{cioè} \quad i_0 = \frac{dq}{dt}, \qquad \frac{di_0}{dt} \qquad \frac{d^2q}{dt^2}$$

La risoluzione del sistema [8] dipende dall'equazione (3)

$$a_2 \frac{d^2 q}{dt^2} + a_1 \frac{dq}{dt} = a_0 \tag{9}$$

ove

$$\begin{aligned} a_0 &= R_4 E \\ a_1 &= (R_0 + R_2)(R'_3 + R_4) + R'_3 R_4 \\ a_2 &= L_0 (R'_3 + R_4) . \end{aligned} \tag{10}$$

La risoluzione della [9] dà, come è noto

$$q = \frac{a_0}{a_1} t + c_0 + c_1 e^{nt} \quad \text{ove} \quad n = -\frac{a_1}{a_2} . \tag{11}$$

Dalle condizioni ai limiti risulta $c_0 = - c_1 = - \frac{a_0 a_2}{a_1^2}$ (4). In definitiva si ha la seguente relazione tra il tempo e la quantità di elettricità che fluisce nel galvanometro:

$$q = \frac{a_0}{a_1} \left[t - \frac{a_2}{a_1} \left(1 - e^{-\frac{a_1}{a_2} t} \right) \right] \tag{12}$$

In prima approssimazione può trascurarsi il termine $e^{-\frac{a_1}{a_2} t}$, assai prossimo a zero (5), ed assumersi come formula:

$$q = \frac{a_0}{a_1} \left(t - \frac{a_2}{a_1} \right) \tag{13}$$

(3) Sostituendo nella prima delle [8] i_3 con $i_4 + i_0$ si ha $E = i_4 + i_0 R'_3 + i_4 R_4$, quindi, ricavando $i_4 = \frac{E - i_0 R'_3}{R'_3 + R_4}$ e sostituendola nella seconda equazione, ove anche si sostituisce i_1 con i_0, si ottiene

$$i_0 R_0 + L_0 \frac{di_0}{dt} + i_0 R_2 = \frac{(E - i_0 R'_3) R_4}{R'_3 + R_4} ,$$

ossia

$$L_0 (R'_3 + R_4) \frac{di_0}{dt} + [(R'_3 + R_4)(R_0 + R_2) + R_4 R'_3] i_0 = E R_4$$

da cui le [10].

(4) Poichè per $t = 0$ anche $q = 0$, si ha $c_0 = - c_1$ e quindi:

$$q = \frac{a_0}{a_1} t + c_0 \left(1 - e^{-\frac{a_1}{a_2} t} \right) .$$

Derivando e tenendo conto che per $t = 0$ è anche $\frac{dq}{dt} = 0$, si ha:

$$c_0 = - \frac{a_0 a_2}{a_1^2}$$

(5) Se $R'_3 = R_4 = R_2 = R_0 = 1000\ \Omega$ ed $L_0 = 0{,}001$ H, si ha $\frac{a_1}{a_2} = 2{,}5 \cdot 10^6$ e, per $t = 1$ ms, $e^{-\frac{a_1}{a_2} t} = e^{-2500} \simeq 0$

Anche il termine $-\frac{a_2}{a_1}$ può essere trascurato nella maggior parte dei casi [6].

La corrente costante da far fluire nel galvanometro può essere ottenuta mediante tubi elettronici, triodi o, meglio, pentodi. Nella figura 14 è mostrato un sistema di misura di piccoli tempi (kalliroton di Turner)

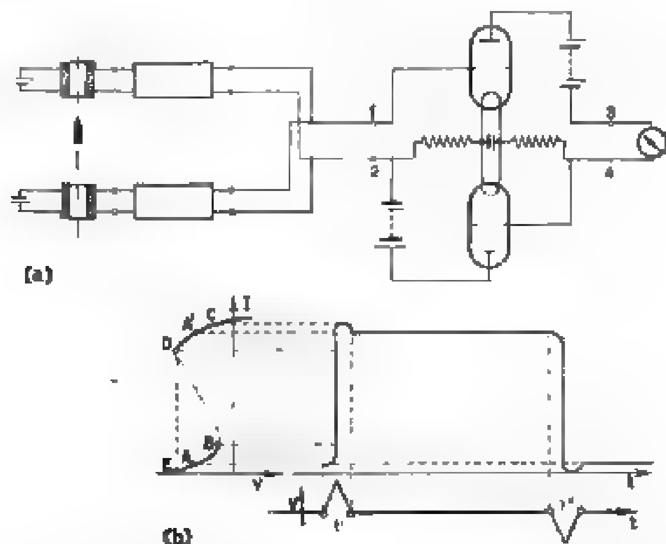


Fig. 14. — Kalliroton di Turner: *a*) schema di misura, *b*) caratteristica di funzionamento del sistema di tubi.

applicato alla determinazione della velocità di un proiettile (14). Questi, attraversando due bobine, produce due successivi impulsi di tensione che vengono applicati, previa amplificazione, all'ingresso 1-2 del kalliroton. Il primo impulso fa aumentare bruscamente il valore della corrente all'uscita 3-4 (cioè nel galvanometro) come è mostrato dalla caratteristica della figura 14*b*. Il secondo impulso, applicato in senso opposto al precedente, riporta la corrente al valore iniziale *A*. Anche a riposo c'è una piccola corrente che è compensabile in modo che il galvanometro non ne sia percorso. Per la maggiore esattezza gli impulsi (t' e t'') debbono durare il meno che sia possibile: si riesce a ridurli fino a 10^{-7} secondi.

La figura 15 mostra un altro modo di determinare il passaggio della corrente attraverso il galvanometro: V_1 e V_2 sono due tiratron. L'applicazione di un primo impulso di tensione alla prima entrata (inizio del tempo da misurare) fa innescare la scarica in V_1 e permette che una

---

(6) Con gli stessi valori dell'esempio precedente $a_2/a_1 = 0,4 \cdot 10^{-6}$ s.

corrente, determinata da E e da R, fluisca nel galvanometro. L'applicazione di un secondo impulso alla seconda entrata (fine del tempo da misurare) interrompe tale corrente, che non può ripristinarsi se non sia stato interrotto il circuito attraverso V_2. La figura 15 mostra soltanto lo schema di principio dell'apparecchio completo (19)

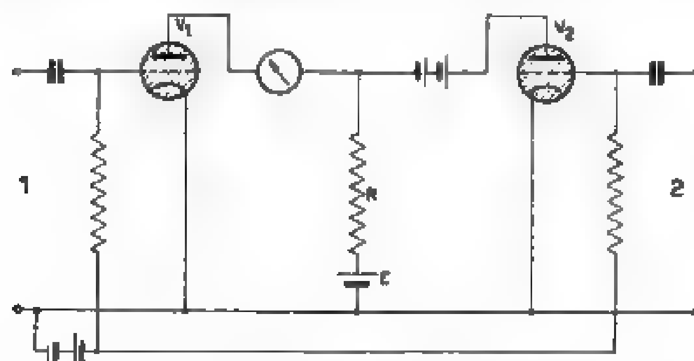


Fig. 15. — Cronoscopio di Bradford

Lo scopo degli ultimi due metodi esposti è di determinare il fluire della corrente attraverso il galvanometro senza la materiale chiusura o apertura di un contatto, ma solo adoperando due impulsi di tensione

2 - *Metodi con corrente esponenziale.* — L'elongazione balistica del galvanometro viene ottenuta mediante la carica o scarica di un condensatore. Considerando, per fissar le idee, il secondo caso, la quantità di elettricità q segue la legge

$$[14] \qquad L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 ,$$

ove L ed R sono l'induttanza e la resistenza del circuito, e C è la capacità del condensatore. Come è noto la soluzione della [14] è della forma:

$$[15] \qquad q = A\, e^{x_1 t} + B\, e^{x_2 t} ,$$

ove x_1 ed x_2 sono le radici dell'equazione risolvente.

$$L x^2 + R x + \frac{1}{C} = 0$$

cioè

$$x_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} ,$$

e le costanti A e B sono determinate dalle condizioni ai limiti. Il caso

che interessa è quello per cui $R^2C > 4\,L$, ed allora:

$$A = Q\,\frac{d+b}{2\,d} \qquad B = Q\,\frac{d-b}{2\,d}\,,$$

ove, per semplicità, si è posto $b = \frac{R}{2L}$, $d = +\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$, ed ove Q è la carica iniziale del condensatore (7). La soluzione dell'equazione [15] è quindi

$$[16] \qquad q = Q\,\frac{d+b}{2\,d}\,e^{-(b-d)t} + Q\,\frac{d-b}{2\,d}\,e^{-(b+d)t}\ (8).$$

Poichè in pratica è $R^2C >> 4\,L$, la precedente equazione diventa (9)

$$[17] \qquad q = Q\left[e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{L}{R^2C}\,e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{L}{R^2C}\,e^{-\left(\frac{R}{L} - \frac{1}{RC}\right)t}\right]$$

È sufficiente tener conto dei primi due termini entro la parentesi poichè il terzo è trascurabile rispetto al secondo (10); in definitiva

$$[18] \qquad q = Q\,e^{-\frac{t}{RC}}\left(1 + \frac{L}{R^2C}\right)$$

(7) Difatti per $t = 0$ è $q = Q$ e $dq/dt = 0$, e quindi si hanno le equazioni

$$Q = A + B \qquad A x_1 + B x_2 = 0$$

la cui soluzione fornisce A e B.

(8) Questa equazione può mettersi sotto la nota forma

$$q = Q\,e^{-bt}\left(\cosh dt + \frac{b}{d}\,\mathrm{senh}\,dt\right)$$

(9) In generale se $a >> b$ è $\sqrt{a-b} \cong \sqrt{a} - \frac{b}{2\sqrt{a}}$. Quindi se $R^2C >> 4L$ è:

$$d = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \cong \frac{R}{2\,L} - \frac{1}{RC}$$

e la [16] diviene.

$$q = Q\,\frac{R^2\,C - L}{R^2\,C - 2\,L}\,e^{-\frac{t}{RC}} - Q\,\frac{L}{R^2\,C - 2\,L}\,e^{-\left(\frac{R}{L} - \frac{1}{RC}\right)t}$$

che si trasforma nella [17] poichè

$$\frac{R^2\,C - L}{R^2\,C - 2\,L} \cong \frac{R^2\,C + L}{R^2\,C} = 1 + \frac{L}{R^2\,C} \quad \text{e} \quad \frac{L}{R^2\,C - 2\,L} \cong \frac{L}{R^2\,C}$$

(10) Il rapporto tra il secondo e il terzo termine è, in valore assoluto, $e^{\frac{R}{L}t}$ numero molto grande. Se, ad esempio, è $R = 1000\ \Omega$, $L = 0{,}001$ H, $t = 1$ ms si ha $e^{\frac{R}{L}t} = e^{1000}$.

Il termine L/R^2C è nella pratica assai piccolo (11); è dunque lecito assumere la formula semplificata

[19] $$q = Q\, e^{-\frac{t}{RC}} \, .$$

Nel caso della carica il risultato è analogo

[20] $$q = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

L'errore che si commette adoperando questi metodi dipende in modo essenziale dal punto della caratteristica di carica o scarica nel quale

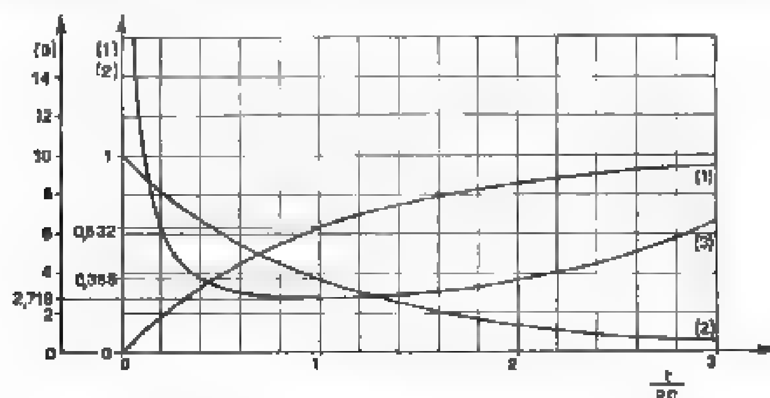


Fig. 16. – 1) Curva di carica di un condensatore: $\frac{q}{Q} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$

2) Curva di scarica di un condensatore: $\frac{q}{Q} = e^{-\frac{t}{RC}}$

3) Curva $y = \frac{RC\, e^{\frac{t}{RC}}}{t}$

si lavora (fig. 16), ossia dal rapporto q/Q. Per fissare le idee si consideri il caso della scarica.

[19] $$q = Q\, e^{-\frac{t}{RC}} \, ,$$

è anche:

[21] $$t = RC \log \frac{Q}{q}$$

Sia $\Delta t/t$ l'errore relativo che si commette nella determinazione del tempo per effetto di un errore Δq commesso nella misura di q. Poichè

(11) Per $R = 1000\ \Omega$, $C = 10\ \mu F$, $L = 0{,}001$ H, è $\frac{L}{R^2C} = 0{,}0001$

può scriversi,

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{dt}{dq}\,\frac{\Delta q}{t},$$

e poichè dalla [21] risulta $dt/dq = -RC/q$, si ha [12]

[22] $$\frac{\Delta t}{t} = -\frac{RC\,e^{\frac{t}{RC}}}{t}\,\frac{\Delta q}{Q}.$$

Il minimo errore è calcolabile eguagliando a zero la derivata di tale espressione rispetto a t. Precisamente, tenendo conto che R, C, Δq e Q son costanti, si ha:

$$\frac{d}{dt}\,\frac{\Delta t}{t} = \frac{(t - RC)\,e^{\frac{t}{RC}}}{RC\,t^2} = 0$$

che è verificata per,

[23] $$t = RC.$$

Facilmente si prova trattarsi di minimo, che, in valore, è dato da [13]:

[24] $$\left(\frac{\Delta t}{t}\right)_{\min} = e\,\frac{\Delta q}{Q},$$

---

[12] L'errore relativo $\Delta t/t$ ha identica espressione nel caso della carica, tranne il segno che è allora positivo. La curva (3) della figura 16 ne mostra l'andamento, a parte il fattore costante $\Delta q/Q$ (oppure $-\Delta q/Q$).

[13] L'errore relativo $\Delta t/t$ è infinito per $t = 0$, e ciò è ovvio, ed è anche infinito per $t \to \infty$. Infatti:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\Delta t}{t} = \lim_{t\to\infty} -\frac{RC\,\Delta q}{qt}$$

e, a parte il fattore costante $-RC\Delta q$:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\Delta t}{t} = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{qt} = \frac{1}{0\cdot\infty}$$

Questa espressione è indeterminata, ma poichè:

$$qt = \frac{t}{\frac{1}{q}}$$

$$\lim_{t\to\infty} qt = \lim_{t\to\infty} \frac{t}{\frac{1}{q}} = \lim_{t\to\infty} \frac{\frac{d}{dt}\,t}{\frac{d}{dt}\,\frac{1}{q}} = \frac{1}{\infty} = 0,$$

in definitiva

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\Delta t}{t} = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{qt} = \frac{1}{0} = \infty.$$

cioè, dipende anche in modo essenziale dalla sensibilità dello strumento e dalla carica massima iniziale.

In quanto sopra si è detto si è supposto che la imprecisione della misura fosse causata solo dalla determinazione di q. In verità si commette un errore anche nella determinazione di Q. La questione può essere trattata più rigorosamente mediante la teoria degli errori.

È noto che se una grandezza $X = F(X_1, X_2, ..., X_n)$ si determina per mezzo della misura di $X_1, X_2, ..., X_n$, per gli errori quadratici medi vale la relazione (14)

$$[25] \qquad \mu_x^2 = \left(\mu_{x_1} \frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 + \ldots + \left(\mu_{x_n} \frac{\partial F}{\partial x_n}\right)^2,$$

ove $\mu_x, \mu_{x_1}, ..., \mu_{x_n}$ sono gli errori quadratici rispettivamente di X, $X_1, ..., X_n$. Nel caso che si considera siano μ_t, μ_q, μ_Q rispettivamente gli errori quadratici medi di t, q, Q. Tenendo presenti la [21] e la [25] si ha

$$\mu_t^2 = R^2C^2\left(\frac{1}{Q^2}\mu_Q^2 + \frac{1}{q^2}\mu_q^2\right),$$

e introducendo l'errore relativo $\sigma = \mu_t/t$, posto $Q/q = x$, risulta facilmente

$$[26] \qquad \sigma^2 = \frac{\mu_Q^2}{Q^2} \, \frac{1 + x^2\left(\frac{\mu_q}{\mu_Q}\right)^2}{(\log x)^2}.$$

Eguagliando a zero la derivata rispetto a x si deduce la condizione di minimo errore (15):

$$[27] \qquad \log x = 1 + \frac{1}{x^2}\left(\frac{\mu_Q}{\mu_q}\right)^2.$$

(14) Analoga relazione si ha per gli errori probabili.

(15) Trasformata la [26] in

$$\sigma^2 = \frac{1}{Q^2} \, \frac{\mu_Q^2 + x^2\mu_q^2}{(\log x)^2}$$

si ha, derivando ed eguagliando a zero

$$2\sigma\frac{d\sigma}{dx} = \frac{1}{Q^2} \, \frac{2x\mu_q^2(\log x)^2 - (\mu_Q^2 + x^2\mu_q^2)\frac{2}{x}\log x}{(\log x)^4} = 0.$$

Moltiplicando per $Q^2(\log x)^4$ e ancora dividendo per $2x\mu_q^2\log x$,

$$\log x - \frac{\mu_Q^2}{\mu_q^2}\,\frac{1}{x^2} - 1 = 0$$

$$\log x = 1 + \frac{1}{x^2}\left(\frac{\mu_Q}{\mu_q}\right)^2.$$

Poichè nella determinazione di q interviene un numero di cause di errore molto maggiore è sempre $\mu_Q < \mu_q$. Nel peggiore dei casi sarebbe $\mu_Q = \mu_q$ cioè:

$$\log x = 1 + \frac{1}{x^2}, \qquad 2{,}718 < x < 3 .$$

Introdotti gli errori relativi $\frac{\mu_Q}{Q} = \nu_Q$, $\frac{\mu_q}{q} = \nu_q$, la condizione di minimo diventa

$$\log x = 1 + \left(\frac{\nu_Q}{\nu_q}\right)^2 \tag{28}$$

L'esperienza mostra che ν_Q, ν_q è molto piccolo, quindi $(\nu_Q/\nu_q)^2$ trascurabile di fronte a 1 ([15]), e perciò molto prossimamente: $\log x = 1$, cioè $Q/q = e$. Il minimo errore relativo si ha dunque arrestando la scarica del condensatore quando sia raggiunta la condizione

$$\frac{q}{Q} = \frac{1}{e} = 0{,}3679 , \tag{29}$$

ossia il punto corrispondente a $t = RC$. Nel caso della carica il risultato è analogo: il minimo errore si ha arrestando la carica al punto corrispondente a $t = RC$, cui corrisponde

$$\frac{q}{Q} = \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0{,}6321 . \tag{30}$$

I metodi fondamentali per la misura sono quattro, basati rispettivamente sulla determinazione

- della quantità di carica parziale q_1,
- della quantità di carica residua q_2,
- della quantità di scarica parziale q_3,
- della quantità di scarica residua q_4.

Caricando per un tempo t un condensatore di capacità C con una sorgente E, attraverso una resistenza R, la quantità di carica parziale è:

$$q_1 = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right), \tag{31}$$

se si continua a caricare si accumula ulteriormente la carica residua

$$q_2 = Q\, e^{-\frac{t}{RC}}, \tag{32}$$

ove t è il valore del primo tempo di carica.

([15]) Precisamente $(\nu_Q/\nu_q)^2$ è dell'ordine di $10^{-3} \div 10^{-4}$

Così, se un condensatore carico della quantità di elettricità $Q = CE$ si scarica attraverso una resistenza R per un tempo t, la quantità di scarica parziale è:

$$[33] \qquad q_3 = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right),$$

ed infine ultimando la scarica, si scarica ulteriormente la quantità

$$[34] \qquad q_4 = Q\, e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Lavorando con i quattro procedimenti fondamentali di cui si è detto si misurano rispettivamente q_1, q_2, q_3, q_4 e si determinano i tempi dalle relazioni:

$$[35] \qquad \tau_I = CR \log \frac{Q}{Q - q_1}$$

$$[36] \qquad \tau_{II} = CR \log \frac{Q}{q_2}$$

$$[37] \qquad \tau_{III} = CR \log \frac{Q}{Q - q_3}$$

$$[38] \qquad \tau_{IV} = CR \log \frac{Q}{q_4}.$$

In queste relazioni, al posto delle q e delle Q, basta porre i valori delle rispettive elongazioni balistiche che sono ad esse proporzionali. Per avere buoni risultati la durata dell'impulso deve essere piccola rispetto alla costante di tempo dello strumento, l'elongazione di questo aperiodica e la tensione di carica costante e determinata.

Dei quattro procedimenti il più usato è forse il quarto, di cui le figure 17 *a* e 17 *b* mostrano il principio rispettivamente per la misura di tempi

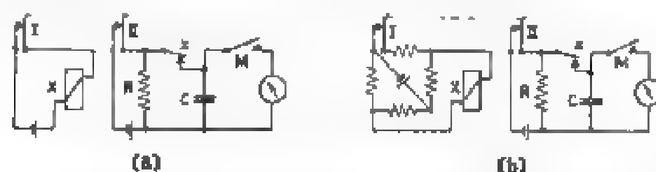


Fig. 17 — Misura di tempi di inserzione di relè mediante la determinazione della quantità di scarica residua q_4: *a*) rilascio, *b*) attrazione.

di rilascio e di attrazione. Nel primo caso l'apertura contemporanea di I e II diseccita il relè in misura X e inizia la scarica del condensatore C, che era carico, sulla resistenza R. Dopo il tempo di rilascio, all'aprirsi del contatto x, tale scarica viene interrotta e la scarica residua vien misurata mediante la chiusura del tasto M sul galvanometro. Il tempo

si calcola con la [38]: al posto di Q e di q_4 si possono, come si è detto, mettere nella formula le rispettive elongazioni. Basterà cioè, prima o dopo le operazioni descritte, aprire x e chiudere M per ottenere l'elongazione relativa alla piena carica Q.

Per la misura del tempo di operazione il relè X, posto sulla diagonale di azzeramento di un ponte, si eccita all'apertura di I, mentre contemporaneamente si inizia in modo analogo la scarica di C: seguono identicamente tutte le altre operazioni. La resistenza R deve essere regolata in modo che sia rispettata la condizione [29] di minimo errore.

Molteplici altri schemi di misura sono basati sostanzialmente sui principi esposti (1) (20) (21).

Un metodo di suddivisione degli impulsi, usato da Klopsteg (22), è basato sul principio di annullare una parte nota della carica residua e misurare la rimanente. Il tempo parziale si calcola con la [38], e bisogna aggiungere il tempo corrispondente alla carica compensata. Il Klopsteg indica come massimo errore per un tempo di 250 ms il 0,15 %.

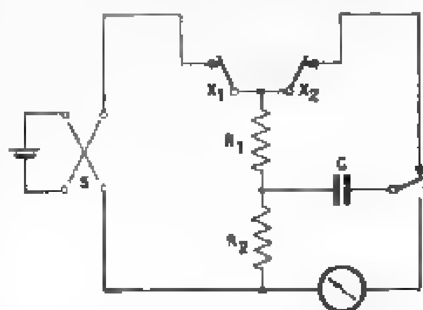


Fig. 18. — Metodo di Klopsteg.

La figura 18 illustra il procedimento: il commutatore S collega il condensatore a una tensione parziale data dal rapporto R_1/R_2. L'intervallo di tempo da misurare è quello che intercorre tra l'apertura di x_1 e quella di x_2. L'apertura di x_1 distacca la sorgente e il condensatore si scarica su R_1 ma solo finchè si apre x_2. Si richiude allora x_1 e si inverte la pila, generando in tal modo ai capi di R_2 una tensione di senso opposto a quella di C. Azionando T si misura la differenza tra la tensione ai capi di C e quella ai capi di R_2, dalla quale si ricava il tempo.

Difatti la deviazione del galvanometro è dovuta a una carica,

$$\pm \Delta q = C\left(\frac{q_4}{C} - v_2\right)$$

dalla quale

$$q_4 = v_2 C \pm \Delta q ,$$

ove q_4 è la carica rimasta sul condensatore, C la capacità di detto condensatore, v_2 la tensione ai capi di R_2. Se con v si indica la tensione rimasta ai capi del condensatore, anche $q_4 = vC$. Ora, poichè il tempo da misurare è

$$[38] \qquad \tau = CR_1 \log \frac{Q}{q_4} ,$$

ed è $Q = v_1 C$, e ancora, denotando con v_0 la caduta totale di tensione

ai capi di $R_1 + R_2$, è:

$$v_1 = v_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} , \qquad v_2 = v_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} ,$$

sostituendo tutti questi valori nella [38] si ricava:

$$[39] \qquad \tau = C R_1 \log \frac{1}{\dfrac{R_2}{R_1} \pm \dfrac{\Delta Q}{v_0 C} \left(\dfrac{R_1 + R_2}{R_1} \right)} .$$

Questa formula permette il calcolo del tempo: tutti i componenti del secondo membro sono costanti note, tranne ΔQ che si determina dalla deviazione del galvanometro. Poichè anzi, nelle migliori condizioni, dovrebbe essere $\Delta Q = 0$, si possono determinare i valori delle resistenze più opportuni per l'intervallo di tempo che si vuol misurare. Se, ad esempio, tale tempo è dell'ordine di 10^{-4} s, e se $R_1/R_2 = 2$ e $C = 1\ \mu$F, si ha

$$R_1 = \frac{\tau}{C \log 2} = \frac{10^{-4}}{10^{-6} \cdot 0{,}6932} = 144{,}3\ \Omega$$

e quindi $R_2 = 72{,}15\ \Omega$.

Il Klopsteg trasforma poi la [39] rendendola più adatta al calcolo del tempo.

V. - Metodi di zero.

1. *Metodi a ponte.* — Molto semplice e di facile applicazione è il metodo a ponte di Herman (23) di cui la figura 19*a* dà lo schema di principio e la figura 19*b* lo schema pratico.

Il tempo da misurare è quello che intercorre tra la chiusura del contatto di W e quella del contatto di X: durante questo intervallo il condensatore C_1 si carica (parzialmente) attraverso una resistenza variabile R_1, acquistando una quantità di carica q data da

$$q = Q \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) ,$$

ove Q indica la carica massima. Il condensatore C_2 si carica invece in un tempo relativamente breve attraverso R_2, portandosi alla piena carica.

Interrotta la carica dal contatto di X si inserisce il relè Y che scarica i due condensatori su un galvanometro balistico.

Si ripete il processo, variando R_1, finchè non si raggiunga l'annullarsi dell'elongazione del galvanometro. In queste condizioni i due condensatori cedono la stessa carica, cioè $q = C_2 V$, se V è la tensione che alimenta il ponte. D'altra parte è $Q = C_1 V$, e quindi si ha dalla relazione già prima scritta:

$$[40] \qquad C_2 = C_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} \right)$$

Poichè C_1 e C_2 son costanti, il tempo è proporzionale a R_1.

Non solo il condensatore C_1 deve essere di capacità maggiore di C_2, ma tali capacità debbono essere scelte opportunamente. Infatti, si è dimostrato nel paragrafo precedente che nei metodi che fanno uso della

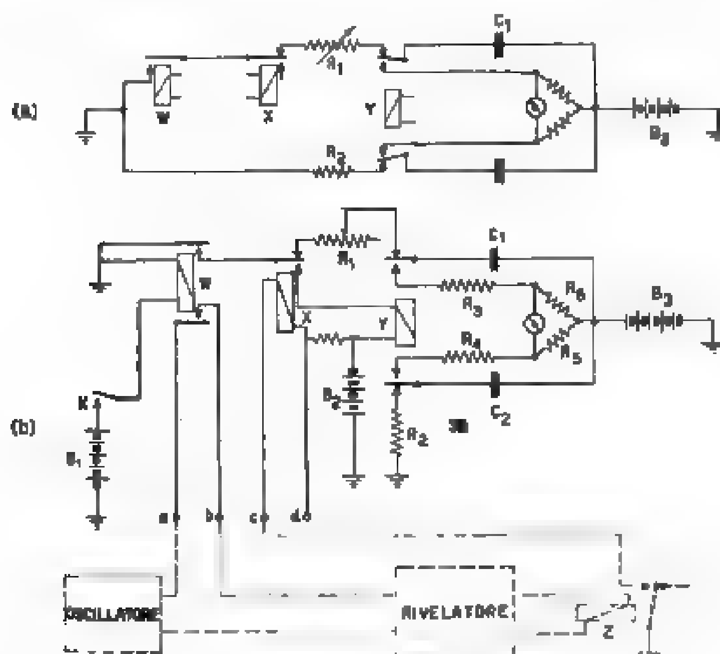


Fig. 19. — Metodo a ponte di Herman: a) schema di principio, b) schema pratico.

carica o scarica di un condensatore, l'errore è minimo quando si arresta tale carica o scarica al punto corrispondente a $t = RC$ ($t = R_1C_1$ nel caso presente). Segue dalla [40] che deve essere:

$$C_2 = C_1 \cdot 0{,}632 \, .$$

In questo modo si consegue anche il vantaggio che il rapporto tra t ed R_1C_1 è assai semplice. Così, ad esempio, se è $c_1 = 10$ μF, ad ogni 100 Ω della resistenza R_1 corrisponde un millisecondo. Poichè nessuna differenza di potenziale deve presentarsi ai capi del galvanometro per tutta la durata della scarica, deve ancora essere $R_5 = R_6$ e $C_1 (R_3 + R_6) = C_2 (R_4 + R_5)$

Nella figura 19 *b* il dispositivo è applicato alla misura del tempo di operazione-chiusura del relè ionico Z. Il relè ausiliario W, oltre a iniziare la carica del condensatore C_1, inserisce Z che, operando, inserisce X il quale interrompe la carica e, mediante Y, chiude il ponte

Dal tempo misurato bisogna sottrarre il tempo dovuto alla eventuale differenza fra i tempi di inserzione dei due contatti di W e quello dovuto al relè X. Questa correzione si può facilmente trovare collegando a alla terra, e b con c. In tal modo W inserisce direttamente X e quindi si misura il tempo di questo relè aumentato della eventuale differenza notata.

C'è tuttavia modo di evitare la sottrazione di questo tempo. basta mettere in serie a R_1 un'altra resistenza variabile R_a, collegare a, b, c, come si è detto, ad equilibrare il ponte agendo su R_a e ponendo in corto circuito R_1. Quindi, senza più agire su R_a, si connette il relè in prova e si procede all'equilibramento mediante R_1. In tal modo R_a automaticamente compensa l'aumento del tempo dovuto ai relè ausiliari.

Per la misura di tempi di rilascio-chiusura si connettono a e b ai capi dell'oscillatore: Z è eccitato e il suo contatto aperto. Se opera W, l'oscillatore risulta in corto circuito, Z si diseccita, il suo contatto si chiude e inserisce X.

È ovvio che con questo procedimento si possono anche misurare tempi di inserzione di altri tipi di relè, non fonici, sostituendo all'oscillatore e al relativo rivelatore l'opportuna sorgente.

2. - *Metodi di opposizione*. — Più semplici ed esatti sono i procedimenti che si basano sul principio di contrapporre su un galvanometro due tensioni eguali: l'una è costante, l'altra dipende dal tempo di inserzione e da una resistenza variabile e viene fornita da un condensatore.

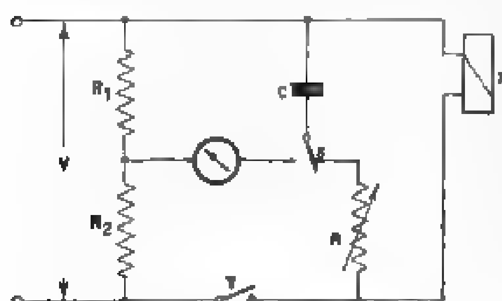


Fig. 20. — Principio del metodo per annullamento di tensione.

La figura 20 mostra il principio del metodo. Ai capi della resistenza R_1 che, insieme con la resistenza R_2 forma un potenziometro inserito su V, è disponibile la tensione costante

$$V_0 = V \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Il condensatore C vien caricato attraverso R per l'intervallo di tempo che intercorre tra l'eccitazione di X e l'apertura del suo contatto x, allora la tensione raggiunta vien contrapposta sul galvanometro a quella data dal potenziometro. Si ripete il processo, scaricando il condensatore e ricaricandolo allo stesso modo, variando ogni volta R, fino ad ottenere l'annullarsi dell'elongazione dello strumento. In queste condizioni, la tensione:

$$v = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

raggiunta dal condensatore è uguale a quella data dal potenziometro e quindi:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Poichè R_1, R_2 e C son costanti il tempo di carica t è proporzionale al valore di R e quindi si può ricavare conoscendo quest'ultimo.

È importante la scelta del rapporto potenziometrico $\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{\Delta v}{V}$. Si è già visto nella [30] che, solo facendo tale rapporto eguale a 0,6321, valore corrispondente a $t = RC$, si rende minimo l'errore relativo $\frac{\Delta t}{t}$ della determinazione del tempo. Si è ancora visto che tale minimo è eguale ad $e \frac{\Delta q}{Q}$, oppure, ciò che è lo stesso, ad $e \frac{\Delta v}{V}$.

Si sono esaminati due misuratori di tempi di inserzione di relè, di costruzione nazionale, basati sul principio su esposto. Per tali apparecchi, gli errori $e \frac{\Delta v}{V}$ determinati col calcolo (attraverso la conoscenza di Δv che dipende dal tipo di galvanometro adoperato, e per valori di V da 24 a 60 V, quali normalmente si usano) sono di qualche unità su mille.

Ma la precisione delle misure viene anche influenzata in modo notevole da altri fattori. La resistenza R attraverso la quale si effettua la carica del condensatore è costituita da decadi può quindi essere regolata solo per valori discreti, il che apporta notevole imprecisione alle misure dei tempi più piccoli. Essenziale importanza ha l'esattezza del valore di tali decadi, quella dei valori delle resistenze che formano il potenziometro, la bontà del condensatore e l'esattezza del valore della sua capacità. Si aggiunga che per poter effettuare tutte le commutazioni occorrenti per la misura dei quattro tipi fondamentali di tempi di inserzione, è necessario includere nell'apparecchio due relè ausiliari (il cui ritardo si compensa automaticamente con l'operazione di calibrazione in modo analogo a quanto si è visto per il metodo di Herman). I rimbalzi delle molle dei loro contatti, attraverso le quali si inizia ed ha termine la carica del condensatore, alterano la curva di carica, apportando errori. Influiscono eventualmente variazioni della tensione V di alimentazione durante la misura, difatti tali variazioni non hanno effetto sul potenziometro, nel senso che questo si porta sempre alla tensione corrispondente al valore finale, quali che siano stati i valori precedenti, mentre la carica del condensatore resta evidentemente variata. Tutto ciò modifica in maniera notevole il valore dell'errore relativo che le ditte costruttrici indicano dell'1 %.

Gundlfinger (1) descrive un apparecchio basato sul principio che si è illustrato. Per ovviare agli eventuali errori introdotti da variazioni

nella tensione V di alimentazione, viene introdotto un condensatore di accumulo in parallelo sul braccio utile del potenziometro. Nello schema di siffatto apparecchio sono previsti mezzi per l'automatica ripetizione delle misure che evitano di alzare e abbassare il tasto di operazione. Ciò è ottenuto mediante un commutatore e un opportuno gioco di scambi di relè ausiliari, durante il quale basta variare la resistenza a decadi. Sono previsti ancora morsetti per inserire opportunamente, in serie o in parallelo agli avvolgimenti del relè in misura, resistenze, capacità o induttanze per aderire alle condizioni di esercizio del relè stesso.

VI. - Metodi ad estensione del tempo.

Quando i tempi da misurare siano molto piccoli (minori di 1 ms) ovvero non siano riproducibili a piacimento, i metodi di zero non si possono applicare.

Steenbeck e Strigel (24) (25) adoperano un metodo che consiste nel caricare rapidamente durante il tempo incognito un condensatore, per scaricarlo quindi, con una costante di tempo molto più grande, su un opportuno circuito.

Nella figura 21 è mostrato un semplice schema di tale metodo, che differisce dallo schema originale degli autori solo perchè questi usano

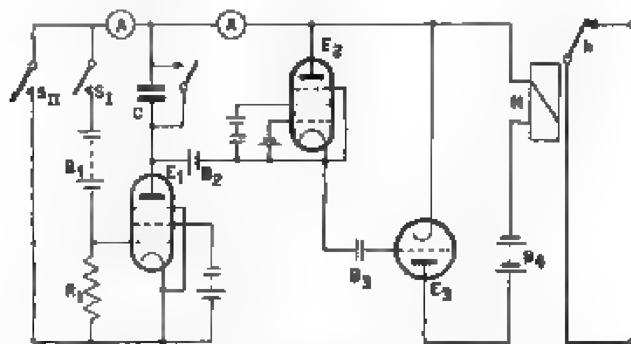


Fig. 21. – Metodo ad estensione del tempo con correnti costanti.

per i tubi E_1 ed E_2 rispettivamente un triodo e un diodo in saturazione. L'intervallo di tempo da misurare è quello che intercorre tra la chiusura di S_I e quella di S_{II}. La chiusura di S_I inizia la carica del condensatore mediante una corrente costante i_1 data da E_1, la quale cessa appena chiuso S_{II}. Il condensatore si scarica quindi attraverso E_2 con una corrente costante i_2 che può scegliersi molto minore di i_1. La tensione di B_2 è regolata in modo che, quando il condensatore è scarico, la tensione di griglia del triodo E_3 è tale da lasciar passare una corrente anodica sufficiente a tenere attratto il relè H, mentre durante la scarica del condensatore si porta a un valore tale da diminuire la corrente anodica

sì da diseccitare H. Il problema si riduce ora a misurare l'intervallo di tempo durante il quale il contatto h di H sta aperto: tale tempo va poi ridotto nel rapporto k delle due correnti i_1 e i_2 rispettivamente di carica e di scarica. Generalmente, tale misura si effettua mediante un contatore od orologio elettrico pilotati da h. I due autori indicano come limite inferiore dei tempi misurabili 0,03 μs, valore corrispondente all'inerzia degli elettroni nel tubo.

Le considerazioni degli autori, almeno come sono esposte (e così si sono riportate), non sembrano esatte. Il tempo esteso t_2 (di scarica) e

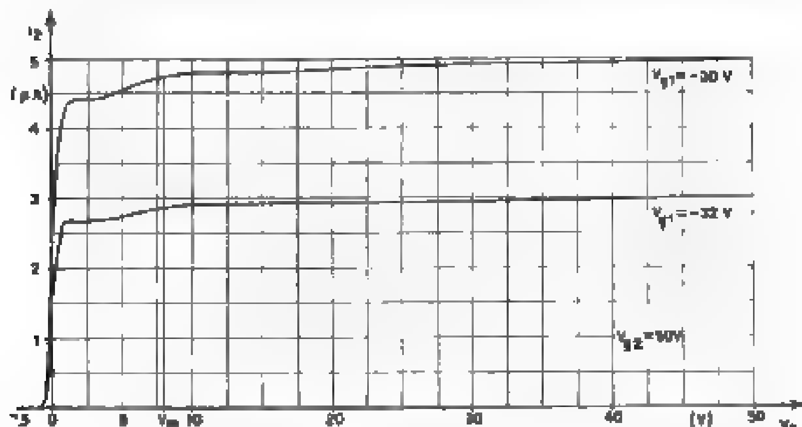


Fig. 22. Caratteristiche $i_2 = f(V_a)$ di un pentodo FIVRE 58

quello originale t_1 (di carica) non stanno nel rapporto k delle correnti i_1 e i_2. Mentre infatti il tempo di carica è finito, quello di scarica è, almeno in teoria, infinito. Dopo il tempo kt_1 la carica del condensatore non è completamente annullata per l'annullamento completo, pur non richiedendosi in pratica un tempo infinito tuttavia se ne richiede uno maggiore di kt_1 In altre parole, mentre la corrente di carica i_1 può considerarsi sufficientemente costante, pur di non spingere troppo la carica del condensatore, quella di scarica i_2 è costante, sempre approssimativamente per un certo tratto, poi diminuisce continuamente, quando la tensione del condensatore ha raggiunto i più bassi valori (fig. 22). L'affermazione che allora la batteria B_2 provveda a tener costante i_2, compensando la deficienza di tensione di C, è inesatta. Il fenomeno si svolge infatti nel modo che segue.

Inizialmente, prima ancora di chiudere S_1, il condensatore C viene caricato da B_2 attraverso il pentodo E_2, la corrente attraverso questo tubo cessa di circolare ([17]) quando il suo anodo è a potenziale di circa

([17]) La corrente dovuta alla resistenza di isolamento del condensatore è del tutto trascurabile

0,9 V negativo rispetto al catodo. Tra le armature di C si stabilisce quindi una tensione di 0,9 V superiore a quella di B_2. La polarizzazione della griglia di E_2 è quella dovuta a B_3 e alla differenza di potenziale predetta, e il relè H è attratto.

La corrente i_1, che fluisce nell'intervallo di tempo tra la chiusura di S_1 e quella di S_{II}, cede al condensatore una quantità di carica di segno opposto. Tale corrente può, come si è detto, ritenersi sufficientemente costante dimensionando in modo opportuno la capacità di C [18].

Ha inizio allora la corrente di scarica i_2, che ha l'andamento mostrato nella figura 22, ove V_a è la tensione anodica di E_2, cioè la differenza tra la tensione di B_2 e quella di C: tale tensione V_a agisce, insieme con la tensione di B_3, sulla griglia del triodo E_3, di cui interdice la corrente anodica in modo che il relè H resta disinserito. Se questa corrente anodica divenisse sufficiente per l'operazione di H solo quando fosse divenuto $V_a = -0,9$ V, cioè dopo che il condensatore C avesse ceduta tutta la carica acquistata nell'intervallo t_1, il tempo esteso t_2 sarebbe tutt'altro che eguale a kt, se k è il rapporto delle correnti.

Ma B_3 e B_4 possono essere regolate in modo che H si ecciti a un determinato punto della caratteristica della figura 22, per esempio in corrispondenza al punto V_m, in cui la i_2 non può più ritenersi costante. Allora è facile calcolare quale carica resta ancora sul condensatore C e il tempo τ nel quale essa si sarebbe esaurita, se la i_2 fosse rimasta sempre costante. τ è il termine correttivo da aggiungere al tempo che si misura, cioè al tempo durante il quale il contatto h resta aperto [19]. La correzione può farsi automaticamente agendo sui tempi di operazione e rilascio di H (basterebbe che il primo fosse τ secondi più grande del secondo), ovvero, lasciando eguali questi due tempi [20], facendo in modo che H si ecciti in corrispondenza non del punto V_m ma del punto che si ha kt_1 secondi dopo l'inizio della scarica. Tale punto può essere calcolato agevolmente: è, ad esempio, + 0,7 V per la curva superiore della figura 22, e + 0,9 V per la curva inferiore.

La batteria B_4 non sarebbe necessaria per il processo di estensione, tuttavia è indispensabile per la determinazione della corrente i_2. Infatti,

---

[18] Se, ad esempio, $B_1 = 250$ V e $B_2 = 50$ V, alla chiusura di S_I la tensione anodica di E_1 è 300,9 V, perché ai 250 V di B_1 si aggiungono i 50,9 V di C, che, come si è detto, si è portato precedentemente a tale tensione. La corrente i_1 può essere ritenuta sufficientemente costante anche se tale tensione anodica si abbassa di 100 V (man mano che viene ceduta carica a C). Se $i_1 = 5$ mA, $C = 0,1$ μF, ciò si verifica dopo $\frac{CV}{i_1} = \frac{10^{-7} \cdot 100}{5 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3}$ s. Volendo misurare tempi più lunghi o più brevi, occorre aumentare o diminuire C.

[19] Se, ad esempio, $C = 0,1$ μF, $V_m = 8$ V, e $i_2 = 5$ μA (a regime), $\tau = \frac{C\,(V_m + 0,9)}{i_2} = \frac{10^{-7} \cdot 8,9}{5 \cdot 10^{-6}} = 0,178$ s.

[20] Ciò può essere ottenuto facilmente.

prima della misura, si chiude S_1 e si pone in corto circuito C; si possono allora leggere sugli strumenti indicati in figura le correnti i_1 e i_2, che possono essere regolate ai valori opportuni.

Anzi, B_2 permette di tener conto del fatto che i_1 e i_2 non sono rigorosamente costanti. A tale scopo essa deve essere di valore circa eguale a metà della tensione che raggiungerà il condensatore. Si comprende allora che, chiudendo in corto circuito, come si è detto, C prima delle misure per determinare i_1 e i_2, questa determinazione vien fatta alla tensione media delle caratteristiche di carica e scarica, ove anche le dette correnti assumono il loro valore medio per la quasi linearità di tali caratteristiche. In particolare, per la scarica, il punto V_m è tale che la media di i_2 nell'intervallo da 100 V a V_m è il valore che essa assume a 50 V.

Dopo avere, come si è detto, chiuso S_1, posto in corto circuito C e determinate i_1 e i_2, si riapre S_1 e si aspetta che il condensatore si carichi: ciò viene indicato dalla interruzione di i_1. Si può quindi procedere alle misure.

Gli autori eseguono anche l'estensione del tempo mediante la carica e la scarica del condensatore con corrente esponenziale (fig. 23), affermando che, se $k = R_2/R_1$, poichè i tempi t_1 (di carica) e t_2 (di scarica) sono proporzionali alle rispettive costanti di tempo R_1C ed R_2C, è $t_2 = kt_1$. L'affermazione non apparisce esatta, perchè non ci può essere proporzionalità tra un tempo finito (quello di carica) ed uno infinito (quello di scarica).

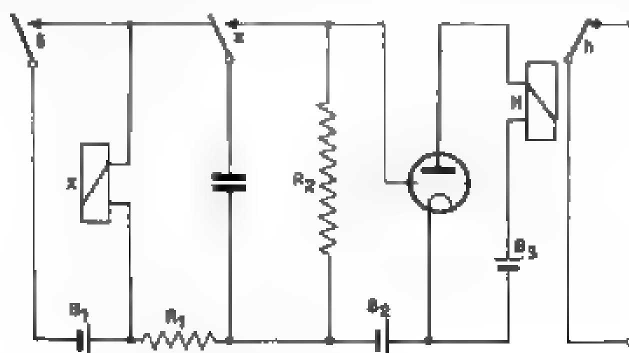


Fig. 23. — Metodo ad estensione del tempo con correnti esponenziali.

Difatti, se V è la tensione della batteria B_1 che esegue la carica, il condensatore nel tempo t_1 si porterà alla tensione:

$$v_1 = V\left(1 - e^{-\frac{t_1}{R_1C}}\right).$$

Nella scarica la tensione segue la legge:

$$v_2 = v_1\, \varepsilon^{-\frac{t_2}{R_2 C}}$$

cioè

[41] $$v_2 = V\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t_1}{R_1 C}}\right)\varepsilon^{-\frac{t_2}{R_2 C}}$$

Se $R_2 = kR_1$, dopo il tempo kt_1 la tensione ai capi del condensatore sarà:

$$v'_2 = V\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t_1}{R_1 C}}\right)\varepsilon^{-\frac{kt_1}{kR_1 C}}$$

ossia

$$v'_2 = V\left(\varepsilon^{-\frac{t_1}{R_1 C}} - \varepsilon^{-\frac{2t_1}{R_1 C}}\right).$$

Questa equazione dà luogo al grafico (1) della figura 24. La tensione v'_2

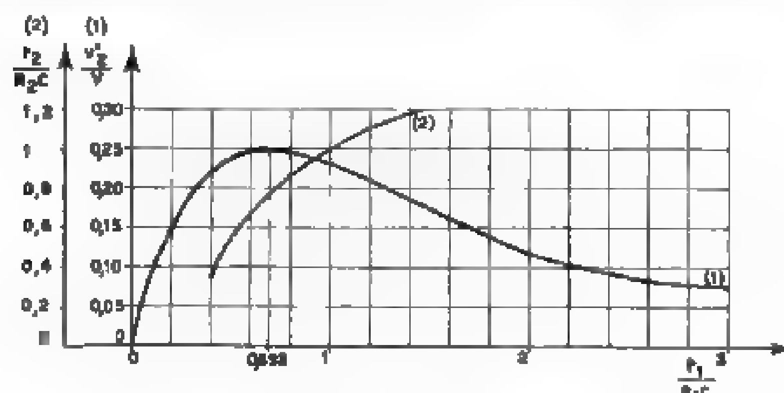


Fig. 24. — 1) Curva $\frac{v'_2}{V} = \varepsilon^{-\frac{t_1}{R_1 C}} - \varepsilon^{-\frac{2t_1}{R_1 C}}$

2) Curva $\frac{t_2}{R_2 C} = \log\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t_1}{R_1 C}}\right)\frac{V}{v_2}$

dopo il tempo kt_1 non è dunque nulla e neppure trascurabile: ancora dipende da $\frac{t_1}{R_1 C}$ cioè dal punto della curva di carica che si è raggiunto.

Anche in questo caso si può rimediare arrestando la scarica a un determinato punto e calcolando quindi il tempo originale t_1 dal tempo esteso t_2, mediante la relazione:

[42] $$\frac{t_2}{R_2 C} = \log\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t_1}{R_1 C}}\right)\frac{V}{v_2},$$

che deriva immediatamente dalla [41]. Il minimo errore si ha per

$t_2 = R_2C$ e $t_1 = R_1C$, cui corrisponde $v_2 = 0{,}2325$ V: conviene dunque fare avvenire l'operazione di H quando sia raggiunto tale valore di tensione. La curva (2) della figura 24 esprime graficamente la [42]: essa è tracciata per l'intervallo entro il quale l'errore relativo si scosta poco dal minimo: opportunamente dimensionando le costanti di tempo è possibile non uscire da tale intervallo.

VII. - Metodi di misura automatici.

Vi si accenna soltanto perchè concettualmente non presentano nulla di notevole. Il tempo di inserzione di un relè, esteso mediante uno dei procedimenti indicati nel paragrafo precedente, diventa di un ordine di grandezza tale (centinaia di millisecondi) che può essere misurato mediante un selettore o contatore che avanzi a scatti per tutta la sua durata e, alla fine, con semplici dispositivi meccanici stampanti, scriva la misura su una striscia di carta. Se il tempo da misurare si è moltiplicato per 100 e se lo scatto del selettore è, ad esempio, di 50 ms, l'errore introdotto è $\pm$ 0,5 ms, se si è moltiplicato per 1000, tale errore si riduce a $\pm$ 0,05 ms. Si possono misurare in tal modo rapidamente i tempi di inserzione di grandi quantità di relè che funzionino tutti nelle medesime condizioni, giovandosi anche di altri dispositivi, a base di selettori, che inseriscono detti relè automaticamente l'un dopo l'altro, segnando via via sulla carta i valori dei loro tempi di inserzione insieme con i loro dati caratteristici.

Tali metodi per la loro natura sono adatti per il collaudo di una produzione di relè.

VIII. - Metodi a lettura diretta.

Il Büge (26) esegue la misura del tempo caricando durante l'intervallo di tempo incognito un condensatore di capacità nota C, attraverso una resistenza di valore noto R, sotto una differenza di potenziale nota V, e determinando con un voltmetro elettrostatico la tensione raggiunta dal condensatore. Mediante la relazione

$$v = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

conoscendo V, R, C e determinata la tensione v, si può ricavare t, anzi si può graduare (per V, R, C costanti) il quadrante del voltmetro direttamente in valori di tempo.

La carica può anche farsi con corrente costante ottenuta per mezzo di un triodo o diodo in saturazione, o pentodo: ciò fa il Büge per evitare una parziale scarica del condensatore al momento dell'interruzione del circuito, per effetto di scintilla, agendo allora il tubo come una valvola. In tal caso è $t = Cv/i$.

Un misuratore di piccoli tempi a lettura diretta, che utilizza la scarica invece che la carica di un condensatore, e fa uso di un voltmetro elettronico invece che di un voltmetro elettrostatico è il misuratore di tempi brevissimi di Tommasi e May (27) (29). La figura 25 mostra lo schema di principio. Per ottenere che, quando il condensatore è carico (cioè prima della misura), l'indice dello strumento sia a zero invece che

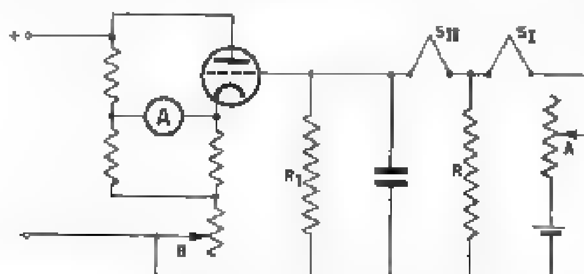


Fig. 25. — Misuratore di tempi brevissimi di Tommasi e May.

a fondo scala, vien fatto uso di uno schema a ponte: uno dei lati è rappresentato dal tubo. Prima della misura, agendo sul reostato A, si varia la tensione di carica fino a portare a zero l'indice dello strumento, agendo sul reostato B (dopo avere aperto S_I e fatto scaricare il condensatore) si porta invece l'indice a fondo scala. Il tempo da misurare è quello compreso tra la rottura del cappio S_I e quella del cappio S_{II}: durante tale intervallo il condensatore si scarica sulla resistenza R (che va scelta opportunamente in relazione al tempo da misurare per contenere l'errore nei limiti desiderati), e la tensione residua si determina dalla lettura dello strumento indicato con A, calcolando quindi il tempo. In pratica è conveniente eseguire una taratura direttamente in valori di tempo. La resistenza di fuga R_1, per il suo valore elevato (75 MΩ), non altera la scarica del condensatore. Viene indicata una imprecisione di poco superiore all 1 $^0/_{00}$.

IX. - Misuratore di tempi di inserzione di relè a lettura diretta.

Si è sperimentato il principio esposto della determinazione di un tempo mediante la misura, con voltmetro elettrostatico, della tensione raggiunta da un condensatore, allo scopo di pervenire a un apparecchio per la misura di tempi di inserzione di relè, che unisse alla praticità degli apparecchi per metodi di zero la comodità della lettura diretta (28) (29).

Si è visto che, per un sistema del genere, l'errore relativo è dato da:

[illegible]

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{RC\, e^{\frac{t}{RC}}}{t} \frac{\Delta q}{Q}.$$

che condizione di minimo errore è arrestare la carica del condensatore al punto corrispondente a $t = RC$, e che tale minimo errore è

$$[24] \qquad \left(\frac{\Delta t}{t}\right)_{min} = e\,\frac{\Delta q}{Q} \qquad e\,\frac{\Delta v}{V}$$

Δv dipende da molti fattori: supposte dapprima nulle tutte le cause di errore, $\Delta t/t$ diventa la sensibilità del sistema. Poichè si è adoperato uno strumento con valore di fondo della scala di 125 V, diviso di 2 in 2 V, e si può apprezzare il quarto di divisione, cioè 0,5 V, ponendo nella [24] 0,5 al posto di Δv e 125 al posto di V, si ha il valore ottimo di tale sensibilità.

$$2{,}718 \cdot \frac{0{,}5}{125} = 1{,}1\ \%.$$

Dalla curva (3) della figura 16 si rileva che la sensibilità si mantiene abbastanza buona anche per valori di $t/(RC)$ non molto discosti da 1: nell'intervallo da 0,5 a 1,8 non supera 1,3 %. Con tensione V di 125 V, ai suddetti valori di $t/(RC)$ corrispondono le tensioni da 50 a 100 V: entro tali limiti la sensibilità si mantiene dunque di 1,3 %.

La precisione della misura dipende dalla precisione dei valori della capacità del condensatore e delle resistenze (che sono in numero limitato e servono a dare le diverse portate) attraverso le quali avviene la carica. Per questi valori si può avere facilmente la precisione dell'1 ‰. Dipende ancora dalla bontà del condensatore. Pur senza ricorrere a un condensatore a mica che sarebbe alquanto ingombrante e di costo elevato, un buon condensatore a carta con elevata resistenza di isolamento non introduce variazioni apprezzabili nella misura. Finalmente influisce ancora la precisione dello strumento e quella della misura della tensione di alimentazione, 125 V nel caso in esame. Ora, se tale misura si esegue, prima di procedere alla determinazione dei tempi di inserzione, con lo stesso voltmetro elettrostatico, le due cause di errore si elidono se lo strumento ha precisione costante nella parte di scala che interessa (da 40 ÷ 50 V al fondo della scala). Si rimane nei limiti della sensibilità, 1,3 % circa.

È stata allestita un'apparecchiatura di cui lo schema è indicato nella figura 26. La tensione V è stata ottenuta con batterie di accumulatori e, per avere la possibilità di correggerla per portarla a 125 V, è stata presa da un potenziometro: in parallelo al braccio utile si è connesso un condensatore di accumulo di grande capacità, per evitare, dato l'uso del potenziometro, un abbassamento della tensione durante la prima parte della carica, quando è richiesta una forte intensità di corrente, specie con le costanti di tempo più piccole.

Il condensatore di misura C è di 5 μF. Le resistenze hanno i valori di 1 - 2 - 5 - 10 - 20 - 50 - 100 - 200 kΩ, cui corrispondono le costanti di tempo 5 - 10 - 25 - 50 - 100 - 250 - 500 - 1000 ms. Sono possibili le misure di tempi da qualche millisecondo a qualche secondo, le varie

portate si sovrappongono assai bene. Pur stabilendo di rimanere, per il rapporto $t/(RC)$ nei limiti da 0,5 a 1,8, per ciascuna resistenza è possibile la misura di tempi che vanno da 0,5 volte a 1,8 volte la rispettiva costante di tempo.

Come si vede dallo schema, per avere la possibilità di misurare i diversi tempi di inserzione, è stato necessario ricorrere ai relè ausiliari

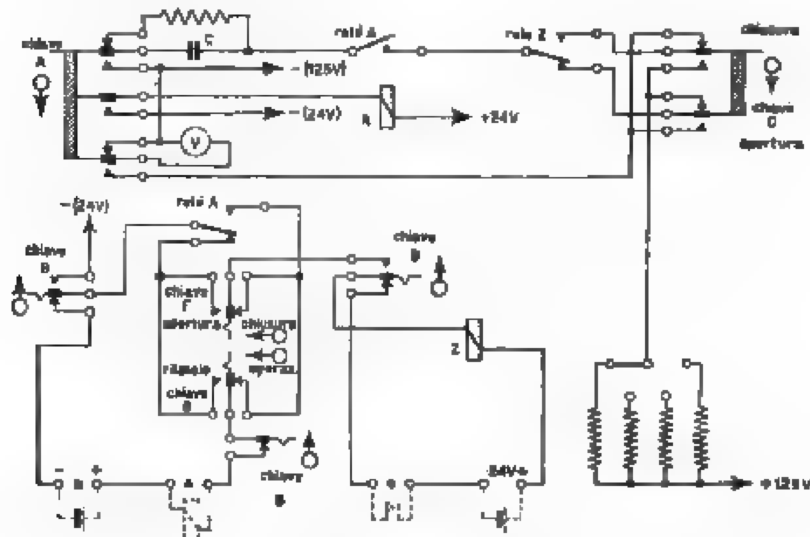


Fig. 26. — Metodo a lettura diretta per la misura di tempi di inserzione di relè.

A e *Z*. Per tempi di operazione-chiusura il circuito è predisposto come in figura. Ai morsetti indicati con *a* si collega l'avvolgimento del relè in misura, ai morsetti indicati con *c* se ne collegano i contatti e a quelli indicati con *b* si collega la batteria di alimentazione. Commutando la chiave *A*, viene eccitato il relè *A* che ha due contatti, con uno si inizia la carica di *C*, con l'altro si eccita il relè in misura. Dopo il tempo di operazione-chiusura, viene ad essere eccitato il relè ausiliario *Z*, che interrompe la carica del condensatore, la cui tensione si legge sul voltmetro elettrostatico. Mediante:

$$v = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

si determina la durata della carica, che è eguale al tempo di operazione del relè in prova più il tempo di operazione di *Z*, aumentato (o diminuito) della eventuale differenza di tempo tra le commutazioni dei due contatti di *A*. Con l'operazione di calibrazione, ottenuta commutando la chiave *B*, si misura tale tempo che deve essere sottratto dalla misura.

Per misurare gli altri tempi di inserzione si commutano convenientemente le chiavi *D*, *F* e *G*. Si noti che per contatti di apertura, *Z* lavora diseccitandosi e quindi il tempo di calibrazione è quello dovuto al suo rilascio.

La lettura della tensione può farsi comodamente, perchè la scarica del condensatore per effetto delle perdite di isolamento è molto lenta e quindi l'indice sta praticamente fermo per un tempo sufficiente.

Sono state effettuate numerose misure di tempi di inserzione di relè, facendone il confronto con le analoghe ottenute con metodo oscillografico. Si è riscontrato un errore in meno abbastanza sensibile. Dal rilievo oscillografico della carica del condensatore (figura 27) si è visto che ciò è effetto dei rimbalzi dei contatti dei relè ausiliari che alterano notevolmente la carica nella sua legge esponenziale. Le costanti di tempo (tempo intercorrente tra l'inizio della carica e il punto in cui la tensione ha raggiunto lo 0,632 del valore finale) sono 10 - 18 - 34 ms invece di rispettivamente, 5 - 10 - 25 ms. Tuttavia, tali errori intervengono anche nel tempo di calibrazione, quindi accade che, quando si sottrae questo tempo dal tempo misurato, si trovano i valori dei tempi di inserzione sufficientemente prossimi a quelli dati dall'oscillografo. È tuttavia indispensabile, se si desiderano risultati soddisfacenti, adoperare relè ausiliari costruiti con qualche cura allo scopo di ridurre al minimo tali rimbalzi.

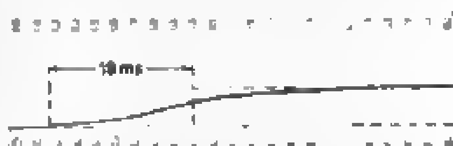


Fig. 27. — I rimbalzi delle molle dei contatti di un relè alterano la carica di un condensatore. La costante di tempo è qui di 18 ms invece che di 10 ms.

Per eliminare la sottrazione del tempo di calibrazione, di cui non si può tener conto nella eventuale graduazione del quadrante del voltmetro direttamente in valori di tempo, si possono adottare due diverse soluzioni: adoperare relè elettronici, ovvero introdurre un terzo relè ausiliario.

La prima soluzione è certo l'ideale, ma complica non poco l'apparecchiatura e sarebbe conveniente usarne solo qualora si volesse costruire un apparecchio di grande precisione, con un voltmetro elettrostatico di opportuna sensibilità ed esattezza e un condensatore appropriato.

La seconda soluzione è mostrata nella figura 28. Il relè ausiliario *A*, contemporaneamente all'eccitazione del relè in prova, con l'altro contatto, invece di iniziare la carica del condensatore, eccita il relè *S*, il quale deve essere di costruzione il più possibilmente identica a quella di *Z* in modo da averne lo stesso tempo di operazione e lo stesso tempo di rilascio. È il relè *S*, che, operando, inizia la carica del condensatore, interrotta al modo solito. Se *Z* ed *S* hanno lo stesso tempo di operazione e se si trascura l'intervallo di tempo tra la chiusura dei due contatti di *A*, la carica avviene per il solo tempo del relè in prova. Per contatti

di apertura, poichè allora Z lavora diseccitandosi, anche S lavora in tal modo, essendo più facile costruire due relè con lo stesso tempo di operazione e lo stesso tempo di rilascio, che due relè con tempo di operazione eguale a quello di rilascio.

L'operazione di calibrazione non serve ora più, neanche come controllo che S e Z abbiano gli stessi tempi di operazione e rilascio: infatti

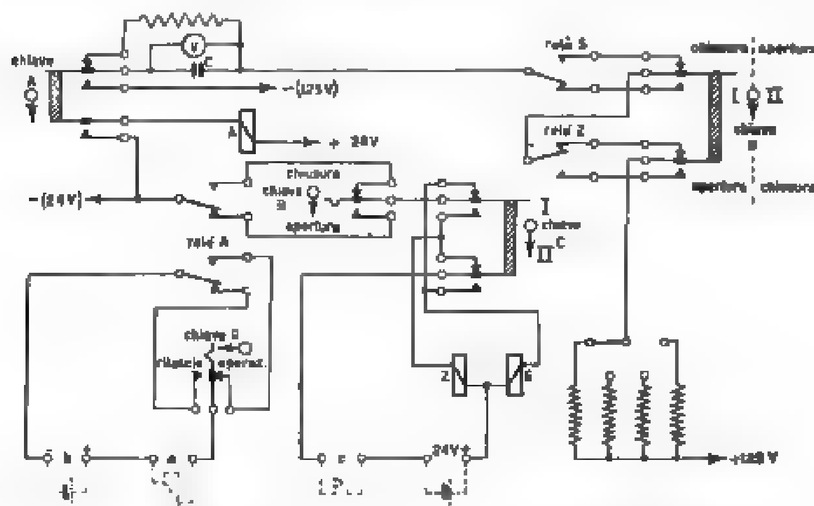


Fig. 28. — Compensazione automatica del tempo di calibrazione.

si potrebbe soltanto notare se S fosse più rapido di Z, ma non il viceversa.

La verifica si effettua invece assai facilmente con l'introduzione della chiave C, che, commutata nella posizione II (insieme anche con l'opportuna commutazione della chiave D), scambia l'ufficio dei due relè S e Z. Un tempo di inserzione si può misurare quindi tanto nella posizione I quanto in quella II: se si trova differenza, si prende naturalmente la media dei due tempi osservati.

X. - Conclusione.

I metodi oscillografici sono i più esatti, ma sono adatti solo a misure di laboratorio, per il complesso di apparecchiature necessario, per lo sviluppo di carte fotografiche, per la necessità di avere a disposizione una frequenza campione. Ottimi risultati dànno i metodi con galvanometro balistico, ma anch'essi sono di uso limitato per la delicatezza degli strumenti e per i calcoli necessari per ricavare il tempo dalla elongazione balistica. Più adatti per misure normali sono i metodi di zero, i quali tuttavia presentano l'inconveniente della ripetizione della mi-

sura, che ne impedisce l'applicazione quando il tempo da misurare non sia riproducibile a piacimento.

Per tempi molto brevi servono ottimamente i metodi ad estensione del tempo, adatti anche per la misura di tempi di inserzione di grandi quantità di relè, costruiti per funzionare tutti nelle medesime condizioni.

Infine, assai semplici sono i metodi a lettura diretta. la determinazione della tensione del condensatore di misura per mezzo del triodo (misuratore Tommasi May) permette l'uso di uno strumento reometrico più sensibile che non il voltmetro elettrostatico: quest'ultimo tuttavia presenta il vantaggio di una maggiore semplicità.

Ringrazio il professore Vallauri per il suo continuo incoraggiamento e l'ingegnere A. Ferrari-Toniolo che mi ha suggerito il tema della ricerca e mi è stato prodigo di aiuti e consigli.

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris.

BIBLIOGRAFIA

(1) K. Gundelfinger: Relais-Schaltzeiten und ihre Messung - Z. f. Fernmeldetechn., 1939, XX, p. 17 e 47. (In fondo a questo lavoro, a p. 52, trovasi una estesa bibliografia)
(2) G. Calabria: Sui relais elettromagnetici usati in telefonia - A. F., 1932, I p. 248. (In fondo a questo lavoro, a p. 260, trovasi una estesa bibliografia)
(3) E. H. B. Bartelink: Relaisplatten für Telegraphie auf Vierer- und Achterleitungen - E. N. T., 1937, XIV, p. 133
(4) K. Reche. Fortschritte der Relaisentwicklung - E. T. Z., 1939, LX, p. 753
(5) H. Gutmann: Aufbau und Wirkungsweise der wichtigsten Distanzrelaissysteme - E. T. Z., 1940, LXI, p. 107
(6) J. Sorge: Elecktrische Relais - A. T. M., 1940, 106, p. T40-41 (J 050-1).
(7) B. Piesker: Ueber die Verrussung und das Kleben von Relaisankern - Z. f. Fernmeldetechn., 1938, XIX, p. 4
(8) Schutz- und Steuereinrichtungen mit Relais - E. T. Z., 1940, LXI, p. 625.
(9) W. T. Baehler: Die Theorie des Telephon-Relais - E. T. Z., 1928, XLIX, p. 1780 e 1810.
(10) J. Molnar: Aus der Theorie und Praxis des Fernsprech-Relais (Type 3000) - Z. f. Fernmeldetechn., 1938, XIX, p. 33 e 55.
(11) W. Herriot: High speed motion picture photography - Bell S. T. J., 1938, XVII, p. 393
(12) H. Pieplow: Der Zwei-Elektronenstrahl-Oszillograph als neuartiges Messgerät in der Schwachstromtechnik - Z. f. Fernmeldetechn., 1938, XIX, p. 85.
(13) M. von Ardenne: Entwicklung von Vierfach-Elektronenstrahl-Oszillographen - A. T. M., 1937, 78, p. T165 (J 834-19)
(14) C. Cranz: Lehrbuch der Ballistik - J. Springer, Berlin, 1927
C. Cranz: Lehrbuch der Ballistik - J. Springer, Berlin, 1936
(15) H. Richter: Kurzzeitmesser zur Relaisprüfung - A. T. M., 1937, 75 p. T120 (J 154-8)

(16) H. Mutschke: Hilfsmittel zur Relaisprüfung - E. T. Z., 1938, LIX, p. 853.
(17) A. Parschin u. S. A. Nilsson, Zeitschreiber - Ericsson Rev., 1935, XII, p. 138.
(18) G. Torzo: Contasecondi di precisione - A. F., 1941, X, p. 763.
(19) C. J. Bradford: The chronoscope - Electronics, 1940, XIII (11), p. 28.
(20) S. Reynaud: Mesure absolue du temps de fonctionnement des relais au moyen du galvanomètre balistique - Ann. P. T. T., 1926, XV, p. 270.
(21) A. Gastenbein: Ein neues Messwerk für Regler und Relais - Bul. S. E. V., 1936, XXVII, p. 636.
(22) P. E. Klopsteg: The measurement of very short time intervals - Phys. Rev., 1920, XV, p. 13.
(23) J. Herman: Bridge for measuring small time intervals - Bel. S. T. J., 1928, VII, p. 343.
(24) M. Steenbeck u. R. Strigel: Ein Zeittransformator zur automatische Registrierung kurzer Zeiten - Archiv f. Elektr., 1932, XXVI, p. 831.
(25) M. Berge: Beitrag zur Messung des Zündverzugs bei Glimmlampen - Archiv f. Elektr., 1928, XIX, p. 480.
(26) M. Berge: Zeitmessungen - Archiv f. Elektr., 1927, XVIII, p. 656.
(27) A. Tommasi: Particolari tecnici relativi al principio teorico, al funzionamento, alla costruzione e alle possibili applicazioni del « misuratore di tempi brevissimi Tommasi-May » - L'Elettrot., 1941, XXVIII, p. 63 e 86.
(28) A. Ferrari Toniolo: Misuratore di piccoli intervalli di tempo a lettura diretta - A. F., 1941, X, p. 179.
(29) A. Tommasi: A proposito della misura di piccoli intervalli di tempo - A. F., 1941, X, p. 358.

ANALOGIE ELETTROMECCANICHE E LORO APPLICAZIONE AI PROBLEMI DI ELETTROACUSTICA

MARIO NUOVO

Si ricordano i principi fondamentali posti alla base dell'analogia elettromeccanica di Maxwell, nella quale si fa corrispondere all'energia cinetica di un sistema meccanico vibrante l'energia elettromagnetica all'energia potenziale l'energia elettrostatica ed all'energia dissipata per attrito o per radiazione l'energia dissipata per effetto Joule. Si dànno suggerimenti per ricavare lo schema del circuito elettrico equivalente e per applicare ai sistemi meccanici una rappresentazione schematica, analoga a quella adottata per i circuiti elettrici; si riportano alcuni esempi. Si trattano infine i sistemi misti elettrico-meccanici, che possono essere ridotti ad un unico sistema elettrico equivalente.

INTRODUZIONE

Per stabilire le equazioni fondamentali dei circuiti elettrici, Maxwell (1) si servì dei principi della dinamica e mostrò che i fenomeni oscillatori meccanici ed elettrici sono caratterizzati da equazioni differenziali, che, eccettuata una formale diversità nei simboli, sono eguali, cosicchè le soluzioni trovate per le oscillazioni elettriche sono anche valide per le oscillazioni meccaniche, purchè si interpretino opportunamente i simboli.

Maxwell fece corrispondere l'energia elettromagnetica all'energia cinetica, l'energia elettrostatica all'energia potenziale, e l'energia dissipata per effetto Joule all'energia dissipata per attrito. Egli stabilì così la prima analogia elettromeccanica, che chiameremo classica.

In sèguito lo studio teorico dei circuiti elettrici ha ricevuto un grandissimo sviluppo, di molto superiore a quello avutosi contemporaneamente nel campo meccanico. Quando gli elettrotecnici hanno dovuto

[1] Si confronti:
E. A. G. GUILLEMIN: Communication networks, Vol. I - J. Wiley, New York, 1931.

studiare e progettare sistemi meccanici vibranti, e ciò è accaduto più spesso dopo l'invenzione degli apparecchi elettroacustici, essi hanno cercato di servirsi dell'analogia elettromeccanica, onde estendere i metodi ed i risultati propri dell'elettrotecnica al campo delle vibrazioni meccaniche ed acustiche, facendo il cammino inverso di quello fatto da Maxwell.

Si sono però incontrate le seguenti difficoltà: 1°) l'analogia esiste solo nelle formule, e non nei fenomeni fisici che sono ben diversi, 2°) i parametri meccanici, che corrispondono a quelli elettrici, non sono così facilmente misurabili come quelli elettrici; 3°) l'analogia non si presenta completa finchè manca uno *schema meccanico* da contrapporre allo schema elettrico.

È questa la principale critica fatta al metodo e per eliminarla sono state tentate varie soluzioni; basterà citare ad esempio, quelle di F. Firestone ([2]), di H. Hecht ([3]) e di J. Brillouin ([4]).

Nel presente lavoro si riesaminano i suggerimenti dati dai precedenti autori, inquadrandoli in una esposizione generale del metodo dell'equivalenza proposta da Maxwell, allo scopo di eliminare le incertezze che possono sorgere a causa della mancanza, nella letteratura tecnica, di un'esposizione organica e completa delle regole e delle precauzioni da tener presenti nell'applicazione dell'analogia classica ai casi pratici, specialmente utile per scopi didattici. Infatti chi si è finora servito dell'analogia elettrico-meccanica si è sempre limitato al proprio problema particolare. Per di più, non di rado, accade di trovare schemi equivalenti, privi di adeguata giustificazione e talvolta addirittura errati.

Ci si è limitati nel presente lavoro a considerare esempi di sistemi meccanici olonomi, a vincoli indipendenti dal tempo, nei quali i vettori rappresentativi delle velocità dei singoli punti formano fra loro angoli indipendenti dalle coordinate lagrangiane.

I sistemi meccanici non appartenenti a questa categoria possono farsi rientrare in essa, considerandone il moto variazionale attorno alla loro posizione di riposo. In tal maniera i coefficienti che compaiono nelle espressioni energetiche, e che sono nel caso generale funzioni delle coordinate, possono ritenersi costanti. Lo schema elettrico equivalente si può quindi trattare col metodo simbolico, che non è applicabile nel caso più generale, in quanto gli elementi elettrici del circuito risulterebbero non più costanti, ma funzioni delle correnti che li attraversano.

La divisione degli argomenti è la seguente. In un primo capitolo si ricordano i principi fondamentali di dinamica dei sistemi olonomi a vincoli indipendenti dal tempo e si dànno le espressioni della forza

([2]) F. A. Firestone. J. A. S. A., 1933, IV, p. 249.
([3]) H. Hecht: Schaltschemata - J. A. Barth, Leipzig, 1939.
([4]) J. Brillouin, Rev. d'Acoustique 1937, VI, p. 129.

viva, della energia potenziale, della energia dissipata e del lavoro delle forze esterne, mediante le quali si ottengono le equazioni di Lagrange per il moto variazionale attorno ad una configurazione di equilibrio stabile, indi si riportano le corrispondenti espressioni per un circuito elettrico ad n maglie indipendenti ottenute con l'osservazione diretta del circuito stesso e servendosi dei principi di Kirchhoff. Nel secondo capitolo richiamata l'analogia classica fra le energie meccaniche e quelle elettriche, si passa alla corrispondente analogia fra gli elementi e le grandezze meccaniche ed elettriche traducendo il secondo principio di Kirchhoff in linguaggio meccanico, si vede che esso equivale al principio di D'Alembert per l'equilibrio dinamico. Dopo aver ricordato le proprietà degli elementi meccanici, si dànno infine le regole generali, derivanti dal principio di D'Alembert per la rappresentazione schematica del più generale sistema meccanico ad n gradi di libertà.

Nel terzo capitolo, dopo aver avvertito il lettore sulle difficoltà inerenti all'applicazione delle predette regole si riportano alcuni esempi di sistemi meccanici, dandone la rappresentazione schematica, ed il relativo circuito elettrico equivalente nell'analogia classica. Nell'ultimo capitolo si accenna ai sistemi misti elettrico-meccanici, illustrando le cose dette con alcuni esempi.

CAPITOLO I.

Generalità sui sistemi meccanici.

Gli apparecchi elettroacustici appartengono alla categoria dei sistemi olonomi a vincoli indipendenti dal tempo ([8]).

Ricordiamo che un sistema si dice olonomo se la posizione di ciascun punto materiale di esso, in un certo istante, può individuarsi mediante equazioni vettoriali della forma ([9]):

$$[1] \qquad P_i = P_i(q_1, q_2, \ldots, q_n, t) \qquad (i = 1, 2, \ldots, N),$$

in cui P_i rappresenta il raggio vettore che congiunge il punto con l'origine di un sistema di assi fissi di riferimento, N è il numero dei punti materiali che compongono il sistema, $q_1, \ldots, q_n$ sono n funzioni del solo tempo t, ed n è il numero dei gradi di libertà del sistema. Il tempo t compare esplicitamente nella espressione di P_i soltanto se i vincoli

([8]) Si veda ad esempio
G. Krall: Meccanica tecnica delle vibrazioni. Parte I - N. Zanichelli, Bologna, 1940.
T. Levi-Civita e U. Amaldi: Compendio di meccanica razionale - N. Zanichelli, Bologna, 1928.

([9]) Esse danno luogo a $3N$ equazioni scalari nelle coordinate dei punti P_i.

sono variabili nel tempo. Nel sèguito si supporrà che essi siano fissi, e che quindi t non compaia esplicitamente nella espressione di P_i.

Prima di procedere oltre conviene ancora precisare che il numero N dei punti materiali, di cui è composto il sistema, può anche diventare infinito, senza che il sistema cessi di essere olonomo, purchè le configurazioni di tale infinità di punti si lascino individuare mediante quelle di un numero finito di particelle appartenenti al sistema. Ogni configurazione di un sistema di N punti, ottenuta mediante un numero minore di punti, dicesi una *configurazione ridotta del sistema*. Così, ad esempio, un corpo rigido assume una ben determinata configurazione, quando il sistema di tre sue particelle non allineate, scelte comunque, assume a sua volta una particolare configurazione. Per questa ragione, in luogo degli infiniti punti componenti il solido, si possono considerare solo questi tre punti, la cui distanza resta invariata nel tempo. La posizione del solido, se esso è mobile nello spazio ed è privo di vincoli, è individuabile mediante tre equazioni quadratiche nelle coordinate dei punti, e dipende quindi da sei parametri indipendenti: si ha cioè un sistema a sei gradi di libertà. Se si fissa un suo punto mediante un vincolo, i gradi di libertà si riducono a tre, se poi il solido ha un asse fisso, si ha un sistema ad un solo grado di libertà.

Un filo flessibile ed inestensibile non è invece un sistema olonomo, poichè non essendo possibile caratterizzare le sue configurazioni mediante un numero finito di coordinate presenta infiniti gradi di libertà. In via di approssimazione, si può però fermare l'attenzione su di un numero finito di punti, e ritenere la configurazione del filo approssimativamente definita dalla posizione di questi così come una poligonale sostituisce una curva. Si può anche ricorrere ad un criterio più espressivo: la configurazione del filo, se, ad esempio, esso giace in un piano, è esprimibile con una funzione analitica $C = C(x)$, che può venire sviluppata in una serie di funzioni (polinomi, funzioni trigonometriche, e via dicendo) limitando la serie ad un conveniente numero di termini in modo da ottenere una rappresentazione convenientemente approssimata. Se in particolare il filo ha lunghezza l, si può rappresentare la sua configurazione con la

$$C(x) = \sum_{1}^{\infty} {}_n\, q_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x \tag{3}$$

e limitare la serie ad un certo numero di termini, ottenendo pur sempre una rappresentazione conveniente della C, le q sono allora le coordinate lagrangiane del sistema olonomo equivalente, al quale è stato ridotto il sistema.

Esempi di riduzione di sistemi ad infiniti gradi di libertà a sistemi con un numero finito di gradi di libertà si incontrano molto spesso in elettroacustica; così, in uno studio approssimato, le membrane e i risuonatori acustici, che sono sistemi ad infiniti gradi di libertà, vengono sostituiti da sistemi ad un solo grado di libertà.

Le formule delle energie, che daremo in sèguito, sono di validità generale per il moto variazionale di un qualsiasi sistema olonomo pur tuttavia noi considereremo una particolare categoria di sistemi olonomi, i cui vincoli sono tali da obbligare ciascun suo punto a vibrare secondo una direzione fissa o attorno ad un asse fisso. Allora alle N equazioni vettoriali, che determinano la configurazione del sistema in ogni istante in funzione delle n coordinate lagrangiane, si potranno sostituire solo N invece di $3N$ equazioni scalari del tipo

$$[3] \qquad X_i = X_i\,(q_1, \ldots, q_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, N)$$

in cui X_i ha il significato dello spostamento rettilineo (o rotatorio puro) del punto P_i dalla sua posizione di riposo nella configurazione di equilibrio stabile.

Cerchiamo le equazioni del moto variazionale di un sistema olonomo ad n gradi di libertà attorno ad una posizione di equilibrio stabile.

La forza viva del sistema è data da

$$[4] \qquad T = \frac{1}{2} \sum_1^N{}_i\, m_i\, v_i^2\,,$$

essendo m_i le masse degli N punti del sistema e v_i le corrispondenti velocità, funzioni delle q per tramite delle equazioni [1].

Nel caso da noi considerato, che i vincoli siano indipendenti dal tempo, si dimostra che è

$$[5] \qquad T = \frac{1}{2} \sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k\, b_{hk}\, \dot{q}_h\, \dot{q}_k\,,$$

essendo le b_{hk}, $\frac{1}{2}\,n(n+1)$ funzioni delle q, tali che $b_{hk} = b_{kh}$, e le $\dot{q}_h$, $\dot{q}_k$ le velocità lagrangiane del sistema.

Se però consideriamo il moto variazionale del sistema attorno alla sua configurazione di riposo, per cui è

$$q_1 = q_2 = \ldots = q_n = 0\,,$$

le b_{hk} possono svilupparsi in serie di Mac Laurin, ed in esse trascurarsi i termini di grado superiore al primo, le b_{hk} risultano allora costanti. Nei sistemi particolari, cui si è fatto cenno al principio di questo capitolo, le b_{hk} sono costanti anche per il moto generale.

Se il sistema è soggetto a forze conservative, queste posseggono un potenziale U, che si può esprimere in funzione delle coordinate lagrangiane

$$U = U\,(q_1, \ldots, q_n)\,,$$

e quindi sviluppare in serie di Mac Laurin

$$[6] \qquad U = U(0) + \sum_1^n{}_i \left(\frac{\partial U}{\partial q_i}\right)_0 q_i + \frac{1}{2} \sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q_h\, \partial q_k}\right)_0 q_h\, q_k + \ldots$$

Il primo termine è una costante arbitraria della funzione potenziale; possiamo sceglierla eguale a zero. Poichè la configurazione $q_1 = ... = q_n = 0$ è una configurazione di equilibrio stabile, risultano pure eguali a zero le prime derivate della U calcolate per $q_i = 0$.

Infine, essendo il moto variazionale, si possono trascurare nella serie i termini di grado superiore al secondo; con queste ipotesi l'espressione del potenziale si riduce alla formula:

$$[7] \qquad U = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n}{}_{h} \sum_{1}^{n}{}_{k}\, a_{hk}\, q_h\, q_k\,,$$

ove le a_{hk} sono costanti

$$a_{hk} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q_h\, \partial q_k} \right)_0 = a_{kh}\,.$$

Le resistenze passive si possono schematizzare introducendo altrettante forze dipendenti dalle velocità dei punti del sistema e agenti in senso contrario a quello delle velocità stesse. Si dimostra che le tre componenti di ciascuna di queste forze dissipative sono le derivate di una certa funzione D delle componenti delle velocità dei punti del sistema, eseguite rispetto alle componenti stesse, e quindi anche rispetto alle velocità lagrangiane $\dot{q}_i$. La funzione D può esprimersi con la forma quadratica:

$$[8] \qquad D = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n}{}_{h} \sum_{1}^{n}{}_{k}\, c_{hk}\, \dot{q}_h\, \dot{q}_k\,.$$

Analogamente a quanto è stato detto per i coefficienti della forza viva, è possibile sviluppare anche le funzioni c in serie di Mac Laurin, arrestando la serie al solo primo termine che è costante.

Le forze esterne che agiscono sul sistema compiono un lavoro, che si può esprimere in funzione delle coordinate lagrangiane del sistema, indicando con L tale lavoro, le derivate $\partial L/\partial q_i$ rappresentano termini, paragonabili a forze, che si chiamano le componenti della sollecitazione esterna secondo le coordinate lagrangiane.

L'equilibrio dinamico del sistema è determinato dalle equazioni di Lagrange che sono

$$[9] \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial (T - U)}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i} \qquad (i = 1, 2, ..., n)\,.$$

In alcuni trattati in luogo della funzione dissipatrice D, viene considerata una funzione D', che rappresenta la potenza dissipata; ciò conduce a scrivere le equazioni di Lagrange sotto la forma

$$[9'] \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial (T - U)}{\partial q_i} + \frac{1}{2}\,\frac{\partial D'}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i} \qquad (i = 1, 2, ..., n)$$

Al sistema di equazioni di Lagrange si può sostituire l'unica equazione energetica:

$$[10] \qquad T + U + D = L ,$$

la quale, derivata rispetto al tempo, fornisce:

$$[10'] \qquad \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial t} + D' = P ,$$

ed esprime l'eguaglianza in ogni istante fra la potenza fornita al sistema dalle forze esterne, e la potenza relativa alle forze inerziali, alle forze conservative ed alle forze di attrito.

Generalità sulla teoria dei circuiti elettrici.

Un circuito elettrico è costituito da un numero finito di maglie chiuse, ognuna contenente un certo numero di resistori, induttori e condensatori (7): nel séguito si usa per brevità il termine *elemento elettrico* per indicare indifferentemente un resistore, un induttore, un condensatore. Ogni maglia è composta di tanti lati, di cui alcuni sono comuni a più maglie. Per decidere del numero delle maglie indipendenti del circuito, si conta il numero r dei lati, cioè dei tratti di conduttori che congiungono due punti d'incrocio fra più conduttori, ed il numero p dei nodi, cioè dei punti in cui s'incrociano almeno due conduttori. Il numero delle maglie indipendenti è dato da

$$n = r - p + 1$$

ed equivale al numero dei gradi di libertà del sistema elettrico considerato. Basta quindi conoscere n correnti in funzione del tempo per ricavare tutte le altre. Il problema di determinare queste n correnti in funzione del tempo e delle forze elettromotrici impresse conduce a scrivere un sistema di n equazioni differenziali. Tale sistema può essere dedotto seguendo vari procedimenti.

Maxwell, per esempio, considera il sistema elettrico alla stregua di un sistema meccanico, in cui la corrente prende il posto della velocità, la carica il posto dello spostamento, e la f. e. m. il posto della forza. Egli scrive le espressioni dell'energia elettromagnetica, dell'energia elettrostatica e dell'energia dissipata per effetto Joule, ed applica le equazioni di Lagrange. Un metodo più semplice è però quello di applicare ad ogni maglia chiusa indipendente il secondo principio di Kirchhoff, si ricava in tal maniera una equazione differenziale per ogni maglia, cioè in tutto n equazioni differenziali indipendenti che caratterizzano in ogni istante l'equilibrio elettrodinamico del sistema. Seguendo questa

(7) Loc. cit. nota (1).

via, il sistema di equazioni differenziali caratteristico del circuito elettrico ad n gradi di libertà è della forma

$$\left(L_{11}p + R_{11} + \frac{1}{pC_{11}}\right) i_1 + \dots + \left(L_{1n}p + R_{1n} + \frac{1}{pC_{1n}}\right) i_n = e_1$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\left(L_{n1}p + R_{n1} + \frac{1}{pC_{n1}}\right) i_1 + \dots + \left(L_{nn}p + R_{nn} + \frac{1}{pC_{nn}}\right) i_n = e_n .$$

In queste equazioni si è indicato con la lettera p l'operatore differenziale d/dt, con $1/p$ l'operatore integrale $\int dt$, con L_{ii}, R_{ii}, C_{ii}, l'induttanza, la resistenza e la capacità totale della maglia i, con L_{hk}, R_{hk}, C_{hk} l'induttanza, la resistenza e la capacità, prese con il segno meno, comuni alle maglie h e k.

A meno che non sia esplicitamente detto il contrario, si suppone nel sèguito che sia:

$$L_{hk} = L_{kh} \qquad R_{hk} = R_{kh} \qquad C_{hk} = C_{kh} .$$

Moltiplichiamo la prima equazione per i_1, la seconda per i_2 e così via e quindi sommiamo; risulta l'unica equazione

$$[11] \quad \frac{d}{dt}\sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k \frac{1}{2} L_{hk} i_h i_k + \frac{d}{dt}\sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k \frac{1}{2}\frac{q_h q_k}{C_{hk}} + \sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k R_{hk} i_h i_k = \sum_1^n{}_s e_s i_s$$

che esprime in ogni istante l'eguaglianza fra la potenza fornita dalle f. e. m. esterne e le potenze elettromagnetica, elettrostatica e dissipata per effetto Joule. Integrando rispetto al tempo si ottiene l'equazione delle energie

$$[11'] \quad \frac{1}{2}\sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k L_{hk} i_h i_k + \frac{1}{2}\sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k \frac{1}{C_{hk}} q_h q_k + \frac{1}{2}\sum_1^n{}_h \sum_1^n{}_k R_{hk} i_h i_k = \sum_1^n{}_s e_s q_s$$

simile nella forma all'equazione energetica del sistema olonomo ad n gradi di libertà.

CAPITOLO II

Analogia classica.

Dal confronto delle due equazioni energetiche [10] e [11'] si possono stabilire numerose analogie ([8]). La più antica ed adoperata è quella già citata che fa corrispondere all'energia cinetica l'energia elettromagne-

---

([8]) Si veda, ad esempio,
P. G. Bordoni: A. F., 1940, IX, p. 133.

tica, all'energia elettrostatica l'energia potenziale, all'energia dissipata per effetto Joule l'energia dissipata per attrito. In tale analogia agli spostamenti lagrangiani q_h corrispondono le cariche elettriche, alle velocità lagrangiane le correnti elettriche, alle forze lagrangiane le tensioni elettriche. Il coefficiente b_{hh} corrisponde all'induttanza totale L_{hh} della maglia h del circuito elettrico equivalente, a_{hh} corrisponde a $1/C_{hh}$, l'inverso della capacità totale della maglia indipendente h; il coefficiente c_{hh} alla resistenza totale R_{hh} della maglia h; il coefficiente b_{hk} all'induttanza, presa col segno meno, comune alle maglie h e k, il coefficiente a_{hk} corrisponde all'inverso della capacità comune alle maglie h e k, presa col segno meno; ed infine il coefficiente c_{hk} corrisponde alla resistenza comune alle due maglie h e k, presa col segno meno.

Se gli spostamenti lagrangiani rappresentano spostamenti effettivi, allora i coefficienti b sono masse, i coefficienti a sono rigidità ed i coefficienti c sono resistenze di attrito. Le corrispondenze fra elementi e grandezze meccaniche ed elettriche sono raggruppate nella tabella I.

Se invece le q rappresentano il prodotto di uno spostamento per un'area (come si suole fare per i sistemi acustici), si hanno le analogie della tabella II. Infine, se le q rappresentano angoli (sistemi torsionali), si hanno le corrispondenze della tabella III.

Possiamo a questo punto sostituire nelle equazioni di Lagrange i simboli meccanici con i corrispondenti simboli elettrici; si ottengono equazioni « elettriche » dalle quali possiamo passare al relativo schema con le operazioni inverse di quelle eseguite per passare dallo schema alle equazioni. Accade però spesso che le equazioni elettriche così ottenute conducono a schemi che contengono elementi negativi. In tal caso è necessario scegliere diversamente le coordinate lagrangiane, in modo da far scomparire dalle equazioni di Lagrange i termini che conducono a dover considerare elementi negativi. Si ritornerà su questo punto molto importante trattando dello schema meccanico.

Può anche avvenire che fra gli elementi del sistema elettrico equivalente e quelli del sistema meccanico originario non si possa stabilire una corrispondenza biunivoca. Si introduce allora nel sistema meccanico il concetto di *elementi ridotti o generalizzati del sistema*, il cui numero dipende esclusivamente dai gradi di libertà e che hanno quindi sempre un numero eguale di elementi nel sistema elettrico equivalente. Anche di ciò si parlerà in sèguito a proposito dello schema meccanico di cui si danno particolari esempi.

Ricerca dello schema meccanico.

Per completare l'analogia, ci proponiamo ora di far vedere che si può costituire lo schema di un sistema meccanico alla stessa maniera con cui si costruisce lo schema di un sistema elettrico, valendosi di principi fondamentali della meccanica che hanno il loro analogo nelle leggi di Kirchhoff.

TABELLA I

Grandezze del sistema meccanico lineare			Grandezze del sistema elettrico		
Spostamento	x	(m)	Carica	q	(coulomb)
Velocità	v	$(m \cdot s^{-1})$	Corrente	i	(ampere)
Forza	f	(newton)	Tensione	e	(volt)
Massa	M	(kg)	Induttanza	L	(henry)
Cedevolezza	C_M	$(m \cdot newton^{-1})$	Capacità	C_e	(farad)
Resistenza meccanica	R_M	(ohm meccanici)	Resistenza	R_e	(ohm)
Impedenza meccanica	Z_M	(ohm meccanici)	Impedenza	Z_e	(ohm)

TABELLA II

Grandezze del sistema acustico meccanico			Grandezze del sistema elettrico		
Spostamento volumetrico	X	(m^3)	Carica	q	(coulomb)
Velocità	$\dot{X}$	$(m^3 \cdot s^{-1})$	Corrente	i	(ampere)
Pressione	p	$(newton \cdot m^{-2})$	Tensione	e	(volt)
Inertanza	M_A	$(kg \cdot m^{-4})$	Induttanza	L	(henry)
Cedevolezza acustica	C_A	$(m^5 \cdot newton^{-1})$	Capacità	C_e	(farad)
Resistenza acustica	R_A	(ohm acustici)	Resistenza	R_e	(ohm)
Impedenza acustica	Z_A	(ohm acustici)	Impedenza	Z_e	(ohm)

TABELLA III

Grandezze del sistema torsionale			Grandezze del sistema elettrico		
Angolo		(rad)	Carica	q	(coulomb)
Velocità angolare		$(rad \cdot s^{-1})$	Corrente	i	(ampere)
Coppia	c_t	$(newton \cdot m)$	Tensione	e	(volt)
Momento d'inerzia	J	$(kg \cdot m^2)$	Induttanza	L	(henry)
Cedevolezza torsionale	C_{Mt}	$(rad \cdot newton^{-1} \cdot m^{-1})$	Capacità	C_e	(farad)
Resistenza »	R_{Mt}	$(newton \cdot m \cdot s \cdot rad)$	Resistenza	R_e	(ohm)
Impedenza »	Z_{Mt}	$(newton \cdot m \cdot s \cdot rad)$	Impedenza	Z_e	(ohm)

Questi principi si possono esprimere in forma simile a quella dei principi di Kirchhoff, valendosi di alcune proprietà di cui godono gli elementi meccanici. Ci limitiamo a trattare il caso in cui le coordinate lagrangiane siano spostamenti: gli elementi meccanici corrispondenti agli elementi elettrici sono allora quelli della tabella I.

La figura 1 rappresenta lo schema di un circuito contenente tutti gli elementi elettrici (maglia elettrica). L'equazione corrispondente della maglia, tratta dai principi di Kirchhoff, è:

$$[12] \qquad L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C_e} + R_e i = e ,$$

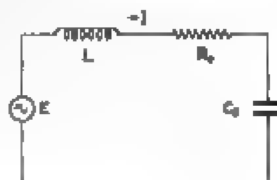


Fig. 1. — Schema del sistema elettrico ad un grado di libertà.

ad essa corrisponde l'equazione meccanica:

$$[13] \qquad M\frac{dv}{dt} + \frac{x}{C_M} + R_M v = f$$

Fisicamente, questa equazione meccanica esprime il principio di d'Alembert: un punto materiale, che si muova su una retta, è in equilibrio dinamico sotto l'azione delle forze esterne e delle forze di reazione di inerzia, elastica e dissipativa. Graficamente, possiamo tradurre questo fatto nella rappresentazione delle quattro forze mediante quattro vettori concorrenti nel punto ed aventi la stessa linea di azione. Nulla ci vieta però di pensare che l'equazione [13] anzichè riferirsi al moto di un punto su di una retta, si riferisca al sistema costituito da una sbarra rigida, vincolata in modo che siano consentiti soltanto movimenti che la mantengano parallela ad una retta fissa. Questo nuovo sistema

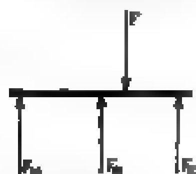


Fig. 2. — Sbarra rigida, vincolata a muoversi parallelamente a se stessa, in equilibrio dinamico sotto l'azione di una forza esterna e di tre forze di reazione.

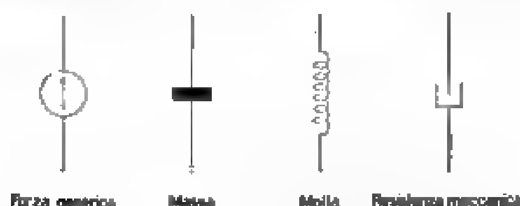


Fig. 3. — Simboli meccanici

è rappresentato nella figura 2. La sbarra è in equilibrio dinamico, con la velocità di regime v, sotto l'azione delle forze applicate, se i vin

coli sono tali da compensare il momento delle forze cui essa è sottoposta cioè se la sbarra si può solo muovere senza rotare, nella direzione delle forze

Notiamo ora che una forza deve pensarsi sempre applicata fra due punti; potremo allora sostituire al simbolo di vettore della meccanica razionale il simbolo della figura 3, cosicchè in luogo della rappresentazione di figura 2 adotteremo quella di figura 4

Osserviamo ancora che lo schema della figura 1 è, come si è detto, la traduzione grafica dell'equazione [12] esprimente il secondo principio di Kirchhoff il quale dice che la somma delle cadute di tensione negli elementi componenti la maglia è eguale alla somma delle f. e m. interne. Nella figura 1 peraltro non sono rappresentate le cadute di tensione, bensì gli elementi elettrici che le provocano. Possiamo fare lo stesso per la rappresentazione meccanica invece delle forze di reazione di inerzia, elastica e resistiva, possiamo rappresentare la massa M, la cedevolezza C_M e la resistenza di attrito R_M

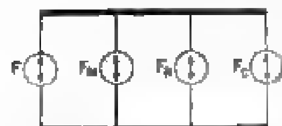


Fig 4 — Rappresentazione del sistema di figura 2.

Per far ciò dobbiamo dare una rappresentazione simbolica a questi tre elementi meccanici.

La cedevolezza è l'elemento caratteristico delle molle e corrisponde all'inverso del parametro di rigidità. Se una molla si tende o si comprime, si genera una forza di reazione data da

$$F_C = \frac{1}{C_M} (X_1 \quad X_2),$$

in cui si è indicato con C_M la cedevolezza e con $X_1 - X_2$ la variazione della distanza fra gli estremi. Questa forza agisce egualmente in tutte le sezioni della molla. Se la forza agente è alternativa sinusoidale e si può ammettere che lo spostamento dinamico di ogni punto della molla sia uguale a quello statico (ciò è sempre verificato quando agli estremi della molla sono concentrate masse molto maggiori di quella propria della molla), si ha:

$$F_C \quad \frac{V_1 \quad V_2}{j\omega C_M}$$

La differenza di velocità $V_1 - V_2$ fra i due punti estremi della molla ha una differenza di fase di 90° in anticipo rispetto alla forza F_C. Per rappresentare la cedevolezza si può quindi adottare il simbolo della molla riportato nella figura 3.

Consideriamo ora due tubi concentrici, privi di massa, scorrenti in un comune mezzo viscoso, per effetto di una differenza di velocità

$V_1 - V_2$ fra i due tubi, sorge tra essi una forza di attrito $R_M(V_1 - V_2)$ in fase con $(V_1 - V_2)$; la resistenza di attrito R_M si può allora rappresentare mediante il disegno schematico dei due tubi (fig. 3).

La massa di un punto materiale si rappresenta, in genere, mediante un cerchietto pieno od un rettangolino.

Nel sistema considerato precedentemente e costituito dalla sbarra rigida vincolata a muoversi parallelamente ad una direzione fissa, la forza d'inerzia $M(dv/dt)$ si può ritenere provocata da una massa M concentrata in un punto qualsiasi rigidamente collegato alla sbarra. Siamo condotti quindi a sostituire nella figura 4 al simbolo della forza d'inerzia quello di una massa concentrata in un punto rigidamente collegato alla sbarra mobile.

Il simbolo classico di una massa concentrata in un punto ha pertanto un solo terminale. Però possiamo adottare anche per la massa un simbolo convenzionale avente due terminali (fig. 3): uno sarà collegato alla sbarra mobile e l'altro al sostegno fisso rispetto al quale è misurata la velocità della sbarra.

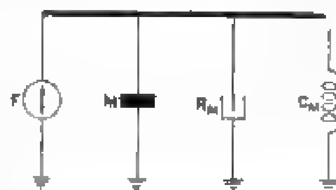


Fig. 5. — Schema meccanico del sistema ad un grado di libertà.

Sostituendo nella figura 4 ai simboli delle tre forze di reazione i simboli dei tre elementi meccanici, risulta la figura 5 che è lo *schema meccanico* del sistema ad un solo grado di libertà.

Alcune interessanti proprietà si deducono dall'osservazione comparativa delle due figure 1 e 5. Si vede infatti che alla maglia elettrica corrisponde la sbarra, mobile con la velocità v, collegata ad un sostegno fisso mediante i simboli rappresentativi degli elementi meccanici e della forza esterna. Per analogia al concetto che abbiamo di nodo, quale punto di incontro di più elementi di uno schema elettrico, possiamo chiamare la sbarra v un nodo dello schema meccanico. Nell'analogia classica, quindi, al nodo meccanico corrisponde la maglia elettrica. Le proprietà fondamentali degli elementi meccanici, che abbiamo dedotto precedentemente, ci dicono che il comportamento di essi rispetto alle due componenti della potenza meccanica, forza e velocità, è analogo al comportamento delle ammettenze elettriche rispetto alla tensione e alla corrente. È facile altresì verificare che più elementi meccanici in parallelo, cioè colleganti due nodi meccanici, si comportano come un unico elemento (impedenza meccanica) eguale alla somma dei singoli elementi; anche per questa proprietà il comportamento delle impedenze meccaniche è analogo a quello delle ammettenze elettriche.

Se quindi si considera lo schema meccanico alla stregua di uno schema elettrico, esso risulta duale dello schema elettrico equivalente nell'analogia classica; si deduce che per passare dallo schema mecca-

nico di un sistema al corrispondente schema elettrico nell'analogia classica, o viceversa, basta applicare le regole derivanti da tale dualità [8]

Estensione dello schema meccanico ai sistemi ad *n* gradi di libertà.

Si è visto che il sistema meccanico ad un solo grado di libertà, caratterizzato da una sola velocità v, può essere rappresentato schematicamente sostituendo al sistema originario un sistema fittizio, formato da una sbarra rigida di massa trascurabile, costretta a muoversi di moto puramente rettilineo, e collegata ad un sostegno fisso mediante una molla di cedevolezza C_M pari alla cedevolezza del sistema originario, e da due tubi concentrici, di massa propria trascurabile, scorrenti in un comune mezzo viscoso, in modo da produrre una dissipazione eguale a quella causata dalla resistenza meccanica R_M del sistema originario. L'effetto dell'inerzia è poi ottenuto collegando rigidamente alla sbarra un punto, in cui è concentrata una massa M eguale a quella del sistema originario.

Per ottenere una rappresentazione uniforme dei tre elementi meccanici, si è assegnata alla massa un simbolo grafico avente due terminali: uno collegato alla sbarra e l'altro al sostegno fisso.

Se ora si fissa l'attenzione su un sistema ad n gradi di libertà, caratterizzato da n velocità, e si vuole estendere ad esso il ragionamento fatto per il sistema ad un solo grado di libertà, si è indotti a sostituire a quello originario un sistema fittizio formato da n sbarre rigide, ognuna corrispondente ad una velocità del sistema originario, collegate fra loro ed al sostegno fisso mediante impedenze meccaniche il cui numero sarà al massimo $(1/2)\ n(n+1)$, e ad attribuire a queste impedenze meccaniche valori opportuni in modo che le proprietà del sistema fittizio siano le stesse del sistema originario. Lo schema cui si perviene è quello della figura 6; ciascuna impedenza meccanica di collegamento, nel caso più generale è del tipo:

$$Z_M = R_M + pM + \frac{1}{pC_M}$$

[8] Si è fatto notare da alcuni che la dualità introdotta nella rappresentazione schematica di fenomeni fisici di differente natura, ma retti da equazioni dello stesso tipo, è una creazione non essenziale, e può essere logicamente evitata mediante una opportuna definizione di *circuito in serie* e *circuito in parallelo*, legata soltanto alla forma algebrica della equazione che regge il fenomeno, astraendo completamente dalla natura fisica del sistema. Se ciò rappresenta una semplificazione dal punto di vista matematico, pur tuttavia essa può non apparire consigliabile, perchè si viene a perdere una caratteristica essenziale dello schema, che non solo deve servire allo studio della proprietà del sistema fisico che esso rappresenta, ma deve anche essere una rappresentazione quanto più è possibile fedele del sistema stesso allo scopo di agevolarne la costruzione pratica.

Prima di ricavare le relazioni che legano i valori delle singole impedenze ai valori dei singoli coefficienti che compaiono nelle espressioni energetiche del sistema originario, si cerca di vedere se e come il sistema equivalente formato dalle n sbarre possa realmente costruirsi.

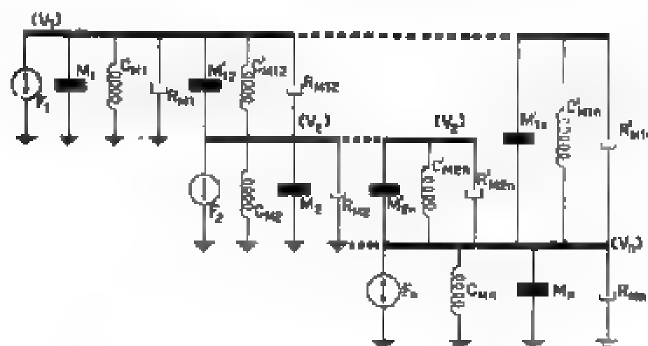


Fig. 6. — Schema meccanico del sistema ad n gradi di libertà

Le impedenze che collegano ciascuna sbarra al sostegno fisso sono del tutto simili a quella che si è esaminata minutamente per il sistema ad un grado di libertà, la loro attuazione pratica è quindi immediata. Le impedenze che collegano fra loro due sbarre, invece, non hanno alcun riscontro nel sistema ad un solo grado di libertà, e si vede subito che, se esse contengono il termine pM cioè la massa, il simbolo di questa ha i suoi terminali collegati a due punti mobili, ciascuno rigidamente fissato ad una diversa sbarra. Nell'attuazione pratica non si può quindi supporre la massa concentrata in un punto solo, non avendo alcun elemento per decidere se detto punto si deve intendere solidale con una piuttosto che l'altra delle due sbarre. Si vedrà negli esempi riportati in séguito che, quando una massa è simbolicamente rappresentata con gli estremi collegati a due punti mobili, non si può considerare concentrata in un solo punto senza ricorrere a sistemi contenenti leve.

Resta pertanto acquisito che, nella rappresentazione di sistemi meccanici privi di leve, e le cui masse si possano considerare concentrate ciascuna in un solo punto, i simboli di dette masse rappresentano *sempre* un collegamento fra una sbarra mobile ed il sostegno fisso.

Ciò premesso, si riprenda in considerazione la figura 6, allo scopo di trovare i valori che devono attribuirsi alle varie impedenze meccaniche in essa rappresentate, affinchè le proprietà del sistema delle sbarre siano le stesse del sistema originario e quindi la figura 6 possa essere considerata come lo schema meccanico del sistema ad n gradi di libertà.

Pertanto le espressioni energetiche del sistema della figura 6 sono.

$$T = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n}{}_{i} \left[\sum_{1}^{i-1}{}_{k} M'_{ik} (v_i - v_k)^2 + M_i v_i^2 + \sum_{i+1}^{n}{}_{h} M'_{ih} (v_i - v_h)^2 \right]$$

$$[14] \qquad U = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n}{}_{i} \left[\sum_{1}^{i-1}{}_{k} \frac{(x_i - x_k)^2}{C'_{Mik}} + \frac{x_i^2}{C_{Mi}} + \sum_{i+1}^{n}{}_{h} \frac{(x_i - x_h)^2}{C'_{Mih}} \right]$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n}{}_{i} \left[\sum_{1}^{i-1}{}_{k} R'_{Mik} (v_i - v_k)^2 + R_{Mi} v_i^2 + \sum_{i+1}^{n}{}_{h} R'_{Mih} (v_i - v_h)^2 \right]$$

Queste espressioni coincidono con la [5], la [7] e la [8], se si pone

$$b_{ii} = M_i + \sum_{1}^{i-1}{}_{k} M'_{ik} + \sum_{i+1}^{n}{}_{h} M'_{ih}$$

$$[15] \qquad a_{ii} = \frac{1}{C_{Mi}} + \sum_{1}^{i-1}{}_{k} \frac{1}{C'_{Mik}} + \sum_{i+1}^{n}{}_{h} \frac{1}{C'_{Mih}}$$

$$c_{ii} = R_{Mi} + \sum_{1}^{i-1}{}_{k} R'_{Mik} + \sum_{i+1}^{n}{}_{h} R'_{Mih}$$

$$[16] \qquad M'_{hk} = -b_{hk} \qquad \frac{1}{C'_{Mhk}} = -a_{hk} \qquad R'_{Mhk} = -c_{hk}$$

$$(h = 1, 2, \ldots, n) \qquad (k = 1, 2, \ldots, n) \qquad (h \neq k) .$$

Le M_i, M'_{hk}, ... sono grandezze essenzialmente positive; è necessario quindi che nelle [5], [7] e [8] siano soddisfatte le condizioni

$$[17] \qquad q_h q_k b_{hk} < 0 \qquad q_h q_k a_{hk} < 0 \qquad q_h q_k c_{hk} < 0$$

$$[18] \qquad b_{hh} > b_{hk} \qquad a_{hh} > a_{hk} \qquad c_{hh} > c_{hk}$$

$$(h = 1, 2, \ldots, n) \qquad (k = 1, 2, \ldots, n) \qquad (h \neq k)$$

Inoltre, analogamente a quanto si è fatto notare sullo schema elettrico deducibile dalle stesse espressioni [5], [7] e [8] dopo la sostituzione dei simboli meccanici con i simboli elettrici corrispondenti, non sempre accade che ad ogni parametro del sistema originario corrisponda un elemento M, R_M e C_M nello schema di figura 6, per mantenere allora a detta figura il significato di schema meccanico del sistema originario, è necessario attribuire ad alcuni degli elementi dello schema valori che si ottengono mediante combinazioni lineari dei parametri del sistema originario. Ciò si fa agevolmente introducendo il concetto di elementi generalizzati o ridotti del sistema, il cui numero, come vedremo nei capitoli seguenti, non può superare $(1/2)\, n(n+1)$ per ciascun tipo di elemento, se n sono i gradi di libertà del sistema, e quindi si possono sempre far corrispondere ad un egual numero di elementi dello schema della figura 6 mediante le relazioni [15] e [16].

Se le coordinate lagrangiane non sono, come si è supposto finora, spostamenti rettilinei di punti, ma spostamenti volumetrici, ed applichiamo le cose dette, otteniamo uno schema in cui i simboli della figura 3 non rappresentano più forze masse, molle e resistenze di attrito, ma pressioni, masse divise per un'area al quadrato resistenze meccaniche divise per un'area al quadrato, e cedevolezze moltiplicate per un'area al quadrato. A queste grandezze si può dare il nome di *elementi acustici*, perchè trovano applicazione nei problemi di acustica.

Se infine le coordinate lagrangiane rappresentano angoli di rotazione, il simbolo della forza rappresenterà una coppia, quello della massa un momento di inerzia; quello della cedevolezza una cedevolezza torsionale, e quello della resistenza una resistenza torsionale.

Leve.

Una particolare attenzione meritano quei sistemi meccanici misti, rotatori e traslatori, che contengono leve ideali a fulcro fisso o mobile. Lo schema elettrico equivalente di questi sistemi può essere studiato con il metodo simbolico soltanto per i moti variazionali, poichè nel moto generale i coefficienti che compaiono nelle espressioni energetiche sono funzione delle coordinate lagrangiane

È facile dimostrare che una leva a fulcro fisso avente i bracci rigidi e privi di massa propria, ha come equivalente elettrico, nell'analogia classica, un trasformatore ideale. Il rapporto di trasformazione è uguale al rapporto fra le lunghezze dei bracci. Una leva ideale a fulcro mobile equivale invece ad un doppio trasformatore, o ad un autotrasformatore a tre prese. Ne vedremo qualche esempio nel seguito.

Gli schemi elettrici che contengono trasformatori ideali si possono ridurre a schemi privi del simbolo del trasformatore, inserendo la impedenza del secondario nel circuito primario, ma alterandone il valore nel rapporto α^2, se è α il rapporto di trasformazione

Analogamente gli schemi meccanici, che si ottengono applicando il principio di dualità a questi schemi elettrici ridotti, si possono considerare come schemi ridotti dello schema meccanico del sistema originario contenente le leve. Può capitare perciò che i simboli di una o più masse vengano usati nello schema ridotto per collegare due sbarre entrambe mobili, anche se nel sistema originario dette masse erano supposte concentrate ciascuna in un solo punto.

(*Continua*).

LETTERE AL DIRETTORE

A proposito del calcolo operatorio.

Oggi ho ricevuto il 1° numero del volume XI di « Alta Frequenza ». In occasione di questo primo decennale della rivista porgo ad essa le congratulazioni più vive. Nel periodo finora trascorso « Alta Frequenza » ha presentato una lunga serie di interessanti e pregevoli lavori ed ha con ciò fornito un bel quadro del contributo italiano nel campo della tecnica delle alte frequenze. Possa essa anche nel futuro prosperare così con sempre maggiore successo.

Ho letto con interesse l'articolo del professore Angelini sul calcolo operatorio. Trovo pienamente esatta la conclusione, secondo la quale le diverse forme di tale calcolo in fondo si equivalgono. Sussiste tuttavia una differenza essenziale fra il calcolo operatorio in senso stretto, secondo lo Heaviside, il Carson ed altri, ed il così detto calcolo simbolico secondo il procedimento seguito dal van der Pol, dal Doetsch e da me, e fondato sulle trasformazioni funzionali. Il metodo del Giorgi occupa una posizione intermedia fra i due. Mentre nelle equazioni del calcolo operatorio vero e proprio gli operatori e le funzioni del tempo si presentano nella stessa equazione, nel calcolo simbolico sono presenti soltanto pure equazioni relative alla variabile tempo e pure equazioni simboliche, dove i simboli sono ordinarie variabili algebriche o rispettivamente funzioni di tali variabili.

Codesta diversa maniera di vedere le cose balza subito all'evidenza negli sviluppi in serie. Questi sono nel calcolo operatorio campati in aria. La loro legittimità è ignota ed infatti essi conducono talvolta a risultati errati. Al contrario, nel calcolo simbolico, alle serie possono essere applicati i ben noti criteri matematici relativi alle serie convergenti o asintotiche, cosicchè non intervengono mai errori, se questi criteri sono osservati; si veda l'esempio nel mio libro, a pagina 275, n. 41 e. Fondare, come fa il Doetsch, le trasformazioni funzionali sull'integrale di Laplace, oppure sull'integrale complesso da me introdotto (Archiv f. Elektr., 1916, IV, p. 159) il quale rappresenta l'inversione di quella trasformazione, è in sostanza la stessa cosa. Io ho preferito l'integrale complesso, perchè lo si può direttamente conseguire attraverso considerazioni fisiche e mediante l'integrale di Fourier; e credo che il mio punto di vista sia più consono con la mentalità dell'ingegnere che non quello del Doetsch, il quale del resto si basa essenzialmente sui lavori fondamentali del Pincherle.

In ogni caso è stato di grande utilità che il professore Angelini abbia analizzato la questione.

Berlin-Schöneberg, 22 febbraio 1942. KARL WILLY WAGNER

RECENSIONI

ACUSTICA APPLICATA ED ELETTROACUSTICA.

H. Meinel — **Sulle curve di frequenza dei violini.** (A. Z., settembre 1940, V, 5, pag. 283-300, con 8 fig.)

Le curve di frequenza, che rivelano assai efficacemente le proprietà acustiche dei sistemi vibranti, sono state rilevate già da vario tempo per i sistemi oscillanti più semplici, come i microfoni e gli altoparlanti; per i sistemi oscillanti più complessi, come ad esempio, quelli degli strumenti musicali a corda, sono state rilevate solo più tardi.

H. Meinel, H. Backhaus e F. A. Saunders hanno diffusamente descritto il metodo da loro usato, che consiste nell'eccitare successivamente le corde del violino con un «arco automatico», variando nel contempo la frequenza della fondamentale emessa dalla corda, mediante tasti automatici di ottone che sostituiscono la funzione del dito. Si misura poi la pressione sonora generata, in funzione della frequenza, la registrazione dei suoni è sempre fatta mediante un microfono. Si ottiene così un'unica curva di frequenza del violino, compresa fra 194 e 8000 Hz, che l'autore chiama «semplice».

L'esame di tali curve ha permesso di stabilire interessanti relazioni fra la loro forma e le caratteristiche dei violini, con riferimento al giudizio soggettivo sopra la bontà di questi, lasciando prevedere che esse possono essere di sicuro ausilio all'arte costruttiva dei liutai, tuttora empirica.

L'autore però fa notare le manchevolezze di codesto metodo, col quale non si riesce a mostrare chiaramente la corrispondenza esistente fra la frequenza di eccitazione del sistema e la pressione generata. Infatti, nel passaggio da una corda all'altra, cambiano notevolmente le condizioni del rilevamento a causa di fattori che dipendono dalle proprietà e dalla qualità delle corde, dalla loro posizione sul ponticello e sul capotasto del manico, dalla loro pressione sul piano armonico e così via. Anche soggettivamente si nota con facilità che suoni della medesima altezza, prodotti su corde diverse, presentano rilevanti differenze di timbro, di risposta, di intensità, specialmente nei violini acusticamente cattivi. Nei violini così detti «di suono equilibrato», acusticamente ottimi, tali differenze sono invece molto minori.

Nel lavoro vengono indicati due metodi per stabilire con chiarezza il comportamento delle risonanze al variare della frequenza. Il primo consiste nel rinunziare all'eccitazione meccanica del violino mediante

le corde, eccitando direttamente il corpo dello strumento in condizioni costanti e misurando poi l'ampiezza di oscillazione del piano armonico: ciò è già stato fatto da altri ricercatori, e viene ricordato in proposito il metodo di G. Pasqualini consistente nell'eccitare per via elettrostatica il piano armonico in corrispondenza del ponticello (1). Nel secondo procedimento invece si eccita meccanicamente il violino attraverso le corde, e si registrano i suoni prodotti in ciascuna corda per tutta la lunghezza della tastiera, evitando così di cambiare corda durante la ripresa.

L'autore segue questo metodo e ricava quattro curve di frequenza complete una per ciascuna corda, curve che egli chiama « quadruple », facendo notare che se si confrontano gli spettri acustici di numerosi suoni fondamentali di una stessa corda, contenenti una certa armonica che abbia la stessa frequenza le ampiezze corrispondenti a questa armonica sono eguali nei vari spettri, qualunque sia la frequenza fondamentale di partenza. Perciò, per una stessa corda si può ricavare una curva di frequenza servendosi dello spettro acustico rilevato mediante eccitazione costante di essa, cambiando la frequenza fondamentale della corda, si ottiene un secondo spettro dal quale si può ricavare una curva che collima con la precedente, e così via. Una curva completa, relativa ad un'unica corda, rappresenta soddisfacentemente l'andamento delle risonanze del sistema oscillante con la frequenza e, viceversa, da essa si può dedurre lo spettro sonoro. Le quattro curve, una per ciascuna corda contengono quindi tutti gli spettri di frequenza ricavabili dal violino

Il Meinel paragonando le curve di frequenza quadruple con le semplici, dimostra la loro maggiore importanza rispetto a queste ultime perchè esse rilevano le differenze di timbro esistenti fra suoni di eguale altezza, ma prodotti su corde diverse; esse permettono di dare giudizi di merito sulle qualità di un violino, e offrono la possibilità di ottenere criteri sull'influenza della qualità delle corde, nonchè del loro spessore, della loro pressione e del loro posto sul ponticello e sul manico

Le curve sono riportate e discusse sia in rappresentazione grafica normale, sia in una « rappresentazione a gradini », forniscono, per campi di frequenza ad intervalli di quinta, il valor medio della pressione sonora in funzione della frequenza. Il lavoro si conclude con alcune osservazioni relative alle caratteristiche direzionali dei violini *Gi. Pa.*

FONOGRAFIA E CINEMATOGRAFIA SONORA.

G. GUTTWEIN — **Distorsioni lineari e non lineari nella registrazione grammofonica.** (A. Z., dicembre 1940, V. 6 pag. 330-349, con 21 fig.).

Vengono studiate le distorsioni lineari e non lineari che si possono verificare in una riproduzione grammofonica, dipendentemente dai singoli

(1) G. PASQUALINI Pubbl. I. N. F. A. C. 1940, 20 A. F., 1940, IX, p. 426.

elementi di tutta la catena e dalle singole fasi di incisione e di riproduzione.

Un capacimetro elettrostatico (metodo di Riegger) permette la determinazione sperimentale delle distorsioni lineari introdotte dalla punta scrivente: mediante un elettrodo ausiliario si misurano le variazioni di capacità fra la punta vibrante e tale elettrodo, e l'ampiezza di vibrazione della punta in funzione della frequenza dà una misura delle distorsioni lineari.

L'analisi armonica della tensione ricavata permette invece di determinare le distorsioni non lineari, provocate in massima parte dalla saturazione magnetica dell'ancoretta. Tali distorsioni sono approssimativamente proporzionali all'elongazione massima e quindi sono più sensibili alle basse frequenze.

Paragonando, inoltre, le vibrazioni della punta scrivente a vuoto con quelle che avvengono durante l'incisione su vari materiali, è possibile determinare la reazione prodotta dal materiale sul movimento della puntina. I risultati sperimentali mostrano come tale reazione produca effetti trascurabili. Si può concludere che, curando le condizioni di incisione, le distorsioni non lineari provocate dal processo di registrazione possono essere ridotte al minimo.

Assai più importanti sono invece le distorsioni lineari e non lineari dovute all'uso del disco in riproduzione. Esse sono provocate: *a*) dalla forma geometrica e dalla costruzione del diaframma elettromagnetico; *b*) dal l'angolo di inclinazione fra il piano di vibrazione del diaframma e il raggio del cerchio che porta l'incisione; *c*) dal fatto che non sempre la punta esploratrice è in condizioni di seguire fedelmente la forma della vibrazione. Altre importanti distorsioni sono provocate dalla deformazione del supporto dell'incisione. Le distorsioni non lineari sono state misurate utilizzando un sistema a tono di ricerca.

Un confronto fra il sistema di incisione laterale e quello d'incisione in profondità mostra una netta superiorità del primo sistema dal punto di vista delle distorsioni non lineari. *G. Mad.*

GENERATORI, OSCILLATORI, TRASMETTITORI.

H. LICHTENBERG. **La produzione dell'asse dei tempi nell'oscillografia delle onde corte.** (H. F. Techn. u. El. Ak., marzo 1941, LVII, 3, pag. 84-90, con 15 fig.)

Da qualche tempo sono entrati nella pratica generatori di oscillazioni a denti di sega, che adoperano tubi ad alto vuoto anzichè tubi a riempimento gassoso. Viene ora preso in esame uno di siffatti generatori, costruito secondo lo schema della figura 1.

La variazione di tensione lineare col tempo si ottiene, come d'ordinario, caricando un condensatore, *C*, a corrente costante: ai capi di esso si genera l'oscillazione della forma desiderata, i morsetti d'uscita del

dispositivo sono rappresentati dai punti 1 e 5. La corrente di carica passa attraverso il pentodo L che è predisposto in modo da mantenere tale corrente costante entro i limiti richiesti. All'inizio della carica il punto 1 ha approssimativamente lo stesso potenziale del punto 5, il tubo S è attraversato da una corrente di valore elevato, perchè la sua griglia e il suo catodo hanno il medesimo potenziale, e presenta una caduta assai piccola tra anodo e catodo. Quasi tutta la tensione continua V di alimentazione del dispositivo (che viene immessa tra il punto 5, polo positivo, e la massa) si trova quindi ai capi della resistenza R_{III}. Ciò significa che la griglia del tubo E è fortemente negativa rispetto al corrispondente catodo, che ha, come si è detto, approssimativamente il potenziale del punto 5. Il tubo pertanto non lascia passare corrente.

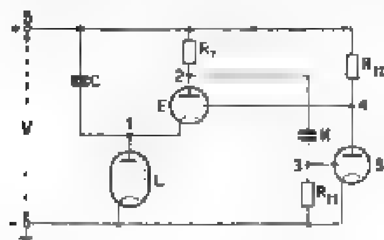


Fig. 1 — Circuito generatore di oscillazioni a denti di sega.

Di mano in mano che il condensatore C si carica, la differenza di potenziale fra griglia e catodo del tubo E diminuisce fino a che comincia a passare in esso una certa corrente anodica. Questa corrente genera una caduta di tensione ai capi della resistenza R_I. La diminuzione di potenziale che subisce in tal modo il punto 2 provoca, trasmettendosi attraverso il condensatore K, un'analoga diminuzione nel punto 3, cioè rende negativa la griglia rispetto al catodo del tubo S e ne frena la corrente anodica. Ma la diminuzione di corrente anodica di S provoca un aumento del potenziale del punto 4 e quindi un aumento della corrente anodica del tubo E, cioè accelera il processo di scarica di C. Nell'istante però in cui la tensione ai capi di C sia discesa tanto che la corrente anodica E cominci a diminuire, si ha un aumento del potenziale del punto 2 e, per un processo inverso a quello precedente, un impulso di tensione positiva sulla griglia di S, che si traduce in un impulso negativo sulla griglia di E e che porta questo tubo di nuovo all'interdizione. Si chiude così il ciclo di carica e scarica.

Vengono esaminate le parti costituenti del circuito per stabilire quali debbano essere le caratteristiche di ciascuna per conseguire i migliori risultati.

Il tubo L, come si è detto, è un pentodo: se si vogliono ottenere oscillazioni di frequenza elevata, esso deve essere in grado di erogare correnti alquanto intense e presentare inoltre una capacità tra anodo e catodo quanto più piccola è possibile. Il tubo E deve pure offrire una piccola capacità fra anodo e catodo; inoltre è dannosa anche la capacità del catodo verso massa e bisogna considerare con particolare attenzione la capacità della griglia verso il catodo. Infatti, la corrente di spostamento che attraversa quest'ultima, quando termina la scarica

e s'inizia una nuova carica del condensatore, per effetto della brusca variazione del potenziale del punto 4 provoca un'alterazione della linearità delle oscillazioni, che è tanto più notevole quanto maggiore è la capacità stessa.

Lo stato attuale della tecnica dei tubi elettronici permette di soddisfare alle esigenze esposte in modo che il limite superiore della frequenza di funzionamento del dispositivo è dato soltanto dal comportamento del tubo S, che lavora nelle condizioni di un amplificatore a larga banda. Si può ritenere per altro che la frequenza limite per il tubo S sia superiore di circa il 30% a quella di un normale amplificatore a larga banda perchè nel nostro caso mancano le limitazioni nella tensione di comando che normalmente sono determinate dalla necessità di evitare distorsioni.

Dopo aver discusso il problema della sincronizzazione, vengono riportati i risultati ottenuti con un dispositivo costruito secondo i concetti esposti. I più notevoli sono: frequenza di oscillazione variabile da 8 Hz a 2,5 MHz, massima velocità di carica di 2,3 kV/μs.

Il testo è illustrato da numerosi oscillogrammi. *Ga. Pa.*

MISURE

A. RIEDINGER - **Misure dell'attenuazione e della velocità di propagazione delle oscillazioni elettromagnetiche nei tubi metallici.** (H. F. Techn. u. El. Ak., agosto 1941, LVIII, 2, pag. 21-25, con 14 fig.)

Le misure di attenuazione e di velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche convogliate da un tubo metallico internamente vuoto (1) sono state eseguite con onde del tipo H_{01}, in quanto queste presentano un comportamento anomalo in confronto alle onde di altro tipo che possono essere trasmesse nei tubi metallici. Peraltro, la stessa disposizione sperimentale, indicata schematicamente nella figura 1, può essere adottata, con poche modificazioni non essenziali, per eseguire misure con qualsiasi altro tipo di onde.

Il tubo adoperato è di alluminio, del diametro interno di 14,65 cm, con una lunghezza utile di circa 5 m, chiuso alle due estremità mediante dischi metallici. Ad una estremità vengono generati brevissimi impulsi di onde del tipo H_{01}, i quali si propagano nel tubo, sono riflessi dalle estremità chiuse, e sono rivelati mediante un apposito ricevitore sistemato in vicinanza al trasmettitore. Dal rapporto delle ampiezze degli impulsi successivi e dalla lunghezza del percorso si può dedurre il valore dell'attenuazione.

Gli impulsi trasmessi e ricevuti vengono osservati sullo schermo di un tubo a raggi catodici. Essi sono generati ritmicamente, con frequenza determinata da un generatore pilota indipendente, e servono a modulare

(1) A. F., 1936, V, p. 817

un generatore a magnetron il quale è accoppiato, mediante un sistema di Lecher al dispositivo di eccitazione delle onde, disposto nell'interno del tubo. Il ricevitore è costituito da un bipolo collegato ad un rivela-

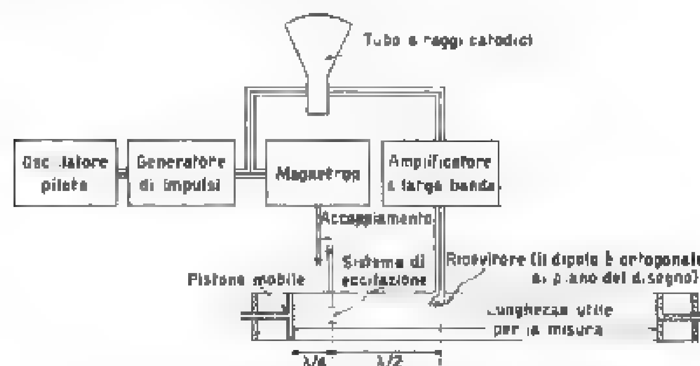


Fig. 1. — Schema della disposizione sperimentale

tore a cristallo, gli impulsi rivelati vengono amplificati nel rapporto da 1 a 100 prima di essere inviati al tubo a raggi catodici.

Gli impulsi, emessi con la frequenza di 30 kHz, hanno forma rettangolare e sono separati da intervalli di durata pari a 3 o 4 volte la durata degli impulsi stessi.

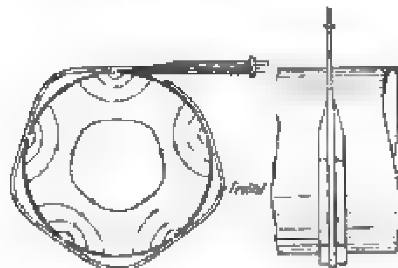


Fig. 2. — Un sistema di eccitazione delle onde H_{01}.

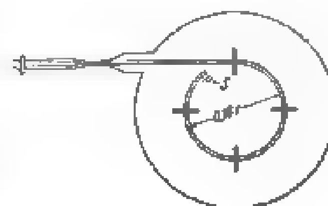


Fig. 3. — Altro sistema di eccitazione delle onde H_{01}. *S* vista trasversale.

Uno dei sistemi usati per eccitare le onde H_{01} è indicato nella figura 2. Tutt'intorno al tubo è disposto un sistema di fili di Lecher, uno dei quali è posto in comunicazione con l'interno del tubo per mezzo di fenditure parallele all'asse di quest'ultimo e disposte in corrispondenza ai ventri di corrente. La distanza fra codeste fenditure, misurata lungo i fili di Lecher, è uguale ad una lunghezza d'onda.

Un altro sistema di eccitazione è indicato nella figura 3. I fili di Lecher sono disposti secondo una circonferenza interna al tubo e coassiale con esso, avente diametro uguale al cerchio su cui è massima l'intensità della forza elettrica.

Particolarmente studiato è anche il modo di sostenere il tubo ed il dispositivo meccanico di regolazione della lunghezza utile. L'amplificatore di ricezione è del tipo a larga banda; la sua ottima qualità può essere giudicata dalla figura 4, in cui sono rappresentati gli oscillogrammi della tensione di modulazione del magnetron e della tensione di uscita dall'amplificatore: essi sono indistinguibili.



Fig. 4. — Tensione di modulazione (al di sotto) e tensione all'uscita dell'amplificatore a larga banda.

I risultati delle misure mostrano in primo luogo che l'attenuazione delle onde è di tipo esponenziale, con l'approssimazione che si può sperare di raggiungere mediante queste determinazioni. L'attenuazione misurata risulta leggermente superiore a quella calcolata; tale differenza può essere dovuta, sia ad inesatta valutazione delle costanti caratteristiche dei materiali, sia ad un parziale assorbimento da parte del magnetron delle onde riflesse. Tuttavia, l'andamento dell'attenuazione in funzione della frequenza risulta coincidente con quello previsto dalla teoria. Analogamente coincidenti con quelli teorici sono i risultati delle misure della velocità di fase e della velocità di gruppo. *R. S.*

RADIOTECNICA GENERALE, IMPIANTI E ACCESSORI.

ECKEL. **Trasmissione di programmi radiofonici su linee.** (F. T. M. settembre 1941, 9, pag. 133-140, con 22 fig.).

Il problema di collegare lo studio di presa al trasmettitore, sorto con l'esigenza di allontanare i trasmettitori dai centri abitati, si è poi sviluppato col moltiplicarsi del numero dei radiodiffusori che per diverse ragioni devono irradiare il medesimo programma. Dopo di aver esposto i criteri generali che regolano il funzionamento elettrico di una linea di trasmissione, si illustra come i relativi problemi siano stati risolti in Germania dalla « Reichsrundfunkgesellschaft », esponendo sia le caratteristiche delle linee di trasmissione sia la costituzione della rete radiofonica.

Banda di frequenza trasmessa. — Numerose esperienze hanno dimostrato che non è necessaria la trasmissione di tutta la gamma acustica da 16 a 16 000 Hz. Ad esempio, della limitazione di essa, in una prova, fra 100 e 5000 Hz, soltanto il 3 % degli uditori ha dimostrato di accorgersi. Le frequenze più basse non richiedono quasi di essere trasmesse, poichè, a causa della non linearità di comportamento dell'orecchio umano

vengono mascherate dalle loro armoniche. Per le linee della rete tedesca si è limitata la banda trasmessa fra 30 e 8000 Hz. Accurati confronti tra la qualità della trasmissione all'inizio ed alla fine della linea eseguiti con apposite apparecchiature ad alta fedeltà, hanno dimostrato che non esiste differenza apprezzabile nella riproduzione musicale fra i due estremi, qualche leggera differenza si nota nella riproduzione della parola invece differenze più accentuate risultano in quella dei rumori (miscugli di frequenze con relazione non armonica), per la perfetta riproduzione dei quali l'anzidetta gamma dovrebbe venire ulteriormente estesa dal lato delle frequenze elevate.

Compressione del volume sonoro. — Il rapporto fra i livelli sonori massimo e minimo, valutato in 1 : 3000 per orchestra sinfonica, 1 : 1000 per orchestra normale, e via dicendo, non può generalmente essere mantenuto fra le ampiezze delle tensioni trasmesse, poichè inferiormente lo limita il livello di rumore della linea, superiormente la saturazione dei tubi amplificatori. È stato scelto, per la rete tedesca, il rapporto 1 : 100, come quello che permette già di assicurare un'artistica riproduzione musicale. Poichè la tensione di rumore non supera i 4 mV, si sono scelti un livello minimo trasmesso di 40 mV ed uno massimo di 4 V.

Distorsione lineare. — Si è tenuto conto dell'attenuazione selettiva delle linee anteponendo a ciascuno degli amplificatori, che servono un determinato tronco, altrettanti correttori. Fra il sistema di correzione a tensione costante e quello a potenza costante, è stato scelto il primo. L'amplificatore microfonico dello studio di trasmissione presenta una caratteristica di tensione praticamente costante e indipendente dalla frequenza. I correttori si incaricano di ripristinare, per ogni tronco di linea, tale costanza, correggendo le attenuazioni intervenute lungo il tronco stesso: sono costituiti da quadripoli asimmetrici a T e possono correggere tutte le curve di attenuazione che si presentano praticamente. Appositi organi di regolazione a mano permettono inoltre di correggere le attenuazioni causate da variazioni di temperatura. Per quanto riguarda le distorsioni di fase, quelle alle frequenze basse, anzichè essere nocive, conferiscono plasticità alla riproduzione musicale, quelle alle frequenze elevate, particolarmente critiche, sono risultate trascurabili, quindi non è stato previsto alcun organo correttore di fase.

Distorsione non lineare. — Siccome questa forma di distorsione non può venire corretta una volta che si sia manifestata, particolare cura è stata posta a quegli organi che ne potevano essere origine. Così per i nuclei delle bobine di pupinizzazione si è adoperato un ferro speciale, si è mantenuta bassa l'eccitazione dei tubi amplificatori che, capaci di una resa di 200 mW, sono chiamati a erogare soltanto 50 W. Inoltre, l'impedenza d'uscita degli amplificatori è stata trasformata a 25 Ω essendo l'impedenza della linea circa 320 Ω. Come conseguenza, il fattore di distorsione non supera il 10 % fra 30 e 100 Hz, e il 4 % sopra i 100 Hz. Altra fonte di distorsione non lineare può risiedere nelle bobine

Pupin, e si manifesta come variazione dell'attenuazione di linea in funzione dell'ampiezza della tensione trasmessa. Per la linea completa e per potenze variabili fra 1 e 50 mW la variazione di attenuazione non deve superare 1 neper fra 30 e 600 Hz e 0,2 neper sopra 600 Hz. La variazione massima misurata sulle linee tedesche è di 0,5 neper a 50 Hz e non influisce sulla bontà della trasmissione.

Disturbi. — I disturbi causati da diafonia o indotti da linee industriali vengono efficacemente ridotti mediante schermatura statica (l'attenuazione per diafonia è superiore a 13 neper), quelli provenienti dall'alimentazione degli amplificatori mediante filtri abbondantemente dimensionati.

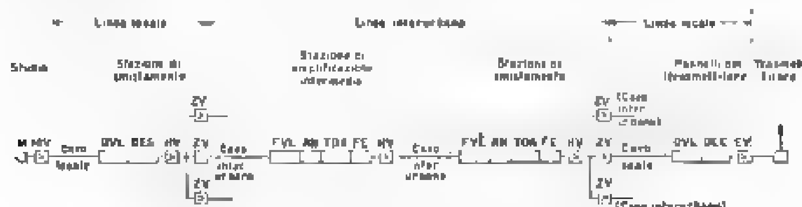


Fig. 1. — Schema della rete radiofonica.

Costituzione della rete radiofonica. — Ogni linea della rete si divide in tre parti (fig. 1).

1) una linea locale che allaccia lo studio (col microfono *M* e con l'amplificatore microfonico *MV*) ai pannelli di smistamento, da cui partono la linea o le linee interurbane, e la giunzione al trasmettitore locale. un dispositivo *OVL* allunga artificialmente il cavo locale alla lunghezza normale di 10 km; seguono il correttore *OES* e l'amplificatore principale *HV*; ogni giunzione uscente è equipaggiata con un amplificatore ausiliario *ZV* ad alta impedenza d'entrata (> 5000 Ω) in modo da rendere il funzionamento dell'amplificatore principale indipendente dal numero delle linee alimentate;

2) la linea interurbana, suddivisa in tronchi di 72,5 km. ogni tronco si collega a pannelli ripetitori intermedi, equipaggiati con un dispositivo di adattamento *FVL* (se la linea non raggiunge effettivamente i 72,5 km), un soppressore d'eco *AN*, un dispositivo di correzione per variazioni di temperatura *TDA*, un correttore d'attenuazione *FE* e un amplificatore principale *HV*,

3) una linea locale che allaccia i pannelli di smistamento al trasmettitore e che termina con il dispositivo di adattamento *OVL*, il correttore *OEE* e l'amplificatore finale *EV*. *R. P.*

INFORMAZIONI E NOTIZIE

Mostra della radio tedesca a Lipsia. — L'industria radio, anche in questi eccezionali momenti di preparazione militare, non poteva mancare alla Fiera autunnale di Lipsia del 1941 nel campo non bellico essa concentra il suo sforzo produttivo, molto opportunamente, per il mantenimento delle posizioni conquistate nel mercato straniero, onde si rileva una netta tendenza a curare al massimo l'esportazione

Tutte le migliori fabbriche espongono quest'anno una serie di nuovi modelli e non mancano le attuazioni degne di nota per qualità, ed anche qualche novità Non molte invero, in quanto che il prodotto deve soddisfare essenzialmente le esigenze per l'esportazione le caratteristiche si possono quindi riassumere nei criteri della normalizzazione, della solidità, dell'economia e del prezzo. Queste sono le premesse che hanno spinto i costruttori ad allestire ed esporre esclusivamente supereterodine d'una certa qualità; i circuiti accordati non sono mai meno di cinque per garantire la massima selettività possibile

L'orientamento di evidente origine americana, iniziatosi l'anno scorso, verso gli apparecchi minuscoli, si è accentuato ancor più quest'anno con persuasive attuazioni di modelli piccoli, molto leggeri. La piccola supereterodina ad alimentazione universale, con corrente continua e corrente alternata, normalmente provvista di tubi del tipo U, dovrebbe servire, nel pensiero degli espositori, ad integrare l'apparecchio grosso, considerato indispensabile in ogni casa e quindi essere di facile trasporto e di poco consumo. Il peso dei modelli raramente supera i 2,3 kg e le piccole dimensioni (circa 280 mm × 180 mm × 113 mm e anche meno) non impediscono una discreta qualità di produzione e una sensibilità in molti casi notevole

La serie dei tubi D per alimentazione a batteria ha permesso anche quest'anno qualche buona attuazione di supereterodine portatili.

La linea estetica tende a una certa uniformità e la sua semplicità può essere piacevole: sembra che essa, in Germania, abbia trovato la sua strada e che non siano da attendersi rivoluzioni in questo campo. Prevale il tipo orizzontale (fig. 1), sobrio, semplice, con scale di cristallo luminose a vasta superficie, con indice a traslazione orizzontale. Parecchi sono i mobiletti di materia plastica

A proposito delle principali caratteristiche costruttive, poche sono le novità da segnalare una buona riproduzione è la caratteristica pre

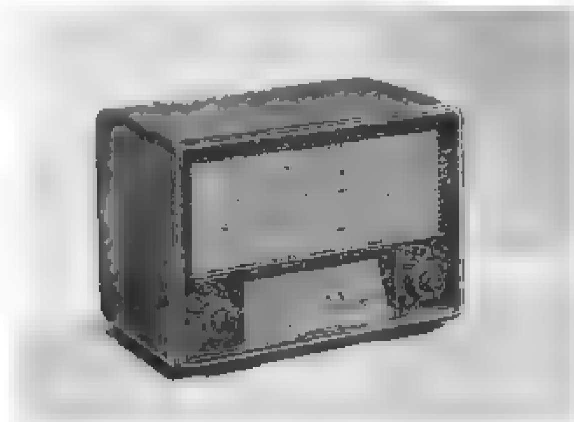


Fig 1. Supereterodina 541 WK (Telefunken)

cipua. I circuiti sono tra loro molto simili e in un certo senso normalizzati. La regolazione automatica di sensibilità e la controreazione di bassa frequenza sono ormai del tipo classico. Qualche novità si osserva,

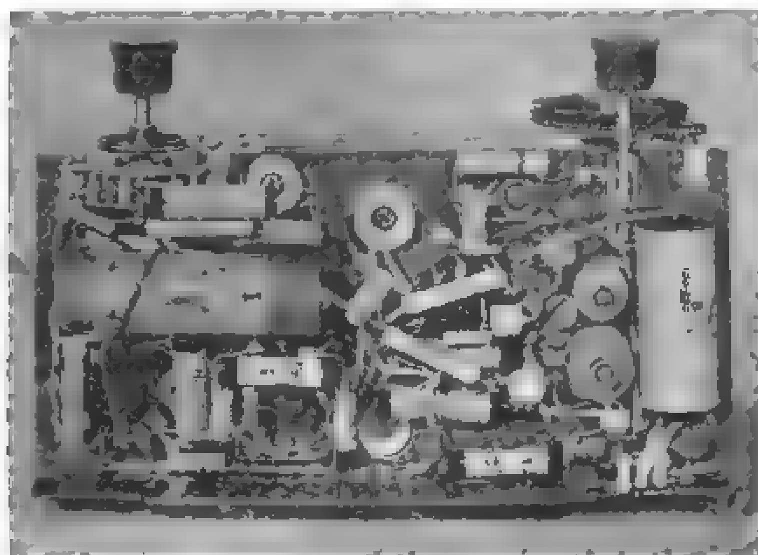


Fig. 2. — Vista del telaio della supereterodina 143 GW (Telefunken)

in fatto di espansione di gamma su onde corte, e in questo campo meritano rilievo le attuazioni della Telefunken, della Siemens e della Schaub, di cui si darà un cenno in seguito.

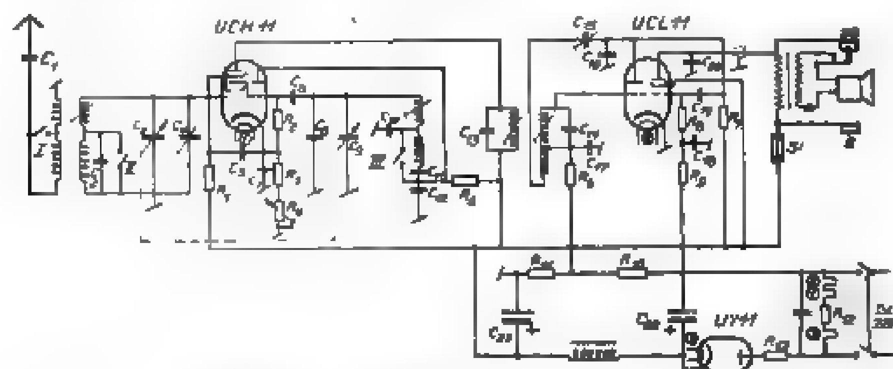


Fig. 3. — Schema di circuito del ricevitore 143 GW (Telefunken)

Derivato dal ricevitore popolare 38 (DKE), le cui caratteristiche sono in parte ripetute il ricevitore Telefunken 143 GW presenta un

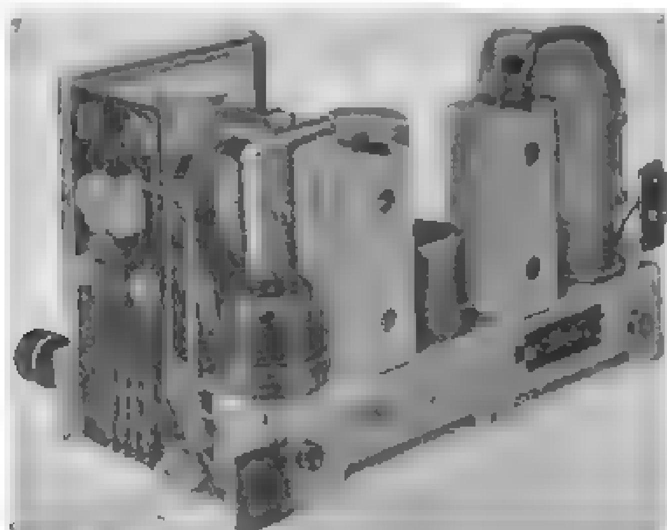


Fig. 4. — Telaio della supereterodina 10 A della Lorenz-Tefag.

telaio di bachelite (fig. 2) dal piano del telaio sporgono due viti di ferro colloidale, appartenenti allo stadio di media frequenza. La distanza delle due bobine, senza schermatura, è aggiustata per l'accoppiamento

richiesto. La schermatura, trattandosi di un solo stadio di amplificazione di media frequenza, è superflua e la semplificazione costruttiva che ne deriva è evidente.

Il compensatore in aria per la regolazione della reazione sullo stadio di media frequenza viene regolato solamente in caso di cambio del tubo elettronico.

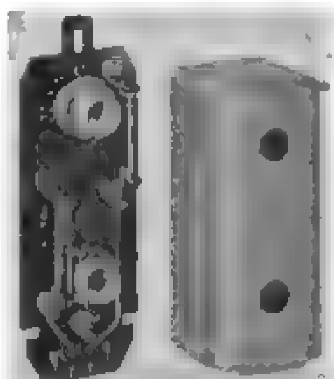


Fig. 5. — Le parti a media frequenza della supereterodina 10 A (Lorenz-Tefag)

Come si rileva nel circuito (fig. 3), il modello 143 GW è una supereterodina a tre tubi elettronici, nella quale al tubo sovrappositore segue il rivelatore per caratteristica anodica (triodo del tubo UCL 11).

La polarizzazione di griglia è derivata dalla presa potenziometrica (R_{10} + R_{11}). La regolazione di sensibilità (R_4) è inserita sul catodo del tubo UCH 11. Interessante la semplice commutazione di gamma (gamme delle onde lunghe e delle onde medie) con tre soli contatti (I, II, III). La semplificazione dell'oscillatore, costruito secondo il sistema Colpitt, è evidente. L'uso di metalli è ridotto al minimo e il peso non supera i 2,8 kg.

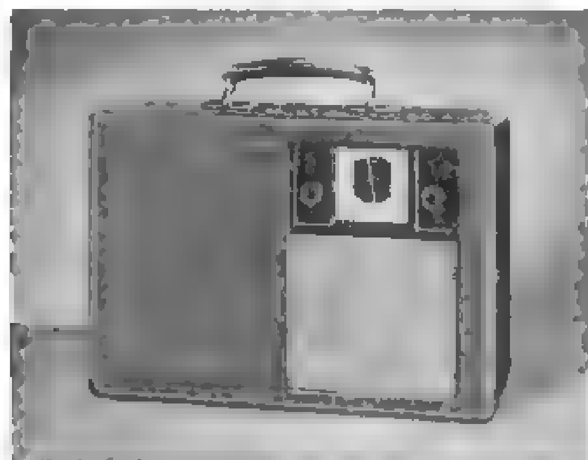


Fig. 6. — Ricevitore portatile Nora K 41

Altra interessante attuazione è presentata dalla Lorenz con la piccola Super 10 A. Le dimensioni sono 28 cm × 19,5 cm × 15 cm, il

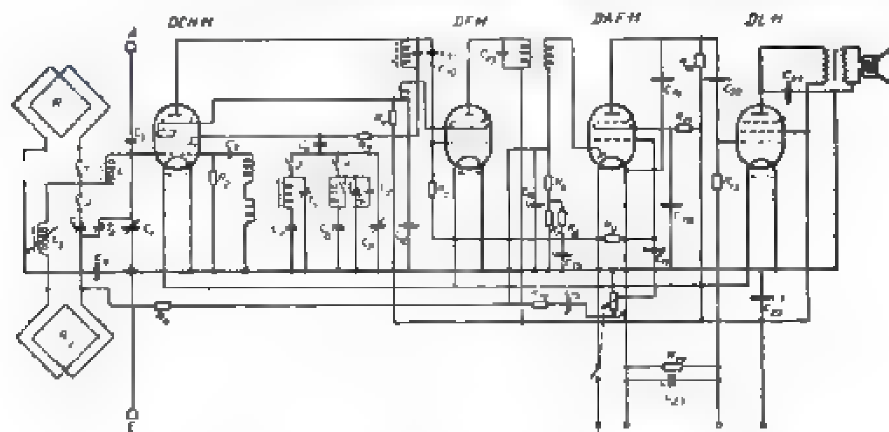


Fig. 7. — Schema del ricevitore portatile Nora K 41: per la ricezione delle onde medie si chiudono i commutatori 1, 3 e 5, per quella delle onde lunghe si chiudono i commutatori 2 e 4

peso 3,45 kg (fig. 4). Degno di rilievo è il fatto che, pur nelle sue piccole dimensioni, trattasi di una classica supereterodina a due stadi di

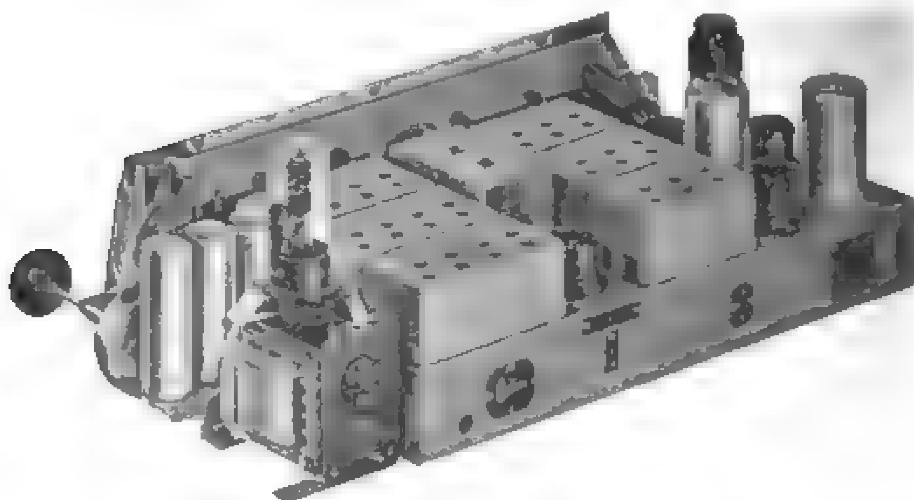


Fig. 8. — Telaio del ricevitore Schaub SG 42

media frequenza. Le parti a media frequenza, di piccole dimensioni (fig. 5), hanno ferri regolabili. La sensibilità sui 15 µV, le sufficienti selettività e potenza a bassa frequenza, assicurano un buon rendimento.

Analoghe costruzioni sono presentate dalla Braun, con un apparecchio a quattro tubi della serie D per alimentazione con batteria, dalla Opta e dalla Schaub.

Una bella attuazione per una supereterodina portatile è la valigetta Nora K 41 (fig. 6). La batteria anodica è del tipo comune a 90 V. I tubi

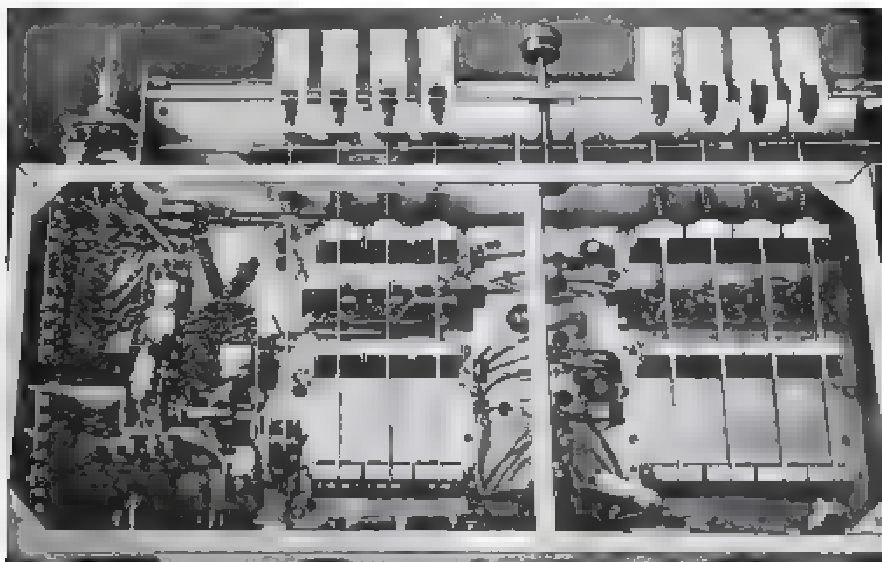


Fig. 9. — Dispositivo per la commutazione di gamma nel ricevitore SG 42

della serie D, a 1,2 V, richiedono per l'alimentazione pile a secco formate da comuni elementi del commercio. Il telaio molto piatto è situato nella parte superiore della valigetta e la sistemazione dei compensatori sotto il condensatore variabile è elegante. Dal circuito (fig. 7) si rileva come i filtri di banda a radiofrequenza siano sostituiti da circuiti singoli, e come la reazione sulla prima media frequenza sia derivata dalla griglia schermo del tubo amplificatore di media frequenza. La selezione è sufficiente, con evidente risparmio di spazio e di costo.

Una bella costruzione per apparecchi del tipo di lusso è rappresentata dal telaio Schaub SG 42 (fig. 8), che permetterebbe un miglioramento sensibile, specie sulle onde corte.

Dalla fotografia si intravede la razionalità della disposizione dei collegamenti e degli elementi nella parte superiore del telaio. Nella commutazione di gamma si è tentata una nuova strada. Per mezzo di otto aste di pressione vengono azionati commutatori separati, corrispondenti ognuno ad una gamma di frequenza, in modo che ogni commutatore è disposto immediatamente sotto al corrispondente gruppo di bobine ad alta frequenza (fig. 9).

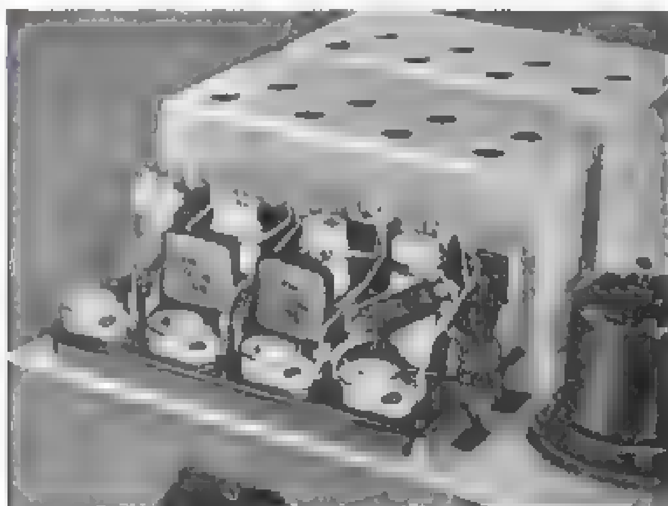


Fig. 10. — Disposizione delle bobine di alta frequenza nel telaio Schaub SG 42

Per eliminare lunghi collegamenti, le bobine di alta frequenza di quattro gamme, sono disposte negli schermi l'una vicina all'altra, dall'una

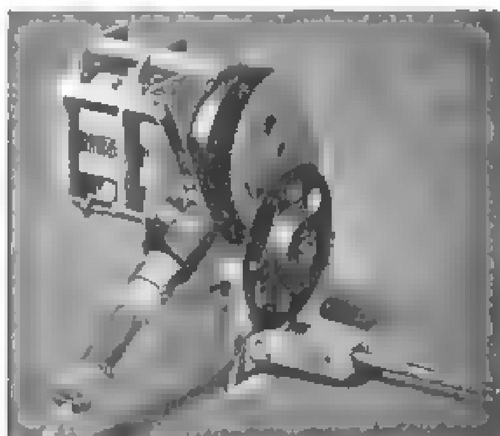


Fig. 11. — Dispositivo per la variazione induttiva con accordo a variometro

e dall'altra parte del condensatore variabile (fig. 10). Si ottiene in questo modo un telaio molto allungato, per altro evidentemente razionale.

In alcuni apparecchi di mole maggiore, tra i quali il Telefunken 166 GW, i Siemens Super 14, 15 e lo Schaub SG 42, si riscontrano alcune

interessanti attuazioni dell'espansione di gamma su onde corte. Le possibilità per questa sono, come è risaputo, di duplice natura. In primo luogo, a variazione induttiva con accordo a variometro: la bobina del variometro è connessa in parallelo alla bobina ad onde corte ed il suo spostamento avviene con un appropriato dispositivo meccanico:



Fig. 12. — Apparecchio di lusso Kammermusik Gerät IV.

questo è a forma di disco sagomato, calettato sull'asse del condensatore variabile (fig. 11). La variazione può essere altresì capacitiva, con riduzione della capacità variabile mediante l'inserzione di condensatori in serie ed in parallelo al circuito oscillatorio, di valore appropriato, come nella Super 15 Siemens. In questa, la combinazione dei condensatori in serie e in parallelo ai circuiti oscillatori permette una variazione pressochè lineare della frequenza; le espansioni di gamma abbracciano i gruppi 19, 25, 31 m; la sintonia capacitiva prescelta rende possibile un facile allineamento dei circuiti È ovvio che la sintonia induttiva presenterebbe in questo caso difficoltà e complicazioni non indifferenti.

In linea di principio le due soluzioni sono equivalenti, come stabilità e rendimento. Per la scelta valgono esclusivamente considerazioni di carattere tecnico costruttivo e in parte, dipendenti da queste, considerazioni economiche.

L'unico apparecchio di lusso esposto è l'ultima edizione del Kammermusik Gerät IV (fig. 12). La sua fedeltà di riproduzione è elevata e veramente notevole.

Circa gli accessori nulla di nuovo, fatta astrazione dai fonorilevatori a cristallo che incominciano a prevalere sui comuni rilevatori magnetici. Buono quello della ditta Hagenuk con una resa tale da pilotare



Fig. 13. — Telefono del tipo piezoelettrico senza alimentazione (Hagenuk)

direttamente i pentodi finali dei tipi AL 4, AL 5 e analoghi. Anche la Telefunken pone in mostra, oltre al già noto TO 1001, un rilevatore piezoelettrico denominato TO X.

Interessante un telefono del tipo piezoelettrico della Hagenuk (figura 13), senza alimentazione. Il cristallo è connesso ad una membrana speciale in modo da creare un sistema reversibile di trasmissione e ricezione. Non è necessaria alcuna sorgente di forza elettromotrice: senza batteria, e senza qualsiasi alimentazione di rete, si ottiene un collegamento telefonico fino alla distanza di circa 5 km. Il cavo di connessione è unipolare. Per il ritorno si utilizza la terra. *Al. Sa.*



fili di alluminio
smaltati
INCET
INCET
TORINO
INDUSTRIA
NAZIONALE

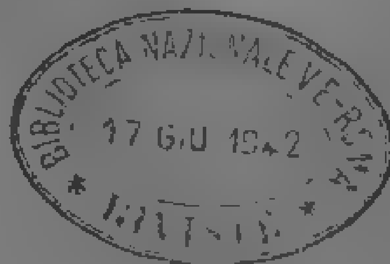
Vol. XI - N. 5 (PUBBLICAZIONE MENSILE) MAGGIO 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA







ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2.2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

Vol. XI   Maggio 1942-XX   N. 5

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'Associazione Elettrotecnica Italiana
Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità*: Milano (122), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3/1189.

Abbonamento annuo . . . **L. 60**
per i soci A.E.I. e S.I.F. » **40**
Un numero separato . . » **6**

Annate arretrate: I (1932) **L. 30**; II (1933), III (1934), IV (1935), V (1936), VI (1937) **L. 40** ciascuna; le successive, **L. 50** ciascuna.

SOMMARIO

Summarische Uebersichten in deutscher Sprache

Résumés en langue française

English summaries

Vol. XI Maggio 1942 XX N. 5

ALTA FREQUENZA



Stabilità di ampiezza degli oscillatori.

Quando si adopera un gruppo costituito da una resistenza in parallelo con una capacità, per ottenere automaticamente un'opportuna tensione negativa di polarizzazione di griglia, negli oscillatori a triodi, accade talvolta, specialmente alle frequenze più elevate, che le oscillazioni siano periodicamente interrotte. In generale codeste interruzioni vengono attribuite all'eccessivo valore della costante di tempo del gruppo composto dalla resistenza e dalla capacità, e si afferma che le interruzioni stesse possono essere evitate riducendo la resistenza o la capacità o ambedue.

Non sembra tuttavia, che tale importante e comunissimo fenomeno, nocivo al regolare funzionamento degli oscillatori per i radiotrasmettitori, ma utilmente messo a profitto nei radioricevitori detti a superreazione, sia stato finora convenientemente investigato. Soltanto in tempi recenti è apparso un ragguardevole studio, dovuto al van Slooten, il quale non è però completo e si limita ad un tipo particolare di oscillatore a triodi.

Il professore CARRARA, riprendendo, col fecondo metodo da lui seguito in precedenti lavori sul comportamento dei bipoli a resistenza negativa, codesto studio, ha potuto affrontare e risolvere esaurientemente il difficile argomento da un punto di vista generale, ed ha messo in rilievo, fra l'altro, la speciale importanza che ha la resistenza in riguardo alla possibilità di esistenza delle interruzioni: per ciascun tipo di oscillatore, infatti, le interruzioni si manifestano soltanto quando la detta resistenza sia superiore ad un determinato limite.

Nell'articolo i lettori troveranno illustrate e discusse, con una chiara ed espressiva rappresentazione grafica dedotta dalla trattazione analitica, tutte le principali proprietà dei fenomeni relativi alla stabilità dell'ampiezza delle oscillazioni generate dagli oscillatori.

Applicazioni di analogie elettrico-meccaniche.

Nell'introduzione dello scritto dell'ingegnere Nuovo, del quale si è iniziata la pubblicazione nel precedente fascicolo, era preannunciato che alle parti di carattere più generale sarebbero seguite le applicazioni. Nei capitoli già comparsi si sono esposti i principi si sono richiamate le proprietà degli elementi meccanici e di quelli elettrici, costituenti i sistemi da prendere in esame, e sono state fornite le regole per adoperare le analogie elettrico-meccaniche. Nei capitoli che ora vedono la luce, si riportano esempi di sistemi meccanici, nonchè di sistemi misti meccanico-elettrici tratti da dispositivi che s'incontrano nello studio e nella tecnica degli apparecchi acustici ed elettroacustici, di essi vengono dati la rappresentazione schematica ed il circuito elettrico equivalente

Dagli elementi più semplici si passa a mano a mano ai più complessi e la presentazione della materia offre al lettore una dimostrazione efficace dell'utilità del metodo degli schemi equivalenti nel cui uso, d'altro canto, non deve essere dimenticata una ragionevole prudenza. Invero il lavoro costituisce anche un richiamo a stare in guardia contro il pericolo degli errori che, in questa materia, possono verificarsi in sèguito ad applicazioni non appropriate dei criteri di analogia

LA REDAZIONE.

STABILITÀ DI AMPIEZZA DEGLI AUTOOSCILLATORI

NELLO CARRARA

I circuiti oscillatori, alimentati da bipoli aventi resistenza negativa, possono, in opportune circostanze, essere sede di oscillazioni di ampiezza periodicamente variabile. Tale regime oscillatorio si può facilmente osservare negli autooscillatori a triodi con polarizzazione automatica di griglia.

Con la presente ricerca sono state determinate nel modo più generale le condizioni sotto le quali il fenomeno si presenta e le particolarità che esso manifesta. Nel caso particolare degli autooscillatori a triodi con polarizzazione automatica di griglia, è stato riconosciuto che, quando la resistenza di polarizzazione è inferiore ad un certo limite, le variazioni periodiche di ampiezza non sono possibili per nessun valore della capacità derivata. Quando invece la resistenza di polarizzazione oltrepassa quel limite, si presentano vari casi: se la capacità derivata è superiore a un certo valore, l'ampiezza subisce variazioni di tipo reale (di rilasciamento), se la capacità è compresa fra il detto valore ed un altro, più piccolo, l'ampiezza subisce variazioni di tipo complesso (sinusoidale); per valori di capacità ancora minori, non si verificano variazioni periodiche di ampiezza, ed ogni variazione occasionale scompare con legge di tipo complesso smorzato o di tipo reale (esponenziale)

I limiti per la resistenza di polarizzazione e per la capacità derivata sono stati determinati in funzione delle caratteristiche del triodo e delle costanti del circuito oscillatorio da esso alimentato



1. - Generalità.

In un precedente lavoro (¹) è stato studiato in generale il comportamento dei bipoli che presentano resistenza differenziale negativa; in particolare è stato considerato il caso, più frequente nella pratica, di bipoli di tipo N (esempio di bipoli N sono i tetrodi alimentati in modo da costituire un dinatron), connessi con circuiti oscillatori a risonanza di tensione (²).

(¹) N. Carrara, A. F., 1939, VIII, p. 683.
(²) Alcuni autori, in luogo della distinzione fra resistenze negative del tipo N e del tipo S, usano quella tra resistenze negative a caratteristica del

Ricordiamo che la caratteristica $i = f(v)$ di tali bipoli è del tipo riportato nella figura 1 (il quale ha suggerito appunto la denominazione di « bipoli di tipo N »); si nota che la resistenza differenziale è negativa nel tratto AB, ed è positiva nei tratti CA, BD.

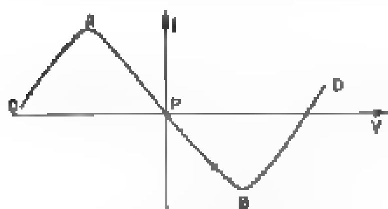


Fig. 1. — Caratteristica di un bipolo N.

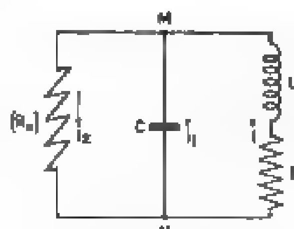


Fig. 2. — Circuito completo comprendente un bipolo N.

Con riferimento allo schema di figura 2, dove con $[R_n]$ è stato indicato il bipolo N, è stato fra l'altro dimostrato che il circuito è in condizioni di instabilità di seconda specie complessa, quando

$$R < |R_n| < \frac{L}{CR}; \qquad \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{CR_n}\right)^2 < \frac{4}{LC}\left(1 - \frac{R}{R_n}\right).$$

Accade allora che il circuito abbandonato nelle dette condizioni instabili, rappresentate dal punto P della figura 1 ove la resistenza differenziale negativa è R_n e le correnti i, i_1, i_2 che fluiscono nei tre rami sono tutte nulle, diventa sede di correnti oscillanti di ampiezza progressivamente crescente, fino al raggiungimento di condizioni oscillatorie di regime, per le quali l'energia dissipata nelle resistenze positive viene reintegrata dal bipolo.

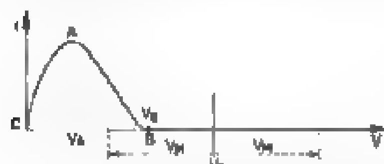


Fig. 3. — Caratteristica N ottenibile con un triodo.

Rientrano nella classe dei bipoli N quelli aventi una caratteristica del tipo rappresentato nella figura 3; essi presentano resistenza differenziale positiva nel tratto CA, negativa nel tratto AB, infinita da B in poi. Simili bipoli, che si possono agevolmente ottenere con i triodi, provvedendo ad un conveniente accoppiamento fra

tipo in parallelo e a caratteristica del tipo in serie, altri parlano di resistenze negative a comando di tensione o a comando di corrente. Qui si è preferito distinguere le resistenze negative assegnandole ai due tipi N ed S, perchè ciò costituisce un richiamo evidente all'andamento, diverso nei due casi, della corrente in funzione della tensione, senza alcun riferimento a particolari ipotesi con le quali si possa giustificare il loro diverso comportamento.

il circuito anodico e quello di griglia, sono i più usati per l'attuazione degli autooscillatori. Nel paragrafo 4 vedremo appunto come ciò sia possibile.

Con la presente ricerca abbiamo studiato il comportamento degli autooscillatori alimentati da bipoli N del tipo ora indicato, specialmente in relazione alla stabilità di ampiezza delle correnti oscillanti.

In modo particolare abbiamo rivolto la nostra attenzione al fatto che, in condizioni opportune, gli autooscillatori a triodi possono fornire correnti oscillanti, la cui ampiezza varia periodicamente col tempo con due leggi diverse: può accadere infatti che l'ampiezza varii periodicamente e regolarmente da un minimo ad un massimo con legge di tipo sinusoidale, e può anche accadere che tale ampiezza si riduca bruscamente a zero, rimanga nulla per un certo intervallo di tempo, successivamente aumenti fino al valore iniziale per poi riannullarsi e così via.

Simili variazioni periodiche, che si cerca generalmente di evitare con un giudizioso dimensionamento delle varie parti del circuito dell'oscillatore, sono talvolta utilizzate, come accade per esempio nei ricevitori a superreazione con interruzione automatica delle oscillazioni.

Di ricerche teoriche approfondite su questo argomento, secondo quanto ci risulta, non ne esiste che una, interessante (3), ma incompleta e rivolta ad un particolare tipo di oscillatore a triodo, mentre qui intendiamo affrontare lo studio da un punto di vista generale.

2. - Equilibrio energetico delle oscillazioni e condizioni di stabilità.

Consideriamo lo schema della figura 2, ove si suppone che il bipolo $[R_n]$ abbia una caratteristica come quella di figura 3, ed immaginiamo che fra M ed N regni una tensione esprimibile con $V_0 + V_M$ sen ωt, costituita cioè da una componente continua $V_0 > V_B$, cui sia sovrapposta una componente alternativa sinusoidale di pulsazione ω e di ampiezza V_M, tale che: $V_0 - V_A > V_M > V_0 - V_B$. In simili condizioni, per una frazione del periodo, nel bipolo non fluisce alcuna corrente; invece, per la rimanente frazione, fluisce una corrente che aumenta col diminuire della tensione. Indicando con t_1 e t_2 gli istanti ai quali ha inizio e termine il passaggio di tale corrente, la potenza media negativa (cioè la potenza fornita dal bipolo in un intero periodo T) risulta, posto $v = V_M$ sen ωt:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} i_g v \, dt \, .$$

Nella supposizione che la resistenza differenziale negativa del bipolo

(3) J. VAN SLOOTEN: W. E., 1939, XVI, p. 16.

si mantenga costante in tutto l'intervallo di tempo $t_2 - t_1$, si ottiene (Appendice I):

$$P = \frac{V_M^2}{2\pi R_n}(\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta)\,,$$

ove ϑ è il semiangolo di circolazione della corrente i_n.

Per contro la potenza dissipata P_d nel circuito oscillatorio costituito dall'induttanza L, dalla capacità C e dalla resistenza R è

$$P_d = \frac{V_M^2}{2R_e}\,, \quad \text{ove} \quad R_e = \frac{L}{CR}\,.$$

A regime, la somma algebrica delle due potenze deve essere nulla, cioè deve valere la condizione

$$[1] \qquad R_e = |R_n| \frac{\pi}{\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta}\,.$$

Se dunque sono noti a priori R_e ed R_n, la condizione precedente permette di valutare il semiangolo di circolazione ϑ. D'altra parte è

$$\cos\vartheta = \frac{V_0 - V_B}{V_M}\,,$$

quindi, assegnati i valori di V_0 e di V_B, rimane determinato il valore dell'ampiezza della tensione oscillante V_M, per il quale vi è equilibrio fra la potenza fornita e la potenza dissipata.

Avendo in precedenza supposto che V_0 sia maggiore di V_B, l'angolo ϑ risulta minore di $\pi/2$ (oscillatore di classe C). Com'è ben noto, più piccolo è ϑ più elevato è il rendimento dell'oscillatore; pertanto, compatibilmente con le esigenze pratiche, si cerca negli autooscillatori di ridurre ϑ quanto è possibile, e comunque di mantenerlo minore di $\pi/2$. Tuttavia è chiaro che la condizione precedente vale anche per $\vartheta > \pi/2$, sempre che per tutto l'angolo di circolazione la resistenza differenziale possa esser ritenuta costante.

Osserviamo inoltre che il bipolo, la cui resistenza negativa si manifesta soltanto per la frazione del periodo corrispondente all'angolo 2ϑ, si comporta nel bilancio energetico come se avesse la resistenza negativa equivalente

$$R_{eq} = R_n \frac{\pi}{\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta}\,,$$

per l'intero periodo, e la funzione:

$$f(\vartheta) = \vartheta - \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta$$

è sempre crescente al crescere di ϑ, eccezion fatta per $\vartheta = \pi$.

Supponiamo che ϑ abbia inizialmente il valore che corrisponde all'equilibrio, e che sia $\vartheta < \pi/2$; se per una causa accidentale l'ampiezza di oscillazione V_M subisce un incremento positivo, $\cos\vartheta$ diminuisce, quindi ϑ aumenta, insieme con $f(\vartheta)$, ne consegue che il bipolo fornisce al circuito oscillatorio una potenza superiore a quella che il circuito stesso dissipa, e quindi l'ampiezza di oscillazione deve ulteriormente aumentare. Tale aumento non potrà arrestarsi in altro modo che col raggiungimento di una nuova condizione di equilibrio (stabile), nella quale venga interessato anche il tratto CA della caratteristica (fig. 3) avente resistenza positiva. Per contro, se, occasionalmente, l'ampiezza V_M subisca una diminuzione, la potenza fornita dal bipolo è inferiore a quella dissipata, e quindi l'ampiezza stessa deve progressivamente ridursi fino al valore $V_0 - V_B$, dopo di che le oscillazioni si estinguono. Si conclude dunque che, per $\vartheta < \pi/2$ la [1] è condizione di equilibrio *instabile*.

Nel caso invece in cui sia $\pi/2 < \vartheta < \pi$, l'equilibrio è *stabile*: infatti ad un incremento positivo (negativo) di V_M, corrisponde una diminuzione (aumento) in valore assoluto di $\cos\vartheta$ (che ora è negativo), pertanto ϑ ed $f(\vartheta)$ diminuiscono (aumentano), e la potenza fornita al circuito oscillatorio diventa inferiore (superiore) a quella che il circuito stesso dissipa; quindi il supposto incremento di V_M è destinato a svanire.

Svolgendo considerazioni analoghe per il caso in cui $\vartheta = \pi/2$, ovvero $\vartheta = \pi$, si riconosce che la [1] è condizione di equilibrio *indifferente*.

3. - Metodi per la stabilizzazione dell'ampiezza di oscillazione, nel caso di $\vartheta < \pi/2$.

Come sopra si è visto, fissati i valori di V_0 e di V_B ($V_0 > V_B$) è possibile trovare un valore di $V_M > V_0 - V_B$, per il quale la condizione di equilibrio energetico [1] sia soddisfatta. L'equilibrio è instabile ma si può pensare di stabilizzarlo imponendo a V_0 variazioni complementari a quelle di V_M; operando cioè in modo che ad un'eventuale variazione di V_M, cui consegue una variazione di ϑ, corrisponda una conveniente variazione di V_0, alla quale consegua una variazione adeguata in senso opposto di ϑ.

Si può anche pensare di tener fermo V_0 e di spostare parallelamente a se stessa la caratteristica del tubo (variando V_B), in modo tale che ad un accrescimento eventuale di V_M corrisponda una diminuzione di ϑ e viceversa. I due metodi sono, in linea teorica, perfettamente equivalenti. Sia allora ϑ il valore del semiangolo di circolazione, corrispondente all'equilibrio instabile suaccennato, e V_M l'ampiezza di oscillazione. Ponendo $V_i = V_0 - V_B$, si ha:

$$\cos\vartheta = \frac{V_i}{V_M};$$

quindi, se V_i, ad un certo istante, subisce la variazione ΔV_i e contemporaneamente V_M subisce la variazione ΔV_M, è

$$\text{sen}\,\vartheta \cdot \Delta\vartheta = -\frac{V_M\,\Delta V_i - V_i\,\Delta V_M}{V_M^2}\,,$$

da cui

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{V_M\,\text{sen}\,\vartheta}\,(\cos\vartheta\cdot\Delta V_M - \Delta V_i)\,.$$

D'altro canto, indicando con G_{ne} la conduttanza negativa equivalente del bipolo

$$G_{ne} = \frac{1}{\pi R_n}\,(\vartheta - \text{sen}\,\vartheta\cos\vartheta)\,,$$

si ottiene:

$$\Delta G_{ne} = \frac{1}{\pi R_n}\,(1 + \text{sen}^2\,\vartheta - \cos^2\vartheta)\,\Delta\vartheta = \frac{2}{\pi R_n}\,\text{sen}^2\,\vartheta\cdot\Delta\vartheta\,,$$

e, sostituendo a $\Delta\vartheta$ il valore precedentemente trovato

$$\Delta G_{ne} = \frac{2\,\text{sen}\,\vartheta}{\pi R_n\,V_M}\,(\cos\vartheta\cdot\Delta V_M - \Delta V_i)$$

La costante di tempo del circuito oscillatorio, derivato sul bipolo, è notoriamente $-G/(2C)$, ove G è la somma della conduttanza positiva del circuito e della conduttanza negativa del bipolo. Tale costante è nulla nelle condizioni di equilibrio, per le quali G è zero; fuori dall'equilibrio è $\Delta G = \Delta G_{ne}$, e quindi essa assume il valore $-\Delta G_{ne}/(2C)$. Pertanto una supposta variazione ΔV_M dell'ampiezza di oscillazione tende, nell'intorno dell'istante considerato, a mutarsi con una rapidità valutabile con la formula

$$\frac{d\Delta V_M}{dt} = -\Delta V_M\,\frac{\Delta G_{ne}}{2C} = -\frac{\text{sen}\,\vartheta}{\pi R_n C}\,(\cos\vartheta\cdot\Delta V_M - \Delta V_i)\,,$$

nella quale l'angolo ϑ, che corrisponde alle condizioni di equilibrio è da considerare costante.

Ponendo nella formula precedente,

[2] $$a = -\frac{1}{\pi R_n C}\,\text{sen}\,\vartheta\cos\vartheta\,,\qquad b = -\frac{1}{\pi R_n C}\,\text{sen}\,\vartheta\,,$$

si ottiene:

[3] $$\frac{d\Delta V_M}{dt} = a\Delta V_M - b\Delta V_i\,,$$

ove a e b sono due costanti positive.

Come sopra si è detto, per rendere stabile l'equilibrio, è necessario far corrispondere alla supposta variazione ΔV_M un'adeguata automatica variazione di V_0, ovvero di V_B, e cioè basta farle corrispondere un opportuno ΔV_i.

Supponiamo quindi di imporre un legame fra ΔV_M e ΔV_i, per il quale ΔV_i varii con la rapidità espressa dalla formula seguente:

$$[4] \qquad \frac{d\Delta V_i}{dt} = m\,\Delta V_M - n\,\Delta V_i\,,$$

ove m ed n sono due costanti positive che traducono quel legame.

Eliminando ΔV_i fra la [3] e la [4], si ottiene

$$[5] \qquad \frac{d^2\Delta V_M}{dt^2} + (n - a)\frac{d\Delta V_M}{dt} + (bm - an)\,\Delta V_M = 0$$

da cui subito si deduce

$$[6] \qquad \Delta V_M = Pe^{k_1 t} + Qe^{k_2 t}\,,$$

con le seguenti posizioni: P e Q sono due costanti, la cui somma fornisce il valore iniziale del ΔV_M, inoltre,

$$[7] \qquad \left.\begin{matrix} k_1 \\ k_2 \end{matrix}\right\} = \frac{a}{2}\left[(\delta - 1) \pm \sqrt{(\delta + 1)^2 - 4\beta\gamma}\right],$$

ove $\beta = b/a$, $\gamma = m/a$, $\delta = n/a$.

Avvertiamo che tanto a quanto b sono positivi; che, per le [2], $\beta = b/a = 1/\cos\vartheta > 1$, e che β, γ, δ sono rapporti senza dimensioni.

La [7], posto $A = \delta - 1$, $B = \beta\gamma - \delta$, può scriversi

$$[7'] \qquad \left.\begin{matrix} k_1 \\ k_2 \end{matrix}\right\} = \frac{a}{2}\left(-A \pm \sqrt{A^2 - 4B}\right).$$

La [6] mostra come varia il supposto ΔV_M al passare del tempo. per l'equilibrio stabile, occorre che ΔV_M tenda a zero. Allora per determinare le possibili condizioni di stabilità o di instabilità tenendo presente che è sempre $a > 0$, è necessario riferirsi ai segni di A, di B e del discriminante $D = (\delta + 1)^2 - 4\beta\gamma = A^2 - 4B$, così come è stato fatto nel lavoro precedentemente citato (1), di cui conserviamo le denominazioni proposte.

Se $A > 0$, $B > 0$, $D < 0$, le k_1 e k_2 sono complesse coniugate, e la [6] può scriversi

$$[6'] \qquad \Delta V_M = Me^{-\frac{aA}{2}t}\,\text{sen}\,(\Omega t + \varphi)\,,$$

dove $\Omega = a\sqrt{4B - A^2}/2$, e si conclude che il ΔV_M tende a zero, attraverso una serie di oscillazioni smorzate. In tali condizioni, il punto di equilibrio energetico è stabile. si tratta dunque di *stabilità complessa*.

Invece, se $A > 0$, $B > 0$, $D > 0$, le k_1 e k_2 risultano reali e negative e perciò la [6] mostra che il ΔV_M è destinato a svanire aperiodicamente si tratta dunque di *stabilità reale*

Se $B < 0$, il discriminante è certamente positivo, k_1 e k_2 risultano reali, inoltre $k_1 > 0$, $k_2 < 0$; pertanto il ΔV_M iniziale è destinato ad aumentare in valore assoluto con legge di tipo esponenziale; si tratta qui di *instabilità di prima specie.*

Quando $A < 0$, $B > 0$, $D < 0$, le k_1 e k_2 sono di nuovo complesse coniugate la [6] si può scrivere nella forma [6'], ed essendo ora $A < 0$, il ΔV_M è oscillante con ampiezza crescente con legge esponenziale; questo è il caso della *instabilità di seconda specie complessa.*

Infine può darsi che $A < 0$, $B > 0$ $D > 0$, allora k_1 e k_2 sono reali e positive, pertanto il ΔV_M è destinato ad aumentare in valore assoluto con legge di tipo esponenziale abbiamo la *instabilità di seconda specie reale.*

Riassumendo e tenendo presente che: $A \gtreqless 0$ secondo che $\delta \gtreqless 1$, $B \gtreqless 0$ secondo che $\gamma \gtreqless \delta\,\beta$; $D \gtreqless 0$ secondo che $\gamma \lesseqgtr (\delta + 1)^2/(4\beta)$, si dànno i seguenti casi

Stabilità
- *complessa:*
  - $A > 0$, cioè $\delta > 1$,
  - $B > 0$, cioè $\gamma > \dfrac{\delta}{\beta}$,
  - $D < 0$, cioè $\gamma > \dfrac{1}{4\beta}(\delta + 1)^2$,
- *reale:*
  - $A > 0$, cioè $\delta > 1$
  - $B > 0$, cioè $\gamma > \dfrac{\delta}{\beta}$,
  - $D > 0$, cioè $\gamma < \dfrac{1}{4\beta}(\delta + 1)^2$,

Instabilità
- *di prima specie (reale):* $B < 0$, cioè $\gamma < \dfrac{\delta}{\beta}$
- *di seconda specie*
  - *complessa:*
    - $A < 0$, cioè $\delta < 1$,
    - $B > 0$, cioè $\gamma > \dfrac{\delta}{\beta}$,
    - $D < 0$, cioè $\gamma > \dfrac{1}{4\beta}(\delta + 1)^2$;
  - *reale*
    - $A < 0$ cioè $\delta < 1$
    - $B > 0$, cioè $\gamma > \dfrac{\delta}{\beta}$,
    - $D > 0$, cioè $\gamma < \dfrac{1}{4\beta}(\delta + 1)^2$,

Indifferenza: $A = 0$, $B = 0$, cioè $\delta = 1$, $\gamma = \dfrac{1}{\beta}$.

Fin qui abbiamo limitato lo studio ad un intervallo di variabilità del ΔV_M tanto piccolo da poter ritenere che sia a, sia b risultino costanti. I casi di stabilità, nei quali l'eventuale variazione ΔV_M di V_M va progressivamente annullandosi, non inducono a ulteriori considerazioni: si può ammettere infatti che il ciclo di variabilità rispetto al tempo del ΔV_M si esaurisca entro l'intervallo considerato. Invece i casi di instabilità inducono a ulteriori e molto importanti conclusioni, basate sul fatto che il ΔV_M cresce progressivamente in valore assoluto e che tale accrescimento continuerebbe indefinitamente, qualora a e b si mantenessero costanti, per qualunque valore di ΔV_M. Ma un simile accrescimento indefinito non è fisicamente possibile: dovrà ben venire il momento in cui il funzionamento del circuito considerato (fig. 2) si stabilizzi in una condizione di regime, per l'intervento dei tratti della caratteristica del bipolo aventi pendenza *non* negativa.

Le considerazioni già svolte in precedenti lavori ([4]) conducono alle seguenti affermazioni.

Nel caso della *instabilità di prima specie*, l'ampiezza V_M della tensione oscillante v aumenta o diminuisce in un periodo transitorio, e quindi raggiunge un valore di regime $V_M + \Delta^* V_M$ che si mantiene costante (con $\Delta^* V_M$ abbiamo indicato il valore del ΔV_M a regime).

Nel caso della *instabilità di seconda specie complessa*, il valore eventuale iniziale del ΔV_M aumenta in un periodo transitorio, attraverso una serie di oscillazioni complesse (di tipo sinusoidale) di pulsazione Ω, e quindi raggiunge una condizione oscillatoria di regime, per la quale si può porre, in via schematica:

[6''] $$\Delta^* V_M = M^* \operatorname{sen}(\Omega t + \varphi)\,,$$

da cui si deduce

$$v = [V_M + M^* \operatorname{sen}(\Omega t + \varphi)] \operatorname{sen} \omega t\,.$$

La tensione v, oscillante con pulsazione ω, risulta quindi «modulata» con pulsazione Ω.

Nel caso della *instabilità di seconda specie reale*, il ΔV_M, a regime, compie oscillazioni reali (di rilasciamento). Quindi la tensione v, oscillante con pulsazione ω, ha ampiezza variabile, con quelle modalità che sono caratteristiche delle oscillazioni di rilasciamento.

Le condizioni di stabilità o no, sopra esaminate, trovano una chiara rappresentazione grafica nel modo seguente (fig. 4).

Siano dati a e b, cioè ϑ e quindi β, su un piano si traccino due assi coordinati cartesiani ortogonali, riportando in ascisse δ ed in ordinate γ. La retta $\gamma = \delta\,\beta$ divide il piano in due semipiani, nel semipiano superiore (retta compresa) sono situati punti che individuano coppie di valori, γ, δ, per i quali $\gamma \geqslant \delta\,\beta$ (cioè $B \geqslant 0$), nel semipiano inferiore

([4]) N. Carrara, A. F., 1938, VII, p. 148.

(retta esclusa) sono situati punti che individuano coppie di valori, γ, δ, per i quali $\gamma < \delta\,\beta$ (cioè $B < 0$).

Inoltre la parabola $\gamma = (\delta + 1)^2/(4\beta)$ divide il piano in due porzioni: i punti contenuti nell'interno della parabola (curva esclusa) in-

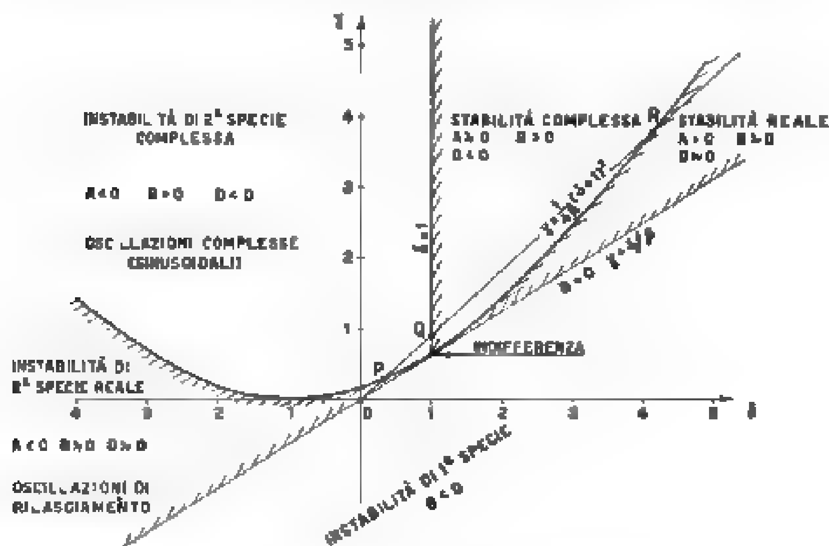


Fig. 4. — Grafico per determinare le condizioni di funzionamento di un autooscillatore ($\theta = 50°$; $\beta = 1{,}56$).

dividuano coppie di valori, γ, δ, per i quali $\gamma > (\delta + 1)^2/(4\beta)$ (cioè $D < 0$); invece i punti esterni alla parabola (curva compresa) individuano coppie di valori, γ, δ, per i quali $\gamma \leq (\delta + 1)^2/(4\beta)$ (cioè $D \geq 0$).

In fine la semiretta $\delta = 1$, ($\gamma \geq \delta\,\beta$), divide la porzione di piano interna alla parabola in due parti: i punti contenuti in quella di destra (semiretta compresa) individuano coppie di valori, γ, δ, per i quali $A \geq 0$ (cioè $\delta \geq 1$), i punti contenuti in quella di sinistra (semiretta esclusa) individuano coppie di valori per i quali $A < 0$ (cioè $\delta < 1$). Una simile distinzione, per $\gamma < \delta\,\beta$ non ha interesse.

La retta, la parabola, la semiretta, di cui ora abbiamo parlato, dividono il piano in cinque regioni che corrispondono ai vari casi di stabilità e di instabilità. Il punto comune a tutte e tre, individua le condizioni di equilibrio indifferente.

La figura 4 è stata eseguita per $a/b = 0{,}64$, cioè $\theta = 50°$, $\beta = 1{,}56$; il tratteggio significa che i punti delle varie curve vanno considerati inclusi nell'area comprendente il tratteggio stesso ed esclusi da quella adiacente.

4. - Applicazione ad un oscillatore a triodo.

Supporremo, per semplicità, che sia applicabile l'equazione del Vallauri, nel qual caso la famiglia di caratteristiche statiche $i_a = f(v_a)$ è rappresentata da un fascio di semirette parallele (fig. 5).

Fig. 5. — Caratteristiche statiche e dinamiche di un triodo nel circuito di figura 6.

È facile anzitutto provare che un conveniente legame fra il circuito di placca e quello di griglia permette di ottenere caratteristiche dinamiche del tipo di quella della figura 3. Infatti si assegni inizialmente alla placca il potenziale V_{a0} ed alla griglia il potenziale $V_{g0} = 0$, e poi si sovrapponga a V_{a0} un potenziale positivo o negativo v_a, progressivamente crescente in valore assoluto, e contemporaneamente si sovrapponga a $V_{g0} = 0$ un potenziale v_g, proporzionale a v_a e di segno contrario

$$\frac{v_g}{v_a} = -k$$

Per k convenientemente elevato, accade che al crescere di v_a, cioè della tensione anodica, la corrente di placca diminuisce: la caratteristica dinamica del tubo assume, in tali condizioni, l'andamento rappresentato nella figura 5 dalla retta tratteggiata (c), la cui pendenza è negativa e rappresenta appunto la resistenza negativa del bipolo costituito dalla placca e dal catodo del tubo. Applicando l'equazione del Vallauri si trova subito ([8]):

$$[8] \qquad R_n = \frac{R_a}{1 - k\mu},$$

([8]) Secondo l'equazione del Vallauri è $i_a = (v_a + \mu v_g)/R_a$, posto $v_g/v_a = -k$, si ottiene $R_n = v_a/i_a = R_a/(1 - k\mu)$.

dove μ è il coefficiente di amplificazione ed R_a la resistenza interna del tubo. Si osservi che, se veramente deve essere $R_n < 0$, occorre che sia $k > 1/\mu$.

Se invece di partire dal potenziale $V_{g0} = 0$, si parte da potenziali base via via decrescenti, si ottengono le caratteristiche dinamiche (b), (a), parallele alla precedente, e tanto più spostate verso l'asse delle ordinate quanto più grande in valore assoluto è V_{g0}.

Fissiamo in modo particolare la nostra attenzione sulla caratteristica dinamica (1), che incontra l'asse delle tensioni in un punto per il quale è $V_B < V_{a0}$; e siano V_{g0} il potenziale base di griglia corrispondente a tale caratteristica, V_{gi} il potenziale di interdizione. Nella supposizione che sia seguita esattamente l'equazione del Vallauri si vede dunque che la caratteristica dinamica del tubo, per codesti valori base della tensione di griglia e di placca, è costituita da due semirette: la semiretta (1) con pendenza negativa, fino al punto V_B, e la semiretta costituita dal tratto positivo dell'asse delle tensioni, da V_B in poi. Se invece si fossero considerate le effettive caratteristiche statiche del tubo, che non sono rettilinee, la caratteristica dinamica avrebbe avuto esattamente l'andamento riportato nella figura 3.

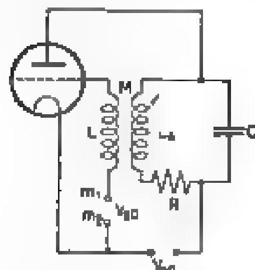


Fig. 6. — Autooscillatore a triodo.

Il legame fra il circuito di placca e quello di griglia può essere attuato in molti modi uno è rappresentato nella figura 6 Il bipolo è costituito dal tubo e dalle batterie di alimentazione; il legame è ottenuto con l'accoppiamento induttivo fra il circuito oscillatorio di placca e l'induttanza del circuito di griglia Si può pertanto porre $k = M/L$, ove M è il coefficiente di mutua induzione fra l'induttanza del circuito oscillatorio anodico L_a e l'induttanza di griglia: le due tensioni v_a e v_g, che ora sono da considerare oscillanti alla pulsazione propria del circuito oscillatorio anodico, in prima approssimazione, risultano dunque in opposizione di fase

Siano [8] V_{a0} il potenziale base di placca, V_{g0} il potenziale base di griglia, per i quali la caratteristica dinamica è la (1) in figura 5. Risultano senz'altro applicabili le considerazioni svolte nel paragrafo 2, quindi, se le tensioni V_{a0} e V_{g0} sono fisse, ricavate per esempio da batterie di accumulatori, le oscillazioni non si innescano spontaneamente, ma se, a un certo istante, si trova localizzata ai capi del circuito oscillatorio una tensione alternativa v_a di ampiezza V_M, maggiore di $V_{a0} - V_B$ l'equilibrio energetico sarà raggiunto se la resistenza equivalente del

[8] Adoperiamo qui e in séguito il simbolo V_{a0} in luogo del V_0 usato in precedenza, per non discostarci dalle consuete notazioni relative ai triodi.

circuito $R_e = L_0/(CR)$ è eguale in valore assoluto alla resistenza negativa media del tubo

$$[9] \qquad -R_e = R_m = R_n \frac{\pi}{\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta \cos\vartheta},$$

ove $R_n = R_a/(1 - k\mu)$, inoltre

$$[10] \qquad \cos\vartheta = \frac{V_{a0} - V_B}{V_M}.$$

Le formule ora scritte permettono, quando si conoscano V_{a0}, V_B, R_e ed R_n, di determinare ϑ e V_M, corrispondenti all'equilibrio, il quale è instabile.

Nel paragrafo 3 si è però visto che tale equilibrio può essere stabilizzato, se la tensione $V_i = V_{a0} - V_B$ è resa variabile in modo opportuno. In particolare si può rendere mobile V_B agendo su V_{g0}: il risultato viene raggiunto inserendo fra i due morsetti m_1 ed m_2 (fig. 6), anzichè una batteria di tensione costante, un gruppo di polarizzazione automatica, formato con una resistenza R_g e con una capacità C_g in parallelo.

Quando si mette in azione il circuito di figura 6 così completato, V_{g0} è inizialmente zero; la caratteristica dinamica è la linea (*c*) (fig. 5), e se, come vogliamo supporre è $R_e > |R_n|$, si innescano nel circuito oscillatorio oscillazioni di classe A, di ampiezza progressivamente crescente.

Contemporaneamente però si localizza ai capi del gruppo di polarizzazione di griglia una tensione V_{g0}, che, in valore assoluto, va aumentando, e sposta perciò la caratteristica dinamica da (*c*) verso (*b*), (*a*), (fig. 5). L'autooscillatore, che inizia il suo funzionamento in classe A, passa in classe AB, B, C.

Supponiamo alfine che venga raggiunta la condizione di equilibrio energetico con $V_M > V_{a0} - V_B$, la quale, senza la polarizzazione automatica, sarebbe instabile. Notiamo subito che la polarizzazione automatica impone la condizione nuova, che l'ampiezza della tensione oscillante di griglia $V_{gM} = kV_M$ sia tale che $V_{gM} + V_{g0} > 0$, perchè è necessario che nel circuito di griglia fluisca corrente almeno per una limitata frazione del periodo. Siccome il tratto fra la griglia e il catodo del tubo si può considerare come un diodo raddrizzatore, se (7) $R_g C_g \omega > 100$, la tensione localizzata ai capi del gruppo di polarizzazione si può ritenere costante (almeno finchè V_M è costante), e tale che

$$[11] \qquad h = \cos\vartheta_g = \frac{|V_{g0}|}{V_{gM}} = f\left(\frac{R_g}{R_{gi}}\right),$$

(7) N. Carrara: L'Elettrot., 1931, XVIII, p. 726.

cioè

$$[12] \qquad h = \frac{|V_{g0}|}{kV_M} ,$$

ove R_{g1} è la resistenza interna griglia-catodo per esempio per $R_g/R_{g1} = 100$, $h = 0,9$ (*). Il rapporto h, soddisfatta la condizione $R_g C_g \omega > 100$, *non dipende da* C_g.

Raggiunta la condizione di equilibrio energetico, supponiamo che V_M subisca un incremento occasionale positivo ΔV_M; a tale incremento corrisponde un incremento positivo ΔV_{gM} dell'ampiezza della tensione oscillante di griglia. Ne consegue un incremento positivo nel valore assoluto della tensione di polarizzazione di griglia, e quindi un incremento negativo ΔV_B in V_B' ciò può portare ad una riduzione del rapporto fra l'energia rifornita al circuito oscillatorio e quella dissipata, la quale è in contrasto con il supposto incremento ΔV_M. Dunque si vede che vi è la possibilità di ottenere la stabilizzazione dell'equilibrio energetico grazie alla polarizzazione automatica.

È subito visto che le considerazioni che ci hanno condotto nel paragrafo 3 alla scrittura dell'equazione [3] mantengono qui inalterato il loro valore. La [3] pertanto può essere applicata al caso attuale, conservando ad a ed a b il significato espresso dalle [2] ed osservando che $-\Delta V_B = \Delta V$.

Anche la [4] può essere senz'altro applicata, i coefficienti m, n, nel caso attuale (Appendice II), sono dati da

$$[13] \qquad m = \frac{1}{\pi C_g R_{g1}} \vartheta_g \cos \vartheta_g ; \qquad n = \frac{1}{\pi C_g R_{g1}} \vartheta_g + \frac{1}{C_g R_g} ,$$

ove $m, n > 0$

Posto

$$p = \frac{m}{n} = \frac{\cos \vartheta_g}{1 + \dfrac{\pi}{\vartheta_g} \dfrac{R_{g1}}{R_g}} ,$$

se ne deduce

$$\gamma = p\delta , \qquad \gamma = \frac{m}{a} , \qquad \delta = \frac{n}{a} .$$

Si hanno quindi tutti gli elementi per prevedere quale sarà il comportamento dell'autooscillatore, quando siano dati, oltre alle caratteristiche del tubo, R_a, k, R_g (con la condizione $C_g R_g \omega > 100$). Infatti, date le caratteristiche statiche del tubo, ed il rapporto k, mediante la [8] si valuta R_n quindi, fissato V_{g0}, si possono tracciare le caratteristiche dinamiche (a), (b), ..., (1), (2), ... della figura 5 Come si è detto precedentemente, ciascuna di tali caratteristiche, corrisponde ad un

(*) J. Marique W. E., 1935, XII, p. 17

determinato V_{g0}: indicando con V_B il potenziale determinato dal punto di incontro della caratteristica dinamica relativa a $V_{g0} = 0$ con l'asse delle tensioni anodiche, e avendo ammesso la validità delle equazioni del Vallauri (cioè la linearità delle relazioni fra le varie tensioni e correnti), si può scrivere:

$$[14] \qquad V_B = V_B + r\,V_{g0}\,,$$

dove V_B è la tensione determinata dal punto di incontro di una generica caratteristica dinamica con l'asse delle tensioni anodiche, ed r è una costante, che si può subito determinare.

Assegnato R_g, con la [9] si determina ϑ, allora la [10] fornisce una relazione fra V_B e V_M.

Assegnato poi R_g, la [12] lega fra loro V_{g0} e V_M; cosicchè formando sistema con la [14], la [10] e la [12] si possono ricavare i valori di V_B, V_M e V_{g0}.

Valutati infine i coefficienti a, b (con le [2]), m, n, γ, δ, p (con le [13]), si può costruire la figura 4, relativa al caso considerato, tracciando anche la semiretta $\gamma = p\delta$ ($\gamma, n > 0$).

È notevole osservare che, posto $R_g\,C_g\,\omega > 100$, l'angolo ϑ_g (cioè k) risulta praticamente indipendente da R_g; quindi, nei limiti considerati ed interessanti, la figura è utilizzabile per qualunque valore di R_g.

Se è p (che viene determinato unicamente dal rapporto R_g/R_{gi}) $< 1/\beta$, la semiretta è situata tutta nella regione della instabilità di prima specie. Ciò significa che l'equilibrio energetico corrispondente ai valori calcolati di ϑ, V_{g0}, V_M è instabile, qualunque sia C_g, quindi l'autooscillatore si porta ad oscillare in regime permanente con ampiezza costante e maggiore di V_M, restando interessato anche il tratto CA (fig. 3) delle caratteristiche dinamiche. Se $p > 1/\beta$, la semiretta incontra la parabola $\gamma = (\delta + 1)^2/(4\beta)$ nei punti P ed R, e la retta $\delta = 1$ nel punto Q. Per i valori di C_g (si ricordi che γ e δ dipendono da C_g), per i quali il punto rappresentativo della coppia γ, δ (cioè della coppia $m\,a$, $n\,a$) cade nel segmento OP, si hanno oscillazioni reali o di rilasciamento dell'ampiezza V_M della tensione oscillante v, se invece tale punto cade nel segmento PQ, l'ampiezza V_M compie oscillazioni complesse (cioè di tipo sinusoidale). Se infine il punto cade nel segmento QR od oltre R, si ha ordinatamente la stabilità complessa o la stabilità reale, e non può mai darsi la instabilità di prima specie.

Se $p = 1/\beta$, la semiretta $\gamma = p\delta$ coincide con la $\gamma = \delta/\beta$.

Per il valore di C_g per il quale $\delta = 1$, si ha l'indifferenza, per $\delta > 1$, la stabilità reale, per $\delta < 1$, si hanno oscillazioni reali di ampiezza.

Nel caso in cui R_g fosse tanto grande in confronto con R_{gi} da poter porre $k = 1$, le [13] si semplificano nel modo seguente (Appendice III):

$$[15] \qquad m = n\,\frac{0{,}7}{C_g\sqrt{R_{gi}^2\,R_g}}\,, \qquad \gamma = n$$

Allora il punto Q è determinato come segue

$$\gamma_Q = \delta_Q = 1\,, \quad \text{cioè} \quad m_Q = n_Q = a\,,$$

mentre i punti P ed R sono determinati dall'equazione della parabola $\gamma = (\delta + 1)^2/(4\beta)$, ove si ponga $\gamma = \delta$; cioè,

$$\gamma_P = \delta_P = -(1-2\beta) - \sqrt{(1-2\beta)^2 - 1}\,; \quad \gamma_R = \delta_R = -(1-2\beta) + \sqrt{(1-2\beta)^2 - 1}\,,$$

$$m_P = a\gamma_P\,, \qquad n_R = a\gamma_R$$

5. - Conclusione.

Le numerose ipotesi semplificative introdotte nella precedente trattazione, e segnatamente quella relativa alla linearità delle caratteristiche del triodo (validità dell'equazione del Vallauri), non permettono di poter determinare i limiti delle varie condizioni di funzionamento dell'autooscillatore con molta precisione: gli scarti fra i valori calcolabili (stilizzando le caratteristiche di un tubo nel modo rappresentato in figura 5) e i valori misurabili sono relativamente forti.

Restano tuttavia confermate, almeno qualitativamente, tutte le conclusioni raggiunte, fra le quali segnaliamo:

1) esiste un valore della resistenza R_g al disotto del quale (a pari altre condizioni) l'oscillatore è perfettamente stabile, e non manifesta, per nessun valore di C_g, alcuna oscillazione nell'ampiezza, nè di tipo reale, nè di tipo complesso,

2) per valori di R_g superiori a tale limite, l'ampiezza V_M compie oscillazioni reali (di rilasciamento) ovvero oscillazioni complesse (di tipo sinusoidale), ovvero si mantiene costante, a seconda del valore di C_g, come prescrivono le considerazioni teoriche.

I risultati ottenuti, si possono riassumere come segue.

I circuiti oscillatori, alimentati da bipoli la cui caratteristica è formata con un primo tratto a resistenza differenziale positiva, con un secondo tratto a resistenza differenziale negativa e con un terzo tratto a resistenza infinita (fig. 3) possono essere sede di oscillazioni con ampiezza periodicamente variabile. Sono state trovate nel modo più generale le condizioni sotto le quali il fenomeno può presentarsi e le particolarità che esso manifesta.

Nel caso particolare di un autooscillatore a triodo con polarizzazione automatica di griglia è stato riconosciuto che, quando la resistenza di polarizzazione è inferiore ad un certo limite, le periodiche variazioni di ampiezza non sono possibili per nessun valore della capacità derivata su di essa.

Quando la resistenza di polarizzazione oltrepassa quel limite, se la capacità è superiore ad un certo valore, l'ampiezza di oscillazione subisce periodiche variazioni di tipo reale (di rilasciamento); se invece la capacità è compresa fra il detto valore ed un altro, più piccolo, l'ampiezza

di oscillazione subisce variazioni di tipo complesso (sinusoidale); per valori di capacità ancora più piccoli, l'ampiezza di oscillazione è invariabile, ed ogni variazione occasionale è destinata a scomparire con legge di tipo complesso (sinusoidale) smorzato, o reale (esponenziale).

Le considerazioni svolte hanno permesso di determinare codesti limiti per la resistenza di polarizzazione e per la capacità derivata, in funzione delle caratteristiche del triodo e delle costanti del circuito oscillatorio da esso alimentato.

Livorno - R. Istituto Elettrotecnico e delle Comunicazioni della Marina.

APPENDICE I

La corrente i_2, che fluisce nell'intervallo di tempo t_1, t_2, può scriversi, con riferimento alla figura 3,

$$i_2 = \frac{v - (V_0 - V_B)}{R_n}.$$

Pertanto si ha:

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} i_2\, v\, dt = \frac{1}{T R_n}\int_{t_1}^{t_2} [v^2 - v\,(V_0 - V_B)]\, dt\,.$$

Per il calcolo dell'ultimo integrale, si possono eseguire i seguenti passaggi

$$\int_{t_1}^{t_2} v^2\, dt = V_M{}^2 \int_{t_1}^{t_2} \operatorname{sen}^2 \omega t\, dt = \frac{V_M{}^2}{\omega}\,(\vartheta + \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta)\,,$$

$$\int_{t_1}^{t_2} v\,(V_0 - V_B)\, dt = (V_0 - V_B)\,\frac{V_M}{\omega}\, 2 \operatorname{sen}\vartheta = \frac{V_M{}^2}{\omega}\, 2 \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta\,,$$

ricordando che $V_0 - V_B = V_M \cos\vartheta$. Quindi

$$P = \frac{1}{2\,\pi R_n}\, V_M{}^2\,(\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta)\,,$$

come si doveva dimostrare.

Allo stesso risultato si può arrivare come segue: la prima armonica della corrente anodica è notoriamente

$$I_{max}\,\frac{\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta}{\pi\,(1 - \cos\vartheta)}\,,$$

ove I_{max} indica il valor massimo che la corrente anodica raggiunge. La potenza è dunque

$$P = V_M \, I_{max} \frac{\vartheta - \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta}{2\pi\,(1 - \cos \vartheta)}$$

La resistenza negativa vale

$$R_n = \frac{I_{max}}{V_M - (V_0 - V_R)} = \frac{I_{max}}{V_M \left(1 - \frac{V_0 - V_R}{V_M}\right)} = \frac{I_{max}}{V_M\,(1 - \cos \vartheta)} .$$

Da ciò risulta

$$P = \frac{V_M^2}{2\,\pi R_n} (\vartheta - \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta)$$

APPENDICE II

Il valore medio della corrente di griglia del triodo è:

$$I_{gm} = \frac{V_{gM}}{\pi R_{gi}} (\operatorname{sen} \vartheta_g - \vartheta_g \cos \vartheta_g) , \quad \text{ove} \quad \cos \vartheta_g = \frac{-V_{g0}}{V_{gM}}$$

Da queste due relazioni si ricava ordinatamente, nell'ipotesi che tanto V_{g0} quanto V_{gM} subiscano le variazioni ΔV_{g0} e ΔV_{gM}

$$\Delta I_{gm} = \frac{V_{gM}}{\pi R_g} \vartheta_g \operatorname{sen} \vartheta_g \cdot \Delta \vartheta_g , \quad V_{gM} \operatorname{sen} \vartheta_g \cdot \Delta \vartheta_g = \cos \vartheta_g \cdot \Delta V_{gM} - \Delta V_{g0} ,$$

combinando le quali si ottiene

$$\Delta I_{gm} = \frac{1}{\pi R_{gi}} \vartheta_g (\cos \vartheta_g \cdot \Delta V_{gM} - \Delta V_{g0})$$

In conseguenza della supposta variazione ΔV_{g0}, la corrente I_R che fluisce in R_g varia di

$$\Delta I_R = \frac{\Delta V_{g0}}{R_g} ,$$

quindi la differenza $\Delta I_{gm} - \Delta I_R$ va a caricare il condensatore C_g, la cui tensione tende ad aumentare con la legge.

$$\frac{d\,\Delta V_{g0}}{dt} = \frac{1}{C_g} (\Delta I_{gm} - \Delta I_R) ,$$

cioè

[a] $$\frac{d\,\Delta V_{g0}}{dt} = m\,\Delta V_{gM} - n\,\Delta V_{g0}$$

ove

$$m = \frac{1}{\pi C_g R_{gi}} \vartheta_g \operatorname{sen} \vartheta_g , \qquad n = \frac{1}{\pi R_{gi} C_g} \vartheta_g + \frac{1}{C_g R_g}$$

Osservando che $\Delta V_{gM} = k \, \Delta V_M$, $\Delta V_{g0} = - k \, \Delta V_B = k \, \Delta V_1$, si conclude che la [a] coincide con la [4] e che m e n sono i coefficienti cercati.

APPENDICE III

Quando si può porre $\cos \vartheta_g = 1$, le espressioni di m e n si possono scrivere così

$$m = \frac{\vartheta_g}{\pi C_g R_{gi}} , \qquad n = \frac{\vartheta_g}{\pi C_g R_{gi}} + \frac{1}{C_g R_g} .$$

D'altra parte è

$$V_{g0} = I_{gm} R_g = \frac{R_g}{R_{gi}} \frac{V_{gM}}{\pi} (\operatorname{sen} \vartheta_g - \vartheta_g \cos \vartheta_g) ,$$

la quale, se ϑ_g è molto piccolo, diventa

$$1 - \frac{V_{g0}}{V_{gM}} = \frac{R_g}{R_{gi} \, \pi} \frac{\vartheta_g^3}{3}$$

da cui

$$\vartheta_g = \sqrt[3]{\frac{3\pi R_{gi}}{R_g}}$$

Pertanto, le espressioni di m e n passano alla forma seguente

$$m = \frac{1}{C_g} \frac{0.7}{\sqrt[3]{R_{gi}^2 R_g}} , \qquad n = m + \frac{1}{C_g R_g}$$

Quando sia inoltre $R_g \gg R_{gi}$, il termine $1/(C_g R_g)$, può essere trascurato.

ANALOGIE ELETTROMECCANICHE E LORO APPLICAZIONE AI PROBLEMI DI ELETTROACUSTICA

MARIO NUOVO

(*Continuazione e fine. Vedi* A. F., mar.-apr. 1942, XI, 3-4, p. 157)

CAPITOLO III

Premessa.

In questo capitolo si daranno alcuni esempi di pratica applicazione del metodo dell'equivalenza allo studio di problemi vibratori. Riteniamo però utile riassumere prima brevemente i criteri e le regole che si deducono dal ragionamento precedentemente esposto allo scopo di tracciare lo schema meccanico ed elettrico equivalente del sistema allo studio.

La prima cosa da farsi è quella di stabilire i gradi di libertà del sistema. Se è n il numero dei gradi di libertà, si sceglieranno n coordinate lagrangiane indipendenti q_i ($i = 1, 2, ..., n$) soddisfacenti insieme con le corrispondenti n velocità lagrangiane $\dot{q}_i$ alle relazioni [17] e [18] (coordinate generalizzate).

Le espressioni energetiche del sistema assumono allora la forma [14], cioè sono formate soltanto di termini contenenti il quadrato di una sola coordinata (o velocità) lagrangiana e di termini contenenti soltanto il quadrato della differenza di due sole coordinate (o velocità) lagrangiane. Lo schema meccanico del sistema si traccia allora disegnando n sbarre rigide; ognuna corrisponde ad una coordinata lagrangiana e viene individuata con la stessa sigla. Così facendo, le coordinate lagrangiane del sistema originario rappresentano gli spostamenti delle n sbarre rispetto ad un sostegno fisso indicato nello schema con il simbolo (elettrico) di « terra ». Analogamente le velocità lagrangiane rappresentano le velocità delle sbarre. I coefficienti che compaiono nell'espressione della forza viva sono allora da considerarsi come masse, quelli dell'energia potenziale come cedevolezze meccaniche (molle) e quelli dell'energia dissipata come resistenze meccaniche e si rappresentano quindi con i simboli di questi tre elementi (elementi generalizzati). I coefficienti che compaiono nei termini contenenti il quadrato

di una sola coordinata lagrangiana q_i (o velocità lagrangiana $\dot{q}_i$) rappresentano elementi meccanici di collegamento fra la sbarra corrispondente a q_i ed il sostegno fisso, mentre i coefficienti dei termini contenenti il quadrato della differenza di due sole coordinate (o velocità, lagrangiane q_i e q_h rappresentano elementi meccanici di collegamento fra le due sbarre corrispondenti alle coordinate q_i e q_h.

Dallo schema meccanico si passa allo schema elettrico equivalente mediante il principio di dualità.

È bene far subito notare che nella maggior parte delle applicazioni pratiche non è necessario tracciare entrambi gli schemi, l'elettrico ed il meccanico, in quanto uno solo di essi è già sufficiente per lo studio delle proprietà del sistema. Se si vuole fare a meno dello schema meccanico e tracciare direttamente lo schema elettrico equivalente, occorre costruire tante maglie elettriche indipendenti, quante sono le coordinate indipendenti del sistema. La maglia i sarà formata con gli elementi elettrici corrispondenti agli elementi meccanici individuati nelle [14] con il pedice i e con i pedici ih e ik. Questi ultimi elementi sono comuni anche alle maglie indipendenti h e k.

Il passaggio diretto dalle formule allo schema elettrico equivalente presenta però difficoltà pratiche non indifferenti, di gran lunga superiori a quelle che si incontrano nel passaggio dalle formule allo schema meccanico e da questo allo schema elettrico equivalente; basta per convincersene esaminare qualcuno degli esempi, tratti dal campo dell'elettroacustica e riportati in seguito. L'introduzione quindi dello schema meccanico non è soltanto utile dal punto di vista concettuale come completamento dell'analogia elettromeccanica, ma anche dal punto di vista pratico per l'effettivo tracciamento dello schema elettrico equivalente dei sistemi più complicati.

Sistemi meccanici ad un solo grado di libertà.

Abbiamo visto che un sistema meccanico ad un solo grado di libertà si rappresenta schematicamente come nella figura 5, con una sbarra rigida collegata ad un sostegno fisso mediante i simboli di una massa M, una cedevolezza C_M, una resistenza meccanica R_M ed una forza esterna F. I valori da attribuire a questi elementi vanno determinati caso per caso.

Il più generale sistema ad un grado di libertà è composto da N punti materiali P_i, le sue configurazioni istantanee sono determinate dalle N equazioni:

$$P_i = P_i(q) \qquad (i = 1, 2, \ldots N),$$

essendo q la coordinata lagrangiana.

A questa equazione vettoriale corrispondono $3N$ equazioni scalari nelle coordinate cartesiane degli N punti, se però ci limitiamo a considerare il solo moto variazionale del sistema, le traiettorie degli N punti

si possono ritenere rettilinee e le $3N$ equazioni scalari si riducono a N del tipo:

$$x_i = x_i(q) .$$

Indichiamo con x_1 lo spostamento pure rettilineo di un punto qualsiasi solidale al sistema, se esprimiamo le x_i in funzione di x_1 risultano N equazioni del tipo

$$x_i = k_i x_1 ,$$

essendo k_i costanti. Ad x_1 si dà il nome di spostamento generalizzato o ridotto del sistema perchè quando sia conosciuta la legge di variazione di x_1 nel tempo, sono anche conosciute le variazioni delle posizioni degli N punti P_i nel tempo e quindi le successive configurazioni del sistema.

Ciò che si è detto per gli spostamenti si ripete senza varianti per le velocità: $v_1 = dx_1/dt$ si chiama velocità ridotta del sistema.

L'utilità che deriva dalla introduzione delle coordinate generalizzate appare subito evidente dalla considerazione che il sistema meccanico degli N punti possiede anche N masse m_i, mentre nello schema meccanico del sistema, che è quello della figura 5, compare una sola massa. Anche il numero delle resistenze di attrito e delle cedevolezze può essere maggiore di uno, mentre nello schema si rappresenta una sola resistenza meccanica ed una sola cedevolezza. Vediamo pertanto come si trovano i valori da attribuire agli elementi dello schema in funzione delle costanti del sistema.

La forza viva degli N punti è data da:

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N{}_i\, m_i v_i^2 ,$$

essendo m_i la massa del punto P_i e v_i la sua velocità. Introduciamo in questa formula la velocità generalizzata v_1, si ottiene:

$$T = \frac{1}{2} v_1^2 \sum_1^N{}_i\, m_i k_i^2 = \frac{1}{2} M v_1^2$$

M è il valore da attribuire alla massa disegnata nello schema, e prende il nome di massa ridotta o generalizzata del sistema.

La cedevolezza ridotta, che compare nello schema, si ricava con un ragionamento analogo. L'energia potenziale U del sistema è una funzione degli spostamenti delle sue varie parti, essa è indipendente dalla velocità, dall'accelerazione, e via dicendo. Nel sistema ad un grado di libertà tutti gli spostamenti sono proporzionali allo spostamento generalizzato x_1, quindi l'energia potenziale è una funzione soltanto di x_1:

$$U = U(x_1)$$

La U sviluppata in serie di Taylor risulta:

$$U = U_0 + \left(\frac{\partial U}{\partial x_1}\right)_0 x_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2}\right)_0 x_1^2 + \dots ;$$

U_0 può essere scelto eguale a zero senza restrizione alla generalità, $(\partial U/\partial x_1)_0$ è anche uguale a zero, perchè si sceglie $x_1 = 0$ in condizione di equilibrio; infine, essendo il moto variazionale, tutti i termini dello sviluppo successivi al terzo sono trascurabili; resta quindi

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2}\right)_0 x_1^2 .$$

La cedevolezza generalizzata C_M che compare nello schema è quindi.

$$C_M = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2}\right)_0^{-1} .$$

Se c'è dissipazione di energia, questa si mette in evidenza mediante la funzione dissipativa D che, come sappiamo, è funzione solo delle velocità delle varie parti del sistema. Essendo queste velocità tutte proporzionali alla velocità generalizzata del sistema, la funzione dissipativa è espressa da

$$D = \frac{1}{2} R_M v_1^2 ;$$

R_M è la cedevolezza ridotta del sistema, ed è quella che compare nello schema. In tutto questo ragionamento è stato sottinteso che la velocità di vibrazione della sbarra rappresentata nella figura 5 sia eguale alla velocità generalizzata del sistema meccanico ad un grado di libertà

Esempi di sistemi meccanici ad un solo grado di libertà.

1 *Solido omogeneo di massa M, scorrente con attrito lungo due guide rettilinee sotto l'azione di una forza esterna.* — È questo un primo esempio di riduzione di un sistema con infiniti gradi di libertà ad un sistema ad un solo grado di libertà. Se infatti (fig. 7) la massa della molla è piccola rispetto ad M, si può ritenere con grande approssimazione che lo spostamento w di una sezione normale della molla, ad una distanza x dal punto di attacco fisso sia, in condizioni dinamiche, eguale a quello che la stessa sezione subisce in condizioni statiche. Se dunque è l la lunghezza della molla, e $z(t)$ lo spostamento di M, si ha

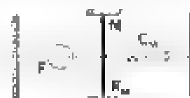


Fig 7. - Solido omogeneo di massa M scorrente con attrito lungo due guide

$$w = \frac{xz}{l} .$$

Nell'ordine di approssimazione ammesso, quindi, ogni configurazione del sistema dipende dal valore temporale della sola z, che si può scegliere come coordinata lagrangiana e spostamento generalizzato del sistema.

Detta m la massa per unità di lunghezza della molla, la forza viva sarà espressa dalla:

$$T = \frac{1}{2} m \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M \dot{z}^2$$

e cioè

$$T = \frac{1}{2} \left(M + \frac{ml}{3} \right) \dot{z}^2$$

La massa ridotta del sistema è quindi $M + ml/3$.

Per calcolare l'energia potenziale del sistema, indichiamo con S la forza che, applicata all'estremo libero della molla ne determina l'allungamento unitario. Durante il moto la molla trasmette quindi la forza Sz: l'energia potenziale è il lavoro compiuto da questa forza:

$$U = \frac{1}{2} S z^2$$

La cedevolezza ridotta del sistema è quindi $C_M = 1/S$

Analogamente per la dissipazione si introduce un coefficiente R_M tale che sia

$$D = \frac{1}{2} R_M \dot{z}^2$$

R_M è la resistenza meccanica ridotta del sistema

2. *Membrana tesa, incastrata al bordo, vibrante a frequenze inferiori a quella della prima risonanza.* — Una membrana, incastrata e tesa, si può trattare come un sistema ad un solo grado di libertà, se la frequenza di vibrazione si mantiene inferiore a quella della prima risonanza. In tale campo di frequenza si può infatti ritenere con grande approssimazione (10) che la deformazione della membrana in condizioni dinamiche sia la stessa che essa subisce in condizioni statiche, cioè si può ritenere che ciascun punto della membrana (supposta circolare di raggio R), distante r dal centro, subisca uno spostamento dalla sua posizione di equilibrio dato da:

$$x_r = x_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right),$$

(10) Si veda ad esempio
I. B. CRANDALL: Theory of vibrating systems and sound - McMillan, London, 1926

in cui si è indicato con x_0 lo spostamento del centro; x_0 è legato alla tensione τ ed alla pressione P dalla relazione

$$x_0 = \frac{PR^2}{4\tau}$$

Possiamo allora assumere x_0 come coordinata lagrangiana e spostamento generalizzato del sistema.

La forza viva della membrana, essendo ϱ la massa per unità di superficie, è espressa da

$$T = \frac{1}{2}\int_0^R x_0^2 \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2}\right)^2 \varrho \; 2\pi r dr = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\pi\varrho R^2\right) x_0^2$$

La massa ridotta della membrana è quindi 1/3 della massa totale.

L'energia potenziale è data dal lavoro di deformazione necessario a far passare la membrana dalla configurazione di riposo alla posizione determinata dal valore x_0 dello spostamento generalizzato. Dall'espressione che lega x_0 a P e a τ si ha

$$P = \frac{4\tau x_0}{R^2}$$

e quindi

$$U = \int_0^{x_0}\int_0^R 2\pi r dr \cdot P dx = \frac{8\pi\tau}{R^2}\int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 r dr \int_0^{x_0} x_0 dx$$

$$U = \pi\tau x_0^2 = \frac{1}{2}\frac{x_0^2}{C_M}.$$

La cedevolezza ridotta della membrana è quindi

$$C_M = \frac{1}{2\pi\tau}.$$

3. - *Risuonatore di Helmholtz.* — Come ultimo esempio di sistema riducibile ad un solo grado di libertà consideriamo il risuonatore di Helmholtz, ricavandone gli elementi ridotti quando si scelga come coordinata generalizzata lo spostamento dell'aria nel collo del risuonatore (fig. 8).

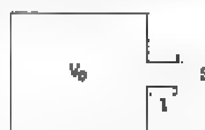


Fig. 8 — Risuonatore acustico

Il risuonatore acustico di Helmholtz si può considerare come un sistema ad un solo grado di libertà, fintanto che le dimensioni geometriche del risuonatore sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda della vibrazione sonora.

Con tale limitazione, si ritiene che l'aria contenuta nel collo si comporti come un'unica massa oscillante, in seno alla quale non avvengono

quindi variazioni di pressione. L'aria contenuta nel recipiente di volume V_0 si considera invece ferma e sottoposta a compressioni ed espansioni adiabatiche. Con queste ipotesi, l'energia cinetica del sistema è data da

$$T = \frac{1}{2} \rho l S \dot{x}^2 ,$$

essendo ρ la massa specifica dell'aria, l la lunghezza apparente del collo ed S la sua sezione. La massa ridotta del sistema è quindi $\rho l S$.

L'energia potenziale è data dal lavoro compiuto dalla sovrapressione p generata nel volume d'aria V_0. Avendo supposto che la compressione sia adiabatica e indicando con c la velocità di propagazione del suono nell'aria, si ha

$$p = -\frac{\rho c^2}{V_0} \Delta V$$

La variazione di volume ΔV è eguale a Sx, quindi la forza conservativa è:

$$F = -pS = \frac{\rho c^2}{V_0} S^2 x$$

Di qui si ricava l'energia potenziale e la cedevolezza ridotta C_M

$$C_M = \frac{V_0}{\rho c^2 S^2} .$$

La dissipazione di energia è data principalmente dalla radiazione di energia acustica nell'ambiente circostante; se ne può tener conto mediante la resistenza di radiazione dell'orifizio del risuonatore

$$R_M = \frac{\rho \omega^2 S^2}{4 \pi c} .$$

Sistemi meccanici a due gradi di libertà.

Estendendo al sistema con due gradi di libertà le considerazioni fatte per il sistema ad un grado di libertà, siamo condotti a definire per esso due coordinate generalizzate. Gli spostamenti degli N punti del sistema sono legati agli spostamenti generalizzati dalle relazioni

$$x_i = h_i x_1 + k_i x_2 .$$

Scrivendo le espressioni energetiche in funzione degli spostamenti e delle velocità generalizzate, si definiscono tre masse ridotte, tre cedevolezze ridotte e tre resistenze meccaniche ridotte del sistema.

Le espressioni delle energie sono del tipo

$$T = \frac{1}{2} M_{11} v_1^2 + \frac{1}{2} M_{22} v_2^2 + M_{12} v_1 v_2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{x_1^2}{C_{M11}} + \frac{1}{2} \frac{x_2^2}{C_{M22}} + \frac{x_1 x_2}{C_{M12}}$$

$$D = \frac{1}{2} R_{M11} v_1^2 + \frac{1}{2} R_{M22} v_2^2 + R_{M12} v_1 v_2$$

Lo schema meccanico del sistema a due gradi di libertà si deduce dalla figura 6, ed è riportato nella figura 9. Attribuendo alle sbarre le

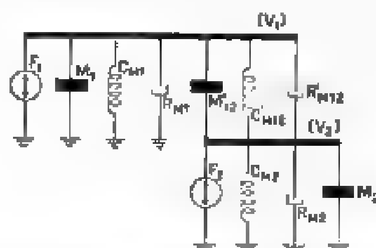


Fig. 9. — Schema meccanico del sistema a due gradi di libertà.

velocità v_1 e v_2, le espressioni energetiche che si ricavano per questo sistema sono:

$$T = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M'_{12} (v_1 - v_2)^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2$$

[14'] $$U = \frac{1}{2} \frac{x_1^2}{C_{M1}} + \frac{1}{2} \frac{(x_1 - x_2)^2}{C'_{M12}} + \frac{1}{2} \frac{x_2^2}{C_{M2}}$$

$$D = \frac{1}{2} R_{M1} v_1^2 + \frac{1}{2} R_{M2} v_2^2 + R'_{M12} (v_1 - v_2)^2 .$$

Eguagliando fra loro le corrispondenti energie si hanno le seguenti relazioni fra i valori degli elementi dello schema e quelli degli elementi ridotti del sistema

$$M_1 + M'_{12} = M_{11} \qquad \frac{1}{C_{M1}} + \frac{1}{C'_{M12}} = \frac{1}{C_{M11}} \qquad R_{M1} + R'_{M12} = R_{M11}$$

$$M_2 + M'_{12} = M_{22} \qquad \frac{1}{C_{M2}} + \frac{1}{C'_{M12}} = \frac{1}{C_{M22}} \qquad R_{M2} + R'_{M12} = R_{M22}$$

$$M'_{12} = -M_{12} \qquad \frac{1}{C'_{M12}} = -\frac{1}{C_{M12}} \qquad R'_{M12} = -R_{M12} .$$

Gli elementi M_1, M'_{12}, sono grandezze essenzialmente positive; è necessario quindi che siano soddisfatte le condizioni

$v_1 v_2 M_{12} < 0$	$M_{11} > M_{12}$	$M_{22} > M_{12}$
$\dfrac{x_1 x_2}{C_{M12}} < 0$	$C_{M11} < C_{M12}$	$C_{M22} < C_{M12}$
$v_1 v_2 R_{M12} < 0$	$R_{M11} > R_{M12}$	$R_{M22} > R_{M12}$

perchè si possa applicare la rappresentazione schematica, e da questa passare ad uno schema elettrico equivalente (fig. 10) cui siano applicabili i procedimenti del calcolo simbolico. Queste condizioni si attuano in genere soltanto per particolari scelte delle coordinate generalizzate. Vedremo meglio ciò negli esempi che seguono.

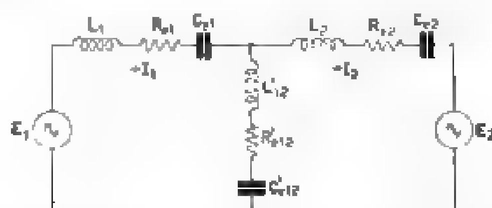


Fig. 10. — Schema elettrico equivalente del sistema a due gradi di libertà.

Esempi di sistemi meccanici a due gradi di libertà.

1. - *Accoppiamento elastico fra due masse.* — Consideriamo il sistema meccanico della figura 11, e supponiamo che la massa propria delle molle sia trascurabile, allora, scegliendo come coordinate lagrangiane e spostamenti generalizzati gli spostamenti x_1 ed x_2 delle due masse dalla loro posizione di riposo, la forza viva del sistema è data da

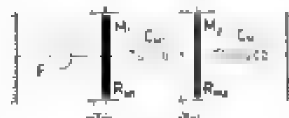


Fig. 11. — Accoppiamento elastico fra due masse.

$$T = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2 .$$

L'energia potenziale è dovuta alle forze di richiamo delle due molle. Detta C_{M1} la cedevolezza della molla di accoppiamento e C_{M2} la cedevolezza della molla che collega la massa M_2 al sostegno, la forza di richiamo della prima molla sarà $(x_2 - x_1)/C_{M1}$ e quella della seconda sarà x_2/C_{M2}. L'energia potenziale è il lavoro compiuto da queste forze, cioè,

$$U = \frac{1}{2} \frac{(x_1 - x_2)^2}{C_{M1}} + \frac{1}{2} \frac{x_2^2}{C_{M2}} .$$

Se c'è dissipazione di energia per attrito fra le masse e le guide, la funzione dissipatrice risulta:

$$D = \frac{1}{2} R_{M1} v_1^2 + \frac{1}{2} R_{M2} v_2^2 .$$

Le espressioni energetiche si presentano sotto la forma [14'] e quindi lo schema meccanico è senz'altro quello della figura 12. Lo schema elettrico equivalente è riportato nella figura 13

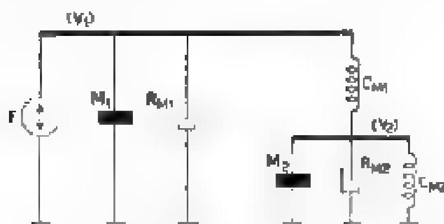


Fig. 12. — Schema meccanico del sistema della figura 11.

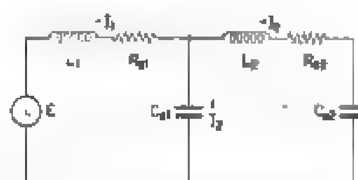


Fig. 13. — Schema elettrico equivalente del sistema della figura 11.

Facciamo ora vedere che, se si fossero scelti differentemente gli spostamenti generalizzati del sistema, si potevano ottenere espressioni per le energie che non avrebbero condotto ad uno schema meccanico, e quindi ad un circuito elettrico equivalente materialmente attuabile. Basta infatti prendere spostamenti generalizzati x'_1 ed x'_2 legati alle coordinate x_1 ed x_2 dalle relazioni,

$$x'_1 = x_1 \qquad x'_2 = x_2 - x_1$$

per ottenere:

$$T = \frac{1}{2} M_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} M_2 (v'_1 + v'_2)^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{x'^2_2}{C_{M1}} + \frac{1}{2} \frac{(x'_2 + x'_1)^2}{C_{M2}}$$

$$D = \frac{1}{2} R_{M1} v'^2_1 + \frac{1}{2} R_{M2} (v'_1 + v'_2)^2$$

Gli elementi dello schema dovrebbero quindi avere i valori

$M_1, \quad M_1 + 2M_2$	$\frac{1}{C_{M1}}, \quad \frac{1}{C_{M1}} + \frac{2}{C_{M2}}$	$R_{M1}, \quad R_{M1} + 2R_{M2}$
$M_2, \quad 2M_2$	$\frac{1}{C_{M2}}, \quad \frac{2}{C_{M2}}$	$R_{M2}, \quad 2R_{M2}$
$M'_{12}, \quad -M_2$	$\frac{1}{C'_{M12}}, \quad -\frac{1}{C_{M2}}$	$R'_{M12}, \quad -R_{M2}$

alcuni dei quali risulterebbero negativi.

2. - *Solido omogeneo appoggiato agli estremi su due molle.* — Il moto generale di un solido omogeneo appoggiato agli estremi su due molle (fig. 14) non si presta ad essere studiato con il metodo degli schemi equivalenti; infatti il movimento di ciascun punto del solido non è traslatorio puro o rotatorio puro, ma è contemporaneamente traslatorio e rotatorio. Se per altro si limita l'indagine al solo moto variazionale, e si considera la componente orizzontale delle velocità e degli spostamenti dei singoli punti molto piccola rispetto a quella verticale, si giunge a ritenere verticale il moto di tutti i punti del sistema.

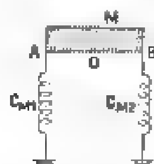


Fig. 14. — Solido omogeneo appoggiato agli estremi su due molle

Il moto di un solido rigido è definito dai due vettori caratteristici v_0 (velocità del baricentro) e φ (velocità angolare attorno al baricentro). Supponiamo che il solido sia vincolato a muoversi nel piano del disegno, e che le molle di sostegno siano di massa trascurabile.

In tal caso si scelgono come coordinate lagrangiane lo spostamento (verticale) x_0 del baricentro e lo spostamento angolare φ del solido attorno al baricentro. Il sistema ha quindi due soli gradi di libertà. Come spostamenti generalizzati del sistema scegliamo gli spostamenti dei due punti A e B, legati alle coordinate lagrangiane dalle relazioni:

$$x_A = x_0 + \varphi \, AO$$
$$x_B = x_0 - \varphi \, \widehat{OB} \, ,$$

si suppone che x_A sia parallelo a x_B.

La forza viva del sistema è data da.

$$T = \frac{1}{2} M x_0^2 + \frac{1}{2} J \varphi^2 \, ,$$

avendo indicato con M la massa totale del solido, e con J il suo momento d'inerzia rispetto al baricentro. Introducendo le velocità generalizzate, si ottiene, con le ipotesi restrittive imposte

$$x_0 = v_A - \varphi \, AO = v_B + \varphi \cdot OB = v_A (1 - \alpha) + \alpha v_B$$
$$\varphi = \frac{(v_A - v_B)}{d} \, ,$$

in cui $d = AB$, $\alpha = AO / AB$,

$$x_0^2 = (1 - \alpha)^2 v_A^2 + (\alpha v_B)^2 + 2\alpha (1 - \alpha) v_A v_B$$
$$\varphi^2 = \left(\frac{v_A}{d} \right)^2 + \left(\frac{v_B}{d} \right)^2 - \frac{2 v_A v_B}{d^2}$$

$$T = \frac{1}{2} v_A^2 \left[M (1 - \alpha)^2 + \frac{J}{d^2} \right] + \frac{1}{2} v_B^2 \left(\alpha M + \frac{J}{d^2} \right) +$$
$$+ v_A v_B \left[\alpha (1 - \alpha) M - \frac{J}{d^2} \right]$$

L'energia potenziale è invece espressa da

$$U = \frac{1}{2} \frac{x_A^2}{C_{M1}} + \frac{1}{2} \frac{x_B^2}{C_{M2}}$$

Lo schema meccanico è riprodotto nella figura 15; i valori degli elementi in esso contenuti sono:

$$M_1 = (1 - \alpha) M \qquad M_2 = \alpha M \qquad M'_{12} = \frac{J}{d^2} - \alpha (1 - \alpha) M$$
$$C_{M1} = C_{M1} \qquad C_{M2} = C_{M2} .$$

lo schema elettrico equivalente è riportato nella figura 16.

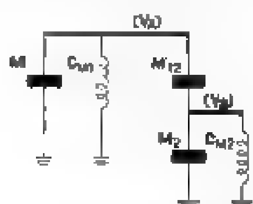


Fig. 15. — Schema meccanico del sistema della figura 14.

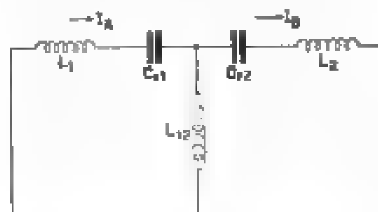


Fig. 16. — Schema elettrico equivalente del sistema della figura 14.

Un caso particolarmente interessante per le applicazioni è il seguente: il solido si riduce ad un'asta AOB rigida e priva di massa, con due masse M_1 ed M_2 concentrate nei punti A e B (fig. 17).

Una forza esterna imprime al punto O un moto oscillatorio verticale. Scelte come coordinate lagrangiane e spostamenti ridotti gli spostamenti verticali delle masse M_1 ed M_2 (la componente orizzontale degli spostamenti si suppone trascurabile), la forza viva è data dall'espressione.

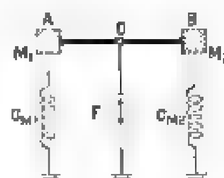


Fig. 17. — Sistema di due masse concentrate agli estremi di un'asta rigida, poggianti su due molle

$$T = \frac{1}{2} m_1 v_A^2 + \frac{1}{2} M_2 v_B^2 ,$$

l'energia potenziale, a sua volta, da

$$U = \frac{1}{2} \frac{x_A^2}{C_{M1}} + \frac{1}{2} \frac{x_B^2}{C_{M2}} ,$$

ed, infine, il lavoro della forza esterna da

$$L = Fx_0 = F[x_A - a(x_A - x_B)] ;$$

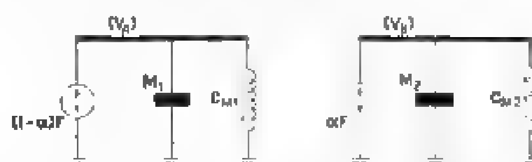


Fig. 18. — Schemi meccanici parziali del sistema della figura 17

le componenti di detta forza per A e B sono quindi:

$$F_A = \frac{\partial L}{\partial x_A} = (1 - a)\, F \qquad F_B = \frac{\partial L}{\partial x_B} = aF .$$

Il sistema si scinde così in due sistemi parziali, ciascuno ad un solo grado di libertà, schematizzati nella figura 18. Nella figura 19 sono



Fig. 19. — Schemi elettrici equivalenti del sistema della figura 17

riportati i relativi schemi elettrici equivalenti. Questi due schemi si possono facilmente riunire in uno solo introducendo un autotrasformatore, come è stato fatto nella figura 20. Detti N_1 il numero totale delle spire dell'autotrasformatore, ed N_2 ed N_3 quelli delle spire parziali, debbono valere le relazioni

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{AO}{AB} = a$$

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{OB}{AB} = 1 - a$$

Anche i due schemi parziali della figura 18 si riuniscono in un unico schema meccanico collegando le due sbarre v_A e v_B con una leva rigida AOB ottenendo la rappresentazione della figura 21. È facile verificare che, se all'autotrasformatore facciamo corrispondere la leva AOB, gli schemi delle figure 20 e 21 sono duali. Infatti: nel nodo meccanico A concorrono la M_1, la C_{M1} ed il braccio AO della leva; ad esso corrisponde la maglia elettrica formata con gli elementi analoghi, cioè l'induttanza L_1, la capacità C_{e1} ed N_2 spire dell'autotrasformatore; al nodo meccanico

B, in cui concorrono la massa M_2 la cedevolezza C_{M2} ed il tratto OB della leva, corrisponde la maglia elettrica formata dagli elementi cor-



Fig. 20. - Schema elettrico equivalente del sistema della figura 17.

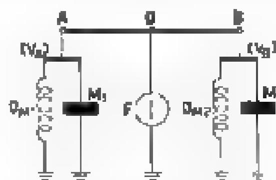


Fig. 21. — Schema meccanico del sistema della figura 17.

rispondenti, cioè l'induttanza L_2, la capacità C_{e2} ed N_2 spire dell'autotrasformatore e così via.

3. - *Telefono.* — La parte meccanica di un telefono è formata schematicamente da una membrana di materiale magnetico, di fronte alla quale è posto un magnete permanente, su cui è avvolta la bobina percorsa dalla corrente alternata di eccitazione. La membrana forma una parete di un risuonatore acustico. Con le ipotesi restrittive fatte precedentemente, il sistema si può considerare a due gradi di libertà.

Scegliamo come coordinate lagrangiane del sistema gli spostamenti x_1 del centro della membrana ed x_2 dell'aria nel collo del risuonatore. Indicando con M_0 la massa ridotta della membrana, e con M_2 la massa dell'aria nel collo del risuonatore, la forza viva del sistema è data da

$$T = \frac{1}{2} M_0 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{x}_2^2$$

Le forze conservative del sistema sono la forza di richiamo dell'attacco della membrana, e la sovrapressione che si genera nel volume d'aria V_0 del risuonatore. La forza di richiamo della membrana si può mettere in conto mediante la sua cedevolezza ridotta. Si deve anche tener conto della forza di attrazione magnetica fra la membrana e la calamita di eccitazione. Questa forza è in prima approssimazione proporzionale allo spostamento della membrana, e quindi ha il carattere di una forza di richiamo; il suo segno però è contrario a quello delle comuni forze di richiamo, perchè la sua azione non è diretta a riportare la membrana nella posizione di riposo, bensì essa tende a spostare la membrana dalla sua posizione di riposo verso la calamita. Se ne potrà tener conto aumentando opportunamente la cedevolezza ridotta della membrana.

La seconda forza di richiamo dovuta alla sovrapressione nel volume d'aria V_0, si ricava supponendo la compressione adiabatica

$$p = \frac{\rho c^2}{V_0} (A x_1 - S x_2) ,$$

in cui ρ è la massa specifica dell'aria, c la velocità di propagazione del suono nell'aria, S l'area della bocca del risuonatore ed A una costante avente le dimensioni di un'area tale che Ax_1 rappresenti il volume d'aria spostato dalla membrana nel suo movimento.

L'energia potenziale è allora data da

$$U = \frac{1}{2}\frac{x_1^2}{C'_{M0}} + \frac{1}{2}\frac{\rho c^2}{V_0}(Ax_1 - Sx_2)^2 .$$

La dissipazione è fornita essenzialmente dalla radiazione di energia sonora nell'ambiente; detta R_A la resistenza di radiazione acustica della bocca del risuonatore risulta:

$$D = \frac{1}{2} R_A S^2 x_2^2$$

Il lavoro della forza esterna che agisce sulla membrana è infine:

$$L = Fx_1 .$$

Per porre queste espressioni energetiche nella forma [14], conviene eseguire un cambio delle coordinate lagrangiane, assumendo come tali i due spostamenti volumetrici:

$$X_1 = Ax_1 \qquad X_2 = Sx_2 ,$$

e fare riferimento all'analogia descritta nella tabella II. Le espressioni energetiche assumono la forma:

$$T = \frac{1}{2}\frac{M_0}{A^2}X_1^2 + \frac{1}{2}\frac{M_2}{S^2}X_2^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{X_1^2}{A^2 C_{M0}} + \frac{1}{2}\rho c^2 \frac{(X_1 - X_2)^2}{V_0}$$

$$D = \frac{1}{2} R_A X_2^2$$

$$L = FX_1$$

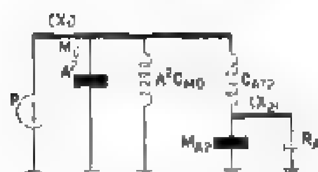


Fig. 22. — Schema meccanico del telefono.

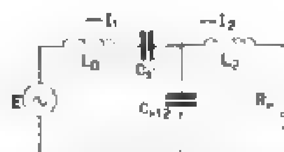


Fig. 23. — Schema elettrico equivalente del telefono.

Si ottiene allora la rappresentazione schematica della figura 22 cui corrisponde lo schema elettrico della figura 23.

I valori degli elementi dello schema sono evidentemente

$$L_0 = \frac{M_0}{A^2} \qquad C_{Mi} = C_{A1} = A^2 C_{M0} \qquad C_{Ai2} = C'_{A12} = \frac{V_0}{\varrho c^2}$$

$$L_2 = M_{A2} = \frac{M_2}{S^2} \qquad R_i = R_A$$

Esempi di sistemi meccanici a più di due gradi di libertà.

L'estensione del concetto di coordinate ed elementi ridotti ai sistemi con più di due gradi di libertà è immediata. Se i gradi di libertà sono n, risultano n coordinate generalizzate, $(1/2)\, n\, (n+1)$ masse ridotte ed altrettante cedevolezze e resistenze meccaniche ridotte.

Perchè lo schema sia formato di elementi tutti positivi, biunivocamente legati agli elementi ridotti del sistema, è necessario e sufficiente che le espressioni energetiche del sistema si possano mettere sotto la forma:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n} {}_i \left[\sum_{1}^{i-1} {}_k M'_{ik} (v_i - v_k)^2 + M_{Mi} v_i^2 + \sum_{i+1}^{n} {}_k M'_{ik} (v_i - v_k)^2 \right],$$

$$[14] \qquad U = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n} {}_i \left[\sum_{1}^{i-1} {}_k \frac{(x_i - x_k)^2}{C'_{Mik}} + \frac{x_i^2}{C_{Mi}} + \sum_{i+1}^{n} {}_k \frac{(x_i - x_k)^2}{C'_{Mik}} \right]$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n} {}_i \left[\sum_{1}^{i-1} {}_k R'_{Mik} (v_i - v_k)^2 + R_{Mi} v_i^2 + \sum_{i+1}^{n} {}_k R'_{Mik} (v_i - v_k)^2 \right].$$

Considereremo nel sèguito alcuni esempi di sistemi a più di due gradi di libertà come applicazione delle cose dette.

1\. - *Rilevatore elettromagnetico tipo Kellogg.* — Con riferimento alla figura 24 poniamo le seguenti ipotesi restrittive ([11]):

1) l'asta AOB è supposta rigida e priva di massa;

2) nel punto A è supposto concentrata la massa M_1,

3) il punto O dell'ancoretta è collegato alla testa del magnete, la cui massa si indicherà con M_2,

4) si suppone che il movimento delle singole parti del sistema sia solo orizzontale (la componente verticale è in pratica trascurabile),

5) le due masse M_1 ed M_2 siano separate da un mezzo elastico, ad esempio

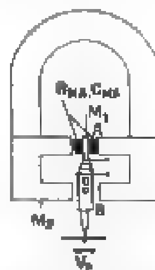


Fig. 24. - Rilevatore elettromagnetico Kellogg

([11]) M. KLUGE H. F. Techn. u. El. Ak., 1932, XL, p. 55 e p. 108

gomma, la cui azione sul moto si possa rappresentare mediante una molla ed una resistenza d'attrito

6) la punta collegata al punto B sia di massa trascurabile rispetto alla sua rigidità, sicchè la sua azione si possa assimilare a quella di una molla collegante l'asta al solco del disco, che è la sorgente della forza esterna

Con tali ipotesi restrittive, il sistema equivale ad un'asta rigida (fig. 25) AOB (leva a fulcro mobile) Il punto O è collegato al sostegno della massa M_2 ed al punto A dalla molla di cedevolezza C_{MA} e dalla resistenza meccanica R_{MA}, che rappresentano le proprietà della gomma, interposta fra la testa del magnete e la massa M_1 dell'ancoretta.

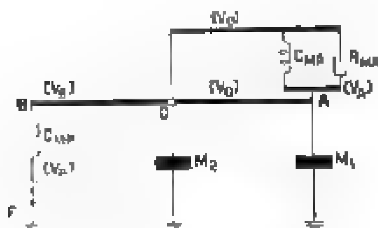


Fig 25. — Schema meccanico del rilevatore elettromagnetico Kellogg.

Questa massa è un collegamento fra la punta A della leva ed il sostegno. Infine il punto B è collegato al solco, mediante la punta cioè mediante una molla di cedevolezza C_{MP}. Per tenere conto della forza esterna impressa al sistema dal solco, collegheremo l'altro estremo della molla C_{MP} al sostegno mediante il simbolo di una forza esterna. Si ottiene cioè il sistema schematicamente rappresentato nella figura 25 che è quindi lo schema meccanico del rilevatore Kellogg. Lo schema elettrico equivalente si ottiene applicando ad esso il principio di dualità; esso è rappresentato nella figura 26. Alla leva AOB corrisponde l'autotrasformatore AOB a tre prese.

Tutto questo ragionamento si giustifica pienamente seguendo la via classica. Come è facile vedere, i gradi di libertà del sistema sono, con le ipotesi fatte, tre. Scegliamo come coordinate lagrangiane lo spostamento x_0 del punto O, quello x_A del punto A e quello x_P della punta del rilevatore (notiamo che x_P è imposto dal solco). Lo spostamento del punto B è dato allora da:

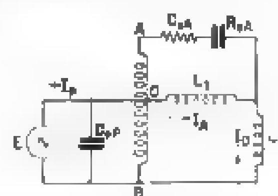


Fig 26 Schema elettrico equivalente del rilevatore elettromagnetico Kellogg.

$$x_B = x_0 + \frac{AO}{OB}(x_0 - x_A) =$$
$$= x_0(1 + \alpha) - \alpha x_A$$

e le espressioni energetiche del sistema sono

$$T = \frac{1}{2} M_2 v_0^2 + \frac{1}{2} M_1 v_A^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{(x_A - x_0)^2}{C_{MA}} + \frac{1}{2}\frac{(x_P - x_B)^2}{C_{MP}}$$

$$D = \frac{1}{2} R_{MA} (v_A - v_0)^2$$

$$L = F x_P$$

Sostituendo a x_B il suo valore si ottiene per il secondo termine dell'energia potenziale

$$\frac{1}{2}\frac{[x_P + \alpha x_A - x_0 (1 + \alpha)]^2}{C_{MP}}.$$

È necessario scegliere diversamente le coordinate generalizzate (che in questo caso si possono far coincidere con quelle lagrangiane), onde ottenere le espressioni energetiche nella forma [14]. Scegliamo a tale scopo come spostamenti generalizzati x_0, x_A ed uno spostamento x definito dalla relazione

$$x = x_P - x_B$$

Si ha allora.

$$T = \frac{1}{2} M_2 v_0^2 + \frac{1}{2} M_1 v_A^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{(x_0 - x_A)^2}{C_{MA}} + \frac{1}{2}\frac{x^2}{C_{MP}}$$

$$D = \frac{1}{2} R_{MA} (v_0 - v_A)^2$$

$$L = F [x + x_0 (1 + \alpha) - \alpha x_A]$$

La forza F si scompone nelle tre componenti

$$F_x = \frac{\partial L}{\partial x} = F, \qquad F_{x0} = \frac{\partial L}{\partial x_0} = F (1 + \alpha) \qquad F_{xA} = \frac{\partial L}{\partial x_A} = -\alpha F.$$

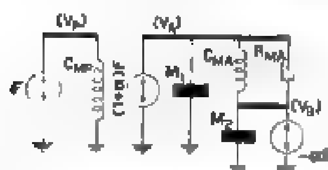


Fig. 27. — Schemi meccanici parziali del rilevatore elettromagnetico Kellogg.

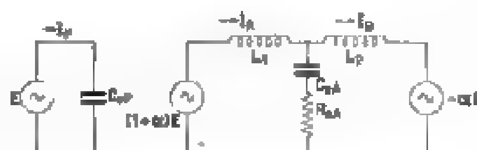


Fig. 28. — Schemi elettrici parziali del rilevatore elettromagnetico Kellogg.

Si hanno quindi tre sistemi parziali, rappresentati nella figura 27; gli schemi elettrici equivalenti sono tracciati nella figura 28. Riunendo questi schemi in uno solo risultano nuovamente le figure 25 e 26.

2. - *Filtro meccanico passa-banda.* — Si voglia ora costruire un sistema meccanico le cui proprietà, studiate con il metodo dell'equivalenza, siano quelle dello schema elettrico della figura 29.

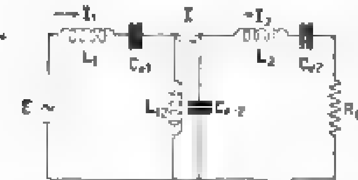


Fig. 29. – Filtro elettrico passa-banda.

Se mediante il principio di dualità passiamo allo schema meccanico, otteniamo la figura 30. Si nota in esso che la sbarra v_1 è collegata alla sbarra v mediante il simbolo della massa M_{12}. Si è già fatto notare che i simboli delle masse concentrate in singoli punti hanno sempre un estremo collegato al sostegno. Se si vuole quindi costruire un sistema meccanico che possegga le proprietà deducibili dalla figura 30, e le cui masse siano concentrate in singoli punti (tale soluzione è ovviamente la più semplice), si deve fare l'ipotesi che

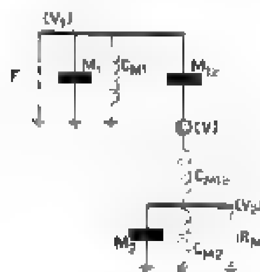


Fig. 30. – Schema meccanico dedotto dalla figura 29.

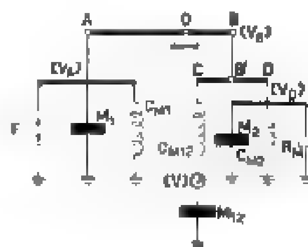


Fig. 31. — Schema meccanico di un filtro passa-banda meccanico.

tale schema sia stato ottenuto per riduzione da un altro schema, nel quale le masse abbiano tutte un collegamento al sostegno, e che sia formato mediante un sistema di leve. Consideriamo infatti il sistema schematizzato nella figura 31; le espressioni energetiche che da esso si ricavano sono

$$T = \frac{1}{2} M_1 v_A^2 + \frac{1}{2} M_2 v_D^2 + \frac{1}{2} M_{12} v^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{x_A^2}{C_{M1}} + \frac{1}{2} \frac{x_D^2}{C_{M2}} + \frac{1}{2} \frac{(x_C - x)^2}{C_{M12}}$$

$$D = \frac{1}{2} R_M v_D^2$$

$$L = F x_A$$

Fra gli spostamenti dei vari punti valgono poi le relazioni

$$x_C = x_B + (x_B - x_D)\frac{CB'}{DB'} \qquad x_B = \frac{OB}{OA}x_A$$

$$x_C = x_A\frac{OB}{OA}\left(1 + \frac{CB'}{DB'}\right) - \frac{CB'}{DB'}x_D .$$

Poniamo $OB/OA = 1/2$, $CB' = DB'$, sostituendo nelle espressioni energetiche si ricava

$$T = \frac{1}{2}M_1 v_A^2 + \frac{1}{2}M_2 v_D^2 + \frac{1}{2}M_{12} v^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{x_A^2}{C_{M1}} + \frac{1}{2}\frac{x_D^2}{C_{M2}} + \frac{1}{2}\frac{(x_A - x_D - x)^2}{C_{M12}}$$

$$D = \frac{1}{2}R_M v_A^2$$

$$L = F x_A$$

Per ottenere le espressioni energetiche sotto la forma [14], scegliamo come coordinate generalizzate x_A, x_D ed uno spostamento x' definito dalla relazione

$$x' = x_A - x .$$

Si hanno allora per le energie le stesse espressioni scritte sopra, eccetto che per il terzo termine della forza viva che diventa

$$\frac{1}{2}M_{12}(v_A - v')^2,$$

e per il terzo termine dell'energia potenziale che diventa

$$\frac{1}{2}\frac{(x' - x_D)^2}{C_{M12}} .$$

Lo schema meccanico che si ricava da queste espressioni è allora proprio quello della figura 30, se si prende $v_A = v_1$, $v_D = v_2$, $v' = v$; la figura 30 si può intendere quindi ottenuta mediante la riduzione dello schema della figura 31, per il caso particolare:

$$\frac{OB}{OA} = \frac{1}{2} \qquad CB' = DB' .$$

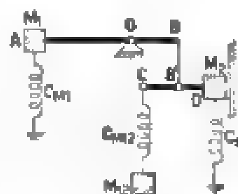


Fig. 32. — Attuazione di un filtro passa-banda meccanico.

Un sistema meccanico reale corrispondente alla figura 31 si può costruire immediatamente, un esempio di attuazione pratica è quello della figura 32 una leva AOB con il fulcro in O fisso e tale che sia

$AO = 2 \cdot OB$ porta ad una estremità la massa M_1 e all altra estremità un collegamento rigido con il punto di mezzo di una seconda leva $CB'D$ a bracci eguali. All'estremo C è appesa mediante una molla una massa M_{12} mentre all'estremità D è collegata rigidamente una massa M_2; la massa M_1 è collegata al sostegno fisso mediante la molla di cedevolezza C_{M1} e la massa M_2 è collegata al sostegno fisso mediante la molla di cedevolezza C_{M2}. La forza esterna agisce sulla massa M_1 mentre la resistenza R_M di chiusura può essere attuata con una superficie ruvida, fissa, posta in contatto con la massa M_2.

3. - *Microfono elettrodinamico di Wente e Thuras.* — Lo schema elettrico equivalente del microfono elettrodinamico di Wente e Thuras [12], che si incontra in forma più o meno esplicita in quasi tutti i trattati di acustica applicata, ci sembra possa essere esaurientemente giustificato nel modo seguente.

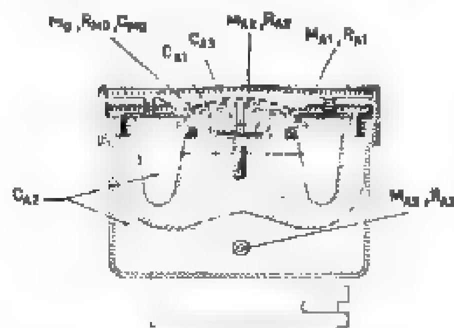


Fig. 33. – Microfono elettrodinamico di Wente e Thuras.

La figura 33 è una sezione schematica del microfono. Come si vede esso è stato costruito accoppiando un sistema meccanico con parecchi sistemi acustici. Il sistema meccanico è formato da un diaframma posto in vibrazione dalla forza elettrodinamica, che si esercita fra le spire della bobina solidale al diaframma, percorse dalla corrente modulata, ed il campo magnetico del magnete permanente, che forma il corpo del microfono. Questo sistema meccanico può essere caratterizzato da una massa ridotta M_0, da una cedevolezza ridotta C_{M0} e da una resistenza meccanica ridotta R_{M0}.

I sistemi acustici accoppiati sono tre risuonatori; il primo è formato dalla cavità di volume V_0 fra il diaframma ed il polo centrale del magnete. Questa cavità fornisce la cedevolezza acustica C_{A1}, mentre l'inertanza è fornita dalle due fessure, che pongono in comunicazione la predetta cavità con i volumi d'aria V_1, formato dal corpo del magnete, e V_2 ricavata nel polo centrale del magnete. L'inertanza di dette fessure si calcola dalle dimensioni delle fessure con la formula:

$$M_A = \frac{6\rho a}{5ld},$$

([12]) E. C. Wente e A. L. Thuras: J. A. S. A., 1931, III, p. 44.

ρ è la massa specifica dell'aria, d lo spessore della fessura, w la dimensione parallela al senso del passaggio della vibrazione ed l l'altra dimensione. Dette fessure producono anche dissipazione di energia, la resistenza acustica con la quale se ne può tener conto è data da

$$R_A = \frac{12\mu w}{l d^3},$$

ove μ è la viscosità dell'aria

Il secondo risuonatore è quello formato dalla cavità di volume V_1 che fornisce la cedevolezza acustica C_{A2}, dalla fessura che pone in comunicazione la cavità V_1 con la V_0 la quale fornisce l'inertanza M_{A1} e la resistenza acustica R_{A1} e dal tubicino che pone in comunicazione la cavità predetta e l'esterno. Detto tubicino fornisce l'inertanza M_{A3} e la resistenza acustica R_{A3}.

Il terzo risuonatore infine, è formato dalla cavità ricavata nel polo centrale del magnete ed indicata con la sua cedevolezza C_{A3}, e dalla fessura che pone detta cavità in comunicazione con il volume d'aria sotto il diaframma. Tale fessura fornisce l'inertanza M_{A2} e la resistenza acustica R_{A2}.

Con le solite ipotesi restrittive, il sistema possiede quattro gradi di libertà. Conviene adottare l'analogia della tabella II, poichè il sistema è misto acustico-meccanico. Scegliamo come coordinate lagrangiane lo spostamento volumetrico $X_0 = A x_0$ del diaframma (A è l'area equivalente del diaframma, si veda l'esempio III fra i sistemi a due gradi di libertà); lo spostamento volumetrico X_1 dell'aria nella fessura $(M_{A1}R_{A1})$; lo spostamento volumetrico X_2 dell'aria nella fessura $(M_{A2}R_{A2})$, e lo spostamento volumetrico X_3 dell'aria nel tubicino $(M_{A3}R_{A3})$. Con tale scelta, le espressioni energetiche del sistema sono le seguenti:

$$T = \frac{1}{2}\frac{M_0}{A^2}\dot{X}_0^2 + \frac{1}{2}M_{A1}\dot{X}_1^2 + \frac{1}{2}M_{A2}\dot{X}_2^2 + \frac{1}{2}M_{A3}\dot{X}_3^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{X_0^2}{A^2 C_{M0}} + \frac{1}{2}\frac{X_2^2}{C_{A3}} + \frac{1}{2}\frac{(X_0 - X_1 - X_2)^2}{C_{A1}} + \frac{1}{2}\frac{(X_1 + X_3)^2}{C_{A2}}$$

$$R = \frac{1}{2}\frac{R_{M0}}{A^2}\dot{X}_0^2 + \frac{1}{2}R_{A1}\dot{X}_1^2 + \frac{1}{2}R_{A2}\dot{X}_2^2 + \frac{1}{2}R_{A3}\dot{X}_3^2$$

$$L = P(X_0 + X_3).$$

Per porre le suddette espressioni sotto la forma [14], scegliamo come coordinate generalizzate X_0, X_2 e due altri spostamenti generalizzati, definiti mediante le relazioni:

$$X = X_0 + X_3$$
$$Y = X_0 - X_3.$$

Le espressioni energetiche diventano allora

$$T = \frac{1}{2}\frac{M_0}{A^2}\dot{X}_0^2 + \frac{1}{2} M_{A1}(X_0 - Y)^2 + \frac{1}{2} M_{A3}X_2^2 + \frac{1}{2} M_{A2}(X - X_0)^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{X_0^2}{A^2 C_{M0}} + \frac{1}{2}\frac{X_2^2}{C_{A3}} + \frac{1}{2}\frac{(Y - X_2)^2}{C_{A1}} + \frac{1}{2}\frac{(X_0 - Y)^2}{C_{A2}}$$

$$D = \frac{1}{2}\frac{R_{M0}}{A^2} X_0^2 + \frac{1}{2} R_{A1}(X_0 - Y)^2 + \frac{1}{2} R_{A3}X_2^2 + \frac{1}{2} R_{A2}(X - X_0)^2$$

$$L = PX$$

Nella figura 34 è riportato lo schema meccanico, e nella figura 35 il relativo schema elettrico equivalente, che da esse si ricavano.

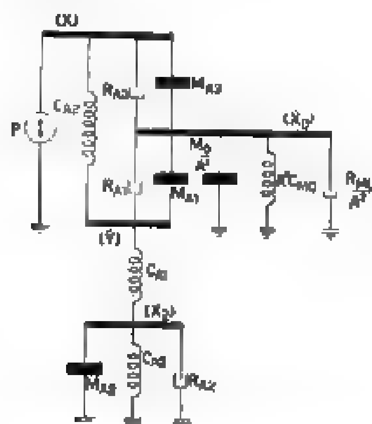


Fig 34 — Schema meccanico del microfono elettrodinamico.

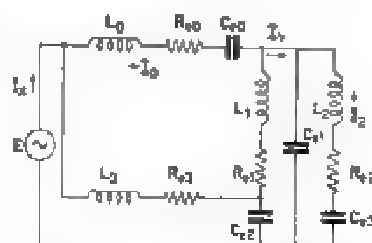


Fig 35 — Schema elettrico equivalente del microfono elettrodinamico

4\. - *Ponte di Stewart per la misura delle impedenze acustiche* Si voglia costruire l'analogo acustico di un ponte di misura di impedenze Lo schema elettrico più semplice di un ponte misuratore di impedenze è quello della figura 36. La Z_c viene variata fino ad ottenere l'equilibrio, allora è $Z_x = Z_c$.

Fig. 36 — Ponte per la misura di impedenze elettriche.

La traduzione di questo ponte in elementi acustici non è agevole, perchè non si dispone di un mezzo semplice per attuare impedenze acustiche campioni variabili Conviene quindi girare la difficoltà col seguente ragionamento: l'equilibrio è raggiunto quando la tensione ai capi di Z_x è uguale in ampiezza ed in fase alla tensione ai capi di Z_c; ma allora Z_c può essere sostituita con una sorgente di tensione variabile in ampiezza ed in fase. Lo schema elettrico risulta quindi quello

della figura 37, e la sua traduzione in elementi acustici è stata fatta nella figura 38 che rappresenta schematicamente il classico dispositivo adoperato da Stewart. I due lunghi tubi rappresentano i due rami

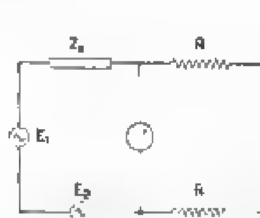


Fig. 37. — Modificazione del ponte per la misura di impedenze elettriche.

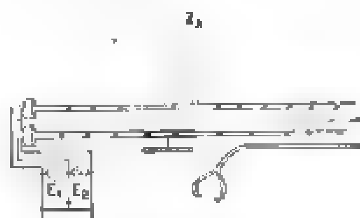


Fig. 38. — Ponte per la misura di impedenze acustiche

del ponte, i due telefoni le sorgenti di suono corrispondenti alle tensioni elettriche E_1 ed E_2. I due tubi sono riempiti a partire da un certo punto di materiale molto assorbente, per evitare le riflessioni del suono. I due tratti di tubo si comportano allora come due resistenze acustiche di valore $\rho c S$ (S è la sezione del tubo). La variazione in ampiezza e in fase della pressione sonora corrispondente alla E_2 si fa variando la intensità della corrente telefonica, e la distanza x alla quale viene misurata la pressione nel secondo tubo. Per le ipotesi fatte, tale pressione è quella di un'onda piana progressiva propagantesi nel tubo.

$$P_x = P_0 \cos (\omega t - kx) .$$

CAPITOLO IV

Sistemi misti meccanico-elettrici.

In quest'ultimo capitolo si fa un accenno ai sistemi misti meccanico-elettrici e, riportando le equazioni generali per il regime stazionario sinoidale si pone in evidenza la possibilità di ridurre lo studio del sistema misto allo studio di un unico sistema elettrico equivalente.

Gli apparecchi elettromeccanici hanno lo scopo di trasformare l'energia dalla forma elettrica a quella meccanica e viceversa. Questa trasformazione avviene, in genere, per la presenza di un elemento elettrico variabile proporzionalmente ad una grandezza meccanica. Negli apparecchi elettrostatici l'elemento elettrico variabile è una capacità, negli elettromagnetici è una induttanza; negli elettrodinamici invece, l'accoppiamento elettromeccanico è ottenuto muovendo un conduttore elettrico chiuso in un campo magnetico.

Lo studio di questi sistemi si fa scrivendo opportune equazioni, mediante le quali si prevede la reazione di ciascun sistema su l'altro. Tali equazioni si ottengono partendo dalle espressioni energetiche del sistema ed applicando le equazioni di Lagrange. Se si fa uso dell'analogia classica, si considerano le energie cinetica, potenziale e dissipata per attrito come se fossero energie elettromagnetica, elettrostatica e dissipata per effetto Joule, sicchè il sistema misto si riduce ad un unico sistema elettrico.

Come primo esempio, si considera il sistema ad accoppiamento elettrostatico. Si stabilisce dapprima il sistema di equazioni risolventi per il regime stazionario, e quindi si fa vedere come sia possibile arrivare allo stesso risultato, considerando il sistema misto come un unico sistema elettrico, mediante l'analogia classica.

Per semplicità si esamina il caso di un sistema meccanico ad un solo grado di libertà, accoppiato ad un circuito elettrico formato da una sola maglia. L'estensione ai sistemi a più gradi di libertà non offre alcuna difficoltà concettuale.

Con riferimento alla figura 39, la forza meccanica alternativa sinoidale F_M applicata al sistema è equilibrata dalla reazione dovuta all'impedenza del sistema meccanico, e da una forza di reazione provocata dalla presenza del sistema elettrico accoppiato. Analogamente, la tensione elettrica alternativa sinoidale E_1, che agisce nel circuito elettrico, viene equilibrata dalla caduta di tensione nell'impedenza Z_e della maglia elettrica e da una tensione elettrica generata per effetto del moto.



Fig. 39. — Sistema elettromeccanico ad accoppiamento elettrostatico.

Sia V la velocità generalizzata del sistema meccanico, ed I la corrente che circola nel circuito elettrico. Per effetto della carica esistente ai capi del condensatore sorge fra i piatti di esso una forza di attrazione F_e:

$$F_e = -\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon S} = -\frac{1}{2}\frac{Q^2}{K},$$

ove ε è la costante dielettrica del mezzo compreso fra i piatti del condensatore ed S è l'area del piatto. La carica Q è dovuta alla tensione continua E_0 di polarizzazione ed alla tensione alternativa sinoidale E_1:

$$Q = Q_0 + Q_1$$

Nella ipotesi di $Q_0 \gg Q_1$, si scrive

$$F_e = -\frac{1}{2}\frac{(Q_0 + Q_1)^2}{K} = -\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{K} - \frac{Q_0 Q_1}{K},$$

ed essendo $Q_1 = I/(j\omega)$, risulta l'equazione meccanica

$$F_M = Z_M V + Z_{12} I$$

in cui si è posto:

$$Z_{12} = -\frac{Q_0}{j\omega K}$$

$$Z_M = R_M + j\left(\omega M - \frac{1}{\omega C_M}\right)$$

La tensione elettrica ai capi del condensatore, generata dalla carica Q_0 (trascurando la Q_1 molto più piccola) varia a causa del moto del piatto, essa è data infatti da

$$E = \frac{Q_0(d - X)}{\varepsilon S} = \frac{Q_0 d}{K} - \frac{Q_0 X}{K} .$$

Il primo termine è una tensione continua e non presenta interesse, la parte alternata sinoidale è

$$E_M = -\frac{Q_0 X}{K} = -\frac{Q_0 V}{j\omega K} = Z_{12} V .$$

l'equazione elettrica è quindi

$$E_1 = Z_e I + Z_{12} V$$

essendo

$$Z_e = R_e + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_e}\right)$$

Vediamo ora come si poteva giungere allo stesso risultato mediante l'analogia classica.

Il sistema ha due gradi di libertà assumiamo come coordinate lagrangiane la velocità v del piatto e la corrente i nel circuito elettrico. Ad esse corrispondono una ampiezza di spostamento x ed una carica elettrica q. Considerando l'energia cinetica e quella magnetica come una stessa forma di energia, risulta

$$T = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} L i^2 .$$

Analogamente, se consideriamo l'energia potenziale e quella elettrostatica come una stessa forma di energia, si ha.

$$U = \frac{1}{2}\frac{x^2}{C_M} + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C_e}$$

Infine, l'energia dissipata nel sistema è:

$$D = \frac{1}{2} R_M v^2 + \frac{1}{2} R i^2$$

Notiamo che la cedevolezza C_M non comprende soltanto l'effetto della forza di richiamo del piatto alla sua posizione di riposo, da parte della molla la cui cedevolezza si indica con C'_M, ma anche la forza elettrostatica continua di attrazione fra i piatti. Questa forza è infatti, in prima approssimazione, proporzionale allo spostamento x. Essa però tende a spostare il piatto dalla sua posizione di riposo verso il piatto fisso, il suo effetto si sintetizza mediante una cedevolezza negativa $-C''_M$. La cedevolezza C_M è quindi data da

$$\frac{1}{C_M} = \frac{1}{C'_M} - \frac{1}{C''_M}.$$

La capacità C_e non è costante, ma varia con la distanza fra i due piatti, precisamente,

$$C_e = \frac{K}{d - x} \qquad K = \varepsilon S$$

quindi il secondo termine della U si scrive

$$\frac{1}{2} \frac{q^2 (d - x)}{K}$$

Infine, il lavoro delle forze esterne è:

$$L = eq + fx.$$

La carica q si compone di una parte costante $Q_0 = E_0 C_e$ e di una parte variabile nel tempo q_1; supposto $q_1 \ll Q_0$, si pone

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{x}{C_M} - \frac{Q_0 q_1}{K} \qquad \frac{\partial U}{\partial q_1} = q_1 \frac{d}{K} - Q_0 \frac{x}{K}.$$

Le equazioni di Lagrange sono allora le due seguenti:

$$M\dot{v} + \frac{x}{C_M} + R_M v - \frac{Q_0 q_1}{K} = f$$

$$L\dot{i} + \frac{q_1 d}{K} + Ri - \frac{Q_0 x}{K} = e_1$$

La soluzione stazionaria, se la forza e la tensione esterna sono sinoidali, è allora:

$$F_M = Z_M V - \frac{Q_0 I}{j\omega K}$$

$$E_1 = Z_e I - \frac{Q_0 V}{j\omega K}$$

Queste equazioni sono le stesse trovate precedentemente.

Se si sostituiscono ai simboli meccanici i corrispondenti simboli elettrici, si ottengono le equazioni elettriche.

$$E'_1 = Z'_e I_2 - \frac{Q_0 I}{j\omega K}$$

$$E_1 = Z_e I - \frac{Q_0 I_2}{j\omega K}$$

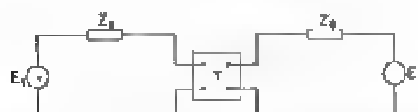


Fig. 40. — Schema elettrico equivalente del sistema elettromeccanico ad accoppiamento elettrostatico.

Queste relazioni sono simili a quelle che si ricavano per due circuiti elettrici, accoppiati mediante un trasformatore di reattanza mutua $-Q_0/(j\omega K)$, e si ha pertanto lo schema elettrico equivalente della figura 40. In essa si è adottato per il trasformatore il simbolo generico di quadripolo, per ricordare la sua proprietà di trasformare una grandezza meccanica in una elettrica e viceversa.

Come ultimo esempio di applicazione del metodo ai sistemi misti si studia ora la cuffia elettrodinamica ([13]).

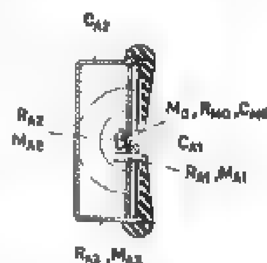


Fig. 41. — Cuffia elettrodinamica (sezione)

Una sezione di una cuffia elettrodinamica è riportata nella figura 41. Il sistema elettrico è formato da un conduttore mobile fra le espansioni di un magnete permanente, collegato al primario di un trasformatore il cui secondario è alimentato da una tensione elettrica. Indicheremo con Z l'impedenza elettrica della cuffia. Il sistema meccanico-acustico accoppiato è formato da un diaframma solidale al conduttore

([13]) H. F. Olson e F. Massa: J. A. S. A., 1935 VI, p. 250

elettrico, che si può caratterizzare mediante la sua impedenza meccanica Z_M, e dai sistemi acustici formati dalla cavità di volume V_1 fra il diaframma ed il magnete, che origina la cedevolezza acustica C_{A1} e, dalla cavità di volume V_2 formata dalla struttura esterna del magnete, che fornisce la cedevolezza acustica C_{A2}. Queste due cavità sono poste in comunicazione mediante un tubicino e mediante un tampone di tela, caratterizzati dalle loro impedenze acustiche del tipo $R_{A1} + j\omega M_{A1}$ e $R_{A2} + j\omega M_{A2}$. Infine la cavità V_2 è posta in comunicazione con l'esterno attraverso un forellino, che si può considerare una impedenza acustica del tipo $R_{A3} + j\omega M_{A3}$.



Fig. 42. — Sistema acustico del padiglione dell'orecchio.

Durante l'uso, la cuffia viene appoggiata al padiglione dell'orecchio, formando così un altro sistema acustico accoppiato (fig. 42). Si vede che il sistema acustico dell'orecchio è formato dalla cavità dell'orecchio stesso che rappresenta quindi una cedevolezza acustica C_A, e dalla fessura, esistente sempre fra il padiglione e la cuffia. Sappiamo che una fessura ha una impedenza acustica del tipo $R_A + j\omega M_A$.

Per caratterizzare i movimenti delle singole parti del nostro sistema meccanico-acustico si possono considerare lo spostamento volumetrico $X_1 = Ax_1$ della membrana, quello X_2 dell'aria nel tubicino di comunicazione fra il volume V_1 (capacità acustica C_{A1}) e la cavità V_2 (capacità acustica C_{A2}), quello X_3 riferentesi al tampone, che pure pone in comunicazione le due cavità V_1 e V_2, quello X_4 dell'aria nel foro che pone in comunicazione la cavità V_2 con l'esterno ed infine quello X_5 dell'aria che pone in comunicazione la cavità dell'orecchio con l'esterno. Il sistema ha quindi 5 gradi di libertà; il sistema elettrico accoppiato ha invece un solo grado di libertà.

Le espressioni energetiche che si hanno con questa scelta delle coordinate lagrangiane sono

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{M_M}{A^2}\right)\dot{X}_1^2 + \frac{1}{2}M_{A1}\dot{X}_2^2 + \frac{1}{2}M_{A2}\dot{X}_3^2 + \frac{1}{2}M_{A3}\dot{X}_4^2 + \frac{1}{2}M_A\dot{X}_5^2 + \frac{1}{2}L\dot{q}^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{X_1^2}{A^2 C_{M1}} + \frac{1}{2}\frac{(X_1 - X_2 - X_3)^2}{C_{A1}} + \frac{1}{2}\frac{(X_2 + X_3 - X_4)^2}{C_{A2}} + \frac{1}{2}\frac{(X_1 - X_5)^2}{C_A} + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C_e}$$

$$D = \frac{1}{2}\frac{R_{M1}}{A^2}\dot{X}_1^2 + \frac{1}{2}R_{A1}\dot{X}_2^2 + \frac{1}{2}R_{A2}\dot{X}_3^2 + \frac{1}{2}R_{A3}\dot{X}_4^2 + \frac{1}{2}R_A\dot{X}_5^2 + \frac{1}{2}R_e\dot{q}^2$$

$$L_e = eq$$

$$P = \frac{Bl}{A}$$

$$L_M = P X_1 .$$

Per ridurre queste espressioni alla forma [14], scegliamo come spostamenti generalizzati del sistema X_1, X_3, X_4, X_5 e una X definita con la relazione:

$$X = X_2 + X_3$$

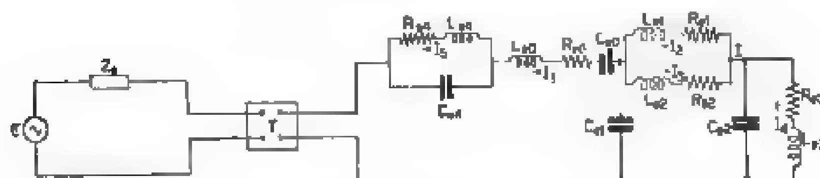


Fig. 43. — Schema elettrico equivalente della cuffia elettrodinamica

Il terzo termine dell'energia cinetica diviene allora:

$$\frac{1}{2} M_{A2} (X - X_2)^2 ,$$

il secondo ed il terzo termine dell'energia potenziale diventano

$$\frac{1}{2} \frac{(X_1 - X)^2}{C_{A1}} + \frac{1}{2} \frac{(X - X_3)^2}{C_{A2}}$$

ed il terzo termine dell'energia dissipata

$$\frac{1}{2} R_{A2} (X - X_3)^2 .$$

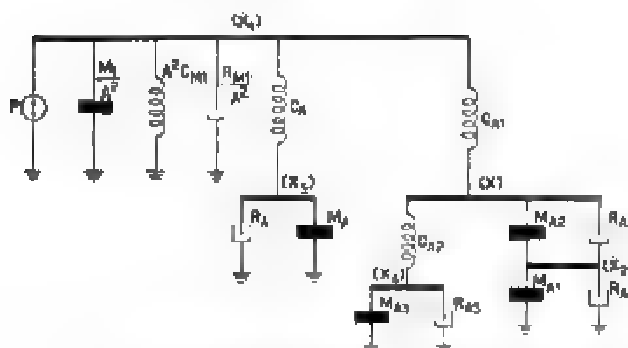


Fig. 44. — Schema meccanico della sola parte meccanico-acustica della cuffia elettrodinamica

Si ha pertanto lo schema elettrico equivalente della cuffia nella figura 43.

In esso è posto:

$$L_{e0} = M_1 A^2 \qquad R_{e0} = R_{M1} A^2 \qquad C_{e0} = A^2 C_{M1}$$
$$C_{e1} = C_{A1} \qquad L_{e1} = M_{A1} \qquad R_{e1} = R_{A1}$$
$$L_{e2} = M_{A2} \qquad R_{e2} = R_{A2} \qquad C_{e2} = C_{A2}$$
$$L_{e3} = M_{A3} \qquad R_{e3} = R_{A3}$$
$$L_{e4} = M_A \qquad R_{e4} = R_A \qquad C_{e4} = C_A$$
$$Z_e = R_e + j\omega L_e + 1/j\omega C_e .$$

Nella figura 44 è invece riportato lo schema meccanico del solo sistema meccanico-acustico.

CONCLUSIONE

Il metodo degli schemi equivalenti si presta con successo allo studio approssimato dei sistemi meccanici; un'analisi approfondita si può fare solo con i metodi classici della meccanica applicata.

Particolarmente vantaggiosa è l'applicazione dell'analogia nello studio sperimentale di un sistema meccanico che si possa attuare mediante un modello elettrico e viceversa.

L'analogia fra sistemi meccanico-acustici ed elettrici può ovviamente estendersi ai sistemi continui, utilizzando la teoria della propagazione delle correnti elettriche nei conduttori a costanti distribuite (che corrisponde alla propagazione di onde piane), e quella della propagazione delle onde elettromagnetiche. È facile verificare, infatti, che la distribuzione del campo sonoro in un ambiente limitato è retta da equazioni a derivate parziali dello stesso tipo di quelle che determinano la distribuzione della componente magnetica del campo elettromagnetico in un ambiente della stessa forma. L'analogia classica è in questi casi più vantaggiosa di ogni altra, mentre per i sistemi a costanti concentrate tutte le analogie presentano pregi e difetti che si compensano.

Nell'applicazione dell'analogia classica la maggior difficoltà risiede nella traduzione delle espressioni energetiche in uno schema elettrico. Questa difficoltà è però considerevolmente ridotta utilizzando lo schema meccanico come passaggio intermedio. Detto schema si deduce immediatamente dalle espressioni energetiche scritte nella forma [14], e da esse si passa con relativa facilità allo schema elettrico mediante il principio di dualità.

Ringrazio il professore Luigi Lombardi, Presidente dell'Istituto, per il suo interessamento a questo lavoro, ed il professore Amedeo Giacomini per i consigli di cui mi è stato largo.

Roma - Istituto Nazionale di Elettroacustica O. M. Corbino

RECENSIONI

AMPLIFICATORI.

J. Haantjes. - **Apprezzamento di un amplificatore mediante la caratteristica discontinua.** (Rev. tecn. Philips, luglio 1941, VI, 7, pag. 193-201, con 10 fig.).

Con il nome di caratteristica discontinua l'autore indica la funzione caratteristica, ossia la risposta ad una tensione (o corrente) continua impressa bruscamente.

Questa funzione, se interpretata in modo corretto, compendia le informazioni che si possono desumere dall'insieme della caratteristica di ampiezza e della caratteristica di fase. Alcuni esempi mostrano i vantaggi che risultano dall'uso della funzione caratteristica per giudicare la fedeltà di un circuito di amplificazione.

Nel caso di amplificatori per alta frequenza, quando interessi soltanto conoscere il comportamento di fronte a tensioni modulate in ampiezza, si può studiare il complesso per mezzo della forma della risposta ad una tensione sinusoidale impressa bruscamente. Lo stesso concetto non è per altro suscettibile di essere applicato al caso di amplificatori che sopprimano una banda di modulazione. Infatti, in tal caso, la risposta ad un segnale modulato soltanto in ampiezza è rappresentata da un segnale modulato in ampiezza e in frequenza; ne deriva quindi un diverso comportamento di fronte alla comparsa od alla scomparsa di un segnale.

Nel caso di trasmissioni televisive, in cui l'ampiezza del segnale visivo cresce con lo splendore dei punti dell'immagine, risulta, per esempio, che un passaggio dal nero al bianco fornisce una variazione di segnale più brusca che non un passaggio inverso; quest'ultimo è di forma simile a quella ottenuta quando la frequenza della portante è al centro della banda di trasmissione. Pertanto, se si suppone che la qualità dell'immagine resti determinata dalla peggiore riproduzione di contrasto ottenibile, si deve concludere che l'utilizzazione di una sola banda laterale non dà migliori risultati di quelli conseguibili con l'uso di ambedue le bande. *R. S.*

APPLICAZIONI VARIE.

A. Scheibe — **Orologi a quarzo. (Generalità costruttive, andamento e frequenza).** (A. T. M., agosto 1941, 122, pag. T 114-115, con 3 fig.)

È noto che gli elementi principali costituenti un orologio a quarzo sono un piezooscillatore racchiuso in termostato e una serie di stadi di demoltiplicazione di frequenza l'ultimo dei quali aziona un orologio sincrono che, ad ogni secondo, chiude un contatto elettrico.

Se la frequenza dell'oscillatore è esatta l'intervallo di tempo fra l'inizio di due contatti successivi è esattamente di un secondo. In generale, si deve considerare un errore relativo $\Delta T/T_0$ ($T_0 = 1$ s), originato dall'errore di frequenza ΔF rispetto al valore nominale F_0.

Il valore istantaneo della frequenza risulta

$$F = F_0 + \Delta F.$$

Si ha inoltre

$$\frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{\Delta F}{F_0}.$$

Si definisce *andamento giornaliero* dell'orologio la relazione (¹):

$$\Delta g = 86\,400\frac{\Delta T}{T_0},$$

la quale fornisce, in secondi di giorno solare medio, l'errore dell'orologio nell'intervallo di 24 ore.

Detta *stato orario* (*Uhrstand*) la differenza U tra il tempo vero (relativo al giorno solare medio) e il tempo dell'orologio a quarzo, si ha

$$\Delta g = U_2 - U_1,$$

dove U_1 ed U_2 indicano lo stato orario dell'orologio, relativo a due giorni consecutivi.

Il valore di Δg, per cause note, non è rigorosamente costante: indicando con Δg_t l'andamento di Δg in funzione del tempo, per un intervallo di questo più o meno grande si può scrivere:

$$\Delta g_t = \Delta g_0 + \Delta(\Delta g)\,t \pm \delta g,$$

dove Δg_0 è l'andamento giornaliero iniziale, $\Delta(\Delta g)$ la variazione d'andamento giornaliero $[\Delta(\Delta g) = \Delta g_n - \Delta g_{n-1}]$, t un numero intero di

---

(¹) Nell'articolo originale questa formula compare nel seguente modo

$$g = 86\,400 \cdot \Delta T$$

Dal punto di vista dimensionale si è ritenuto opportuno dividere il secondo membro per T_0, dal punto di vista formale si è sostituita a g la notazione Δg. Le formule successive del testo originale sono state qui modificate in conseguenza (n. d. r.)

giorni, e δg la fluttuazione casuale di andamento giornaliero. Il fattore $\Delta(\Delta g)$ riveste maggiore importanza di Δg_s e di δg.

Considerando due distinti orologi a quarzo di uguale frequenza nominale F_0, e contrassegnando con uno o con due apici le grandezze ad essi relative, si ha

$$\gamma = [\Delta g' - \Delta g''] \cdot - [\Delta F' - \Delta F''] \cdot \frac{86\,400}{F_0}$$

È pertanto possibile, con opportuni dispositivi, misurare γ in un breve periodo di tempo (dell'ordine dei minuti). Esso fornisce la *differenza momentanea d'andamento giornaliero* fra i due orologi. La differenza $\Delta\gamma$ fra due misure di γ successive nel tempo è una grandezza atta a fornire il valore della variazione dell'andamento giornaliero di un orologio rispetto ad un altro. *A. Br.*

CIRCUITI, QUADRIPOLI, FILTRI.

C. G. A. von Lindern e G. De Vries — **Risonatori per frequenze altissime.** (Rev. techn. Philips, luglio 1941, VI, 7, pag. 217-223, con 14 fig.).

Partendo dall'esame di un normale risonatore a costanti concentrate si cerca di spiegare con brevi considerazioni perchè la tecnica delle frequenze altissime si sia invece orientata verso i risonatori a costanti distribuite.

Premessa la considerazione che, per una nota proprietà delle equazioni fondamentali dell'elettromagnetismo, la distribuzione delle tensioni e delle correnti in un circuito non varia qualora ad un aumento di n volte della frequenza corrisponda una riduzione di n volte di tutte le dimensioni caratteristiche del circuito, si nota come tale teorema non sia praticamente applicabile, soprattutto per l'impossibilità di ridurre la resistività del conduttore.

Per il risonatore ciò si traduce nella difficoltà di conservare un elevato coefficiente di risonanza s alle alte frequenze. Tale coefficiente che misura la larghezza percentuale della banda di risonanza ed è inversamente proporzionale al fattore di smorzamento del circuito, può essere espresso in modo molto generale come rapporto tra l'energia del campo e l'energia dissipata per periodo. Visto sotto tale aspetto, il concetto di coefficiente di risonanza può anche essere applicato a circuiti a costanti non concentrate.

La resistenza di un circuito ad alta frequenza non è puramente ohmica, ma soprattutto è dovuta a effetto pellicolare. Il calcolo di tale effetto non è facile per conduttori non rettilinei, se non in alcuni casi particolari. Ad esempio, si può immediatamente calcolare la resistenza pellicolare di una bobina a spira piatta, considerando che una barretta lunga e sottile, avvolta a spirale, raddoppia la sua resistenza dissipativa,

perchè la corrente si concentra in tal caso sulla faccia interna delle spire, ove il campo creato è massimo. Si dimostra così che una bobina a spira piatta ha un coefficiente di risonanza s proporzionale a $R\sqrt{f}$, ove R è il raggio della bobina ed f la frequenza. In pratica per altro l's di tale bobina non aumenta con la frequenza, anzi diminuisce, perchè, non essendo possibile ridurre al di sotto di certi limiti la capacità del risonatore ad un aumento di f deve corrispondere una diminuzione di R. D'altronde, un eccessivo raggio della bobina comporta perdite per irradiazione elettromagnetica.

Le perdite per irradiazione possono essere evitate ripiegando la bobina in forma di toro, in modo che il circuito magnetico nel suo interno risulti chiuso. Il risonatore a cavità toroidale deve essere appunto considerato come il limite verso cui tende una bobina toroidale ridotta ad una sola spira. Applicando alla cavità toroidale il concetto estensivo di coefficiente di risonanza precedentemente proposto, si può dire che esso, a prescindere da altri fattori relativi alla forma della cavità, è proporzionale al rapporto tra volume e superficie, cioè al raggio del toro (ciò si potrebbe far corrispondere, secondo l'autore, alla legge acustica del Sabine sul tempo di riverberazione di una sala).

Nel risonatore a cavità toroidale l'elemento capacitivo è ancora essenzialmente rappresentato da un condensatore a capacità concentrata.

Per aumentare ulteriormente il coefficiente di risonanza del circuito ed esaltarne nel contempo la resistenza alla risonanza, si può rendere massima la reattanza induttiva aumentando le dimensioni del recipiente e sopprimendo ogni capacità concentrata. Si passa in tal modo dalla cavità toroidale al sistema concentrico di Lecher, in cui la cavità conserva solo un asse centrale più o meno allungato, ovvero, quando le dimensioni del recipiente raggiungono l'ordine di grandezza della lunghezza d'onda, alla cavità di risonanza, ove l'asse centrale è totalmente soppresso.

Va però notato che quando le dimensioni della cavità divengono paragonabili a quelle della lunghezza d'onda, le perdite ohmiche sono tali che ulteriori aumenti del rapporto fra volume e superficie non recherebbero più vantaggi al coefficiente di risonanza del circuito.

Pi. Lo.

DISTURBI E FENOMENI PERTURBATORI

F. Conrad — **Sulla misura dei disturbi a radiofrequenza.** (E. N. T., giugno 1941, XVIII, 6, pag. 126-133, con 5 fig.)

L'autore presenta una particolareggiata esposizione critica delle cause di errore che si commettono nella misura di disturbi a radiofrequenza, quando questa sia eseguita con gli speciali radioricevitori oggi normalizzati a tale scopo (al progetto e alla normalizzazione dei quali egli ha già tanto contribuito).

La principale difficoltà deriva dal fatto che in parecchi casi i disturbi hanno forme d'onda molto appuntite e quindi portano facilmente in

saturazione gli ultimi stadi, pure dando origine ad un'uscita modesta. Se, per ovviare all'inconveniente, si tiene il livello generale basso, il rivelatore funziona su parti curve della caratteristica e quindi produce distorsioni non controllabili, falsando completamente la misura. Anche lo speciale circuito di uscita usato a questo scopo fornisce risultati attendibili soltanto per uscite tra 30 e 100 phon. Le difficoltà sono accresciute dal fatto che, spesso, a singoli disturbi piuttosto deboli seguono, con legge irregolare, altri disturbi molto forti.

Quando è possibile, conviene pertanto effettuare la misura regolando l'attenuatore d'ingresso in modo da ottenere una lettura costante prefissata in uscita; così si è abbastanza sicuri di non avere sovraccarichi o distorsioni ed i risultati della misura sono sempre riproducibili. In casi difficili conviene adoperare la regolazione automatica di sensibilità, registrando la relativa tensione di regolazione come misura del disturbo; per altro si introducono in tal modo molte incertezze, dovute ai transitori nei circuiti di regolazione ed all'effetto delle varie forme d'onda.

Viene pure richiamata l'attenzione sul fatto che, mentre per fruscii a carattere continuo la presenza di una portante rende lineare il rivelatore, per impulsi staccati e con ritmo irregolare essa rende la misura praticamente impossibile, o quanto meno priva di significato, perchè dà un'uscita largamente influenzata dall'accidentale differenza di fase tra il transitorio dovuto al singolo impulso e la portante stessa.

Si ricordano, infine, le varie definizioni della tensione di disturbo, del suo valore disturbante e via dicendo, e vengono fatti voti perchè si giunga ad una più rigorosa unificazione delle denominazioni. *G. C.*

ELETTROFISICA E MAGNETOFISICA.

M. Geiger — **Determinazione grafica dei tempi di transito degli elettroni in campi elettrici oscillatori omogenei.** (Telefunken Röhre, marzo 1941, 19-20, pag. 109-118, con 8 fig.).

Viene studiato il moto degli elettroni nello spazio compreso fra due piani paralleli, sede di un campo oscillatorio a frequenza tale da rendere preponderanti gli effetti del tempo di transito (si rammenta che a tale schema teorico possono essere ricondotti i moderni tubi generatori ed amplificatori a compressione elettronica del tipo clistron e simili). In questi ultimi lo spazio (o gli spazi) sede di campo oscillatorio sono opportunamente attuati con risonatori a cavità, essendo le superfici limitatrici del campo costituite da griglie. Qualora fra queste griglie non esista differenza di potenziale continuo, si ha ciò che l'autore chiama camera equipotenziale. Per essa, un incremento di energia del campo oscillatorio può verificarsi a spese di una corrispondente diminuzione dell'energia cinetica degli elettroni, e viceversa. Qualora poi, nella camera, al campo oscillatorio se ne sovrapponga uno continuo, gli

elettroni transitanti possono anche provvedere allo scambio di energia fra i due campi suddetti.

L'autore, in base alla considerazione delle componenti assiali del moto del flusso elettronico, per semplicità, considera detto moto simile a quello di un elettrone singolo, ammettendo implicitamente che ciò sia valido soltanto nei casi in cui i fenomeni di carica spaziale non assumono netta importanza; egli peraltro non pone limitazioni all'ampiezza delle tensioni oscillatorie. In tal caso il vario manifestarsi del moto — ferma restando la configurazione geometrica del sistema — dipende da due serie di parametri essenziali, che sono: la fase all'entrata ed i rapporti fra le tensioni continue delle due griglie e fra ognuna di esse e la tensione oscillatoria. Impostata l'equazione del moto, dopo alcune posizioni e trasformazioni essa viene ridotta a due forme adatte alla rappresentazione grafica. I nomogrammi risultanti riescono più complessi quando campi continui siano sovrapposti a quello oscillatorio.

Vengono in particolare esaminati cinque casi, caratterizzati da diversi valori del rapporto fra tensioni continue ed oscillatorie, corrispondenti rispettivamente a:

1) semplice passaggio di elettroni senza effetti di inversione d'ordine,

2) semplice passaggio di elettroni, ma con effetti di inversione d'ordine

3) moto pendolare per una sola volta;

4) moto pendolare con riflusso di elettroni verso l'entrata;

5) riflusso senza moto pendolare.

Si riporta infine una famiglia di curve che rappresentano la relazione esistente, per un caso particolare, fra tempo di transito e fase d'entrata e che dimostrano la molteplicità degli aspetti del fenomeno di transito. *P. L. Ba.*

ELETTROTECNICA GENERALE.

G. Muecke — **Permeabilità, induttanza e perdite per isteresi con intensità di campo magnetico e con induzione sinusoidali.** (E. N. T. giugno 1941, XVIII, 6, pag. 121-125, con 8 fig.)

Lord Rayleigh aveva indicato la possibilità di rappresentare i cicli di isteresi simmetrici, relativi a piccoli valori di induzione e di campo magnetico, mediante due rami di parabola. Tale proposta si è mostrata utile per lo studio dei circuiti con ferro, nell'ipotesi che l'intensità di campo varii sinusoidalmente nel tempo: ipotesi che equivale, come è noto, a quella di ammettere che le correnti siano sinusoidali e le tensioni siano deformate per effetto dell'isteresi.

In pratica, per altro, è molto più frequente il caso in cui si verifica che non le correnti, ma le tensioni siano sinusoidali. Allora è l'induzione magnetica che varia sinusoidalmente nel tempo.

L'autore, fondandosi sull'equazione di Lord Rayleigh dei piccoli cicli simmetrici d'isteresi, tratta appunto quest'ultimo caso, confrontando i risultati con quelli che si ottengono nell'ipotesi di campo magnetico sinusoidale. I calcoli sono un poco più laboriosi e le espressioni finali della permeabilità apparente dell'induttanza e della resistenza equivalente alle perdite per isteresi sono più complesse. Ciò non ostante alcune curve indicano che i risultati numerici, che si ottengono con le due diverse ipotesi, sono praticamente coincidenti. *R. S.*

FISICA GENERALE.

K. Tamm — **Propagazione unidimensionale e bidimensionale dell'onda sonora nell'acqua, in tubi e vasche.** (A. Z., gennaio 1941, VI, 1 pag. 16-34, con 21 fig.)

Data la notevole importanza che le onde sonore di frequenza fra 5 e 50 kHz, sono venute acquistando, specie nel campo delle comunicazioni subacquee l'autore si propone di sviluppare qualche metodo di ricerca e di misura applicabile in laboratorio e inteso a determinare alcune grandezze che interessano la propagazione di tali onde nei liquidi e particolarmente nell'acqua.

Poichè la propagazione tridimensionale in un mezzo non limitato offre evidenti difficoltà pratiche per essere studiata con mezzi di laboratorio, il campo di ricerche sperimentali viene limitato ad una propagazione unidimensionale (tubi) e bidimensionale (vasche di piccola profondità), stabilendo tuttavia la possibilità di risalire dai risultati particolari ricavati in siffatti casi ad altri di portata e di validità più generale.

Lo strato d'acqua contenuto in una vasca è limitato in alto dall'aria e in basso dal fondo del recipiente. Per eliminare le riflessioni sul fondo del recipiente basta ricoprirlo di materiale che presenti una cattiva conducibilità acustica, cioè un elevata resistenza acustica W (definita dal rapporto fra la pressione sonora e la velocità dell'onda normale al piano del fondo). Vengono trattati teoricamente i vari casi di W nulla puramente reale, puramente immaginaria, e complessa.

Quando l'altezza dello strato d'acqua è maggiore di un multiplo intero di mezze lunghezze d'onda, si ha, per $W = 0$, un'onda non smorzata, con velocità di fase accresciuta. Al diminuire dell'altezza dello strato, fino ad un valore limite in cui essa eguaglia un multiplo intero di $\lambda/2$, cresce indefinitamente la velocità di fase, al disotto di questo valore limite si ha invece una velocità di fase costante e un'attenuazione dell'onda ad andamento esponenziale. Ne risulta, in altri termini, un comportamento dello strato, analogo a quello di un filtro d'onda elettrico non dissipativo. Similmente vengono sviluppati per via teorica gli altri casi e così pure i fenomeni di diffrazione e di riflessione.

Un trasmettitore a impulsi serve per lo studio dei fenomeni di riflessione, rifrazione e diffrazione un trasmettitore ad emissione continua,

per lo studio della propagazione e la misura delle relative grandezze fisiche. Il trasmettitore è in ogni caso del tipo magnetostrittivo che per la generazione d'impulsi, lavora in prossimità della risonanza propria. Il ricevitore è un misuratore di pressione, costituito in generale da un microfono a quarzo. I segnali ricevuti sono amplificati e portati a un oscillografo il cui asse dei tempi viene sincronizzato sulla frequenza degli impulsi.

La misura della velocità di fase viene effettuata spostando il ricevitore e misurando la distanza fra successivi punti nodali. I risultati sperimentali, ricavati in corrispondenza di tre diverse profondità di acqua concordano abbastanza bene coi risultati teorici. La velocità di propagazione degli impulsi viene invece misurata con due ricevitori, le cui tensioni di uscita sono portate all'oscillografo; uno di essi è posto in prossimità del trasmettitore. La distanza tra i fronti d'onda ricevuti dai due ricevitori dà una misura della velocità di propagazione degli impulsi.

I risultati sperimentali ottenuti nello studio della riflessione hanno infine mostrato che non esiste differenza sostanziale fra la distribuzione delle pressioni sonore in vasche di piccola ed in vasche di grande profondità. Questo fatto può esser utilizzato nello studio di problemi di acustica subacquea.

Nelle misure con onde stazionarie in tubo si determinano impedenze acustiche e velocità di propagazione. La difficoltà principale offerta dal metodo del tubo, cioè quella della perdita di energia attraverso le sue pareti, è risolta con una particolare costruzione del tubo stesso, costituito a guisa di filtro meccanico passa-basso. La frequenza sonora usata, che è più elevata di quella di taglio, non può così propagarsi attraverso la parete del tubo. Come trasmettitore viene usato un trasmettitore magnetostrittivo applicato al tubo attraverso un isolamento acustico di gomma, come ricevitore un microfono a tormalina. I risultati ottenuti con tale metodo mostrano, per quanto riguarda la misura delle impedenze acustiche, una buona concordanza con quelli ricavati con le misure in vasca. *G. Mad*

***

W. Willms — **Lo smorzamento del suono in tubi assorbenti.** (A. Z., maggio 1941, VI, 3, pag. 150-165, con 18 fig.).

La propagazione del suono in un tubo rivestito di materiale assorbente si riconduce a un problema di propagazione ondosa in un mezzo stratificato e presenta perciò una certa analogia con la propagazione di onde elettriche di frequenza elevata lungo un conduttore.

Per basse frequenze si hanno per altro condizioni che semplificano la trattazione, in quanto si può considerare il problema come unidimensionale. Ciò si deve principalmente al fatto che, in questo caso, la

resistenza offerta dalla parete al passaggio di un'onda sonora è indipendente dall'angolo di incidenza; ci si riporta al caso analogo di una corrente sinusoidale che si propaghi in un cavo affetto da perdite. Le frequenze per le quali sono valide le condizioni semplificative sono quelle in corrispondenza delle quali la resistenza d'attrito r nel materiale supera la reattanza d'inerzia $\omega\varrho$, essendo ϱ la densità dell'aria. Tali frequenze possono tuttavia essere, per valori di r sufficientemente elevati, anche superiori alle frequenze udibili.

Esprimendo l'attenuazione in funzione della frequenza e della resistenza di attrito del materiale si ottiene che, per rivestimenti di grande spessore, l'attenuazione cresce dapprima proporzionalmente ad $\omega^{3/4}$ poi proporzionalmente ad $\omega^{1/2}$, e cresce inoltre con il diminuire della resistenza di attrito. Le misure sono state eseguite su un tubo a pareti rigide, rivestito internamente di materiale assorbente. Un confronto fra i valori dell'attenuazione ricavati dal calcolo e quelli ottenuti sperimentalmente mostra che, nel caso di piccoli spessori del rivestimento e di basse frequenze, i valori sperimentali sono inferiori a quelli teorici. Ciò indica la presenza di altre perdite oltre quelle dovute all'attrito: per esempio, di perdite dovute a conduzione termica attraverso la parete.

La grande importanza che le perdite per dissipazione termica assumono nel caso di bassa frequenza suggerisce anzi un metodo di misura di tali perdite nei materiali porosi: se si riveste un lungo tubo con un sottile strato di materiale poroso, l'attenuazione è infatti dovuta pressochè esclusivamente a dissipazione termica. Il tubo scelto per le misure presenta 15 cm di diametro ed è rivestito di uno strato di feltro di 1,5 cm di spessore. I risultati sperimentali, anche se non concordano esattamente con quelli teorici, presentano con essi una sufficiente approssimazione, così da rendere utile il calcolo teorico in sede di progetto, per evitare spiacevoli sorprese nei casi pratici di applicazione dei tubi assorbenti.

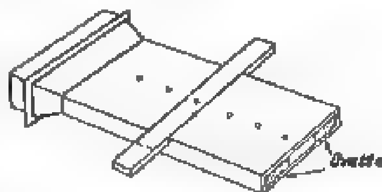


Fig. 1. — Dispositivo per la misura dell'attenuazione sonora di un canale assorbente.

Nella seconda parte del lavoro si sviluppa invece il calcolo dell'attenuazione secondo la teoria della propagazione ondulatoria, nel caso particolare di un canale compreso fra due strati di materiale assorbente. Per basse frequenze si ottengono gli stessi risultati ottenuti nella prima parte. Si trova inoltre che l'attenuazione, dopo aver raggiunto un certo valore limite, diminuisce di nuovo per altissime frequenze proporzionalmente a $\omega^{-3/2}$. Contemporaneamente interviene una deformazione del fronte d'onda, cosicchè l'intensità sonora è maggiore nel mezzo del canale che non in prossimità delle pareti. Tale deformazione

ha luogo a una certa distanza dalla sorgente ed è completamente indipendente dalla forma di eccitazione, che si ritrova invece all'inizio del canale.

La conferma sperimentale dei risultati teorici è stata effettuata su un canale assorbente (fig. 1) costituito da due pareti di legno di 4 m di lunghezza, 60 cm di larghezza e 5 cm di altezza. Alle pareti del canale era applicata ovatta per circa 17 cm di larghezza, in modo da lasciare un'apertura di circa 27 cm di larghezza. La sorgente era costituita da un altoparlante con membrana piana rettangolare. Per la misura è stato utilizzato un microfono a condensatore introdotto, in punti posti a 20 cm di distanza, attraverso corrispondenti fori praticati nella parete. Se si assume come resistenza di attrito dell'ovatta $r = 7\ g \cdot cm^{-3} \cdot s^{-1}$, si ottiene un'ottima concordanza con i valori teorici. L'attenuazione del canale in funzione della frequenza cresce col crescere di essa e poi, dopo aver raggiunto un massimo per $f = 7000$ Hz all'incirca, decresce rapidamente.

G. Mad.

MODULAZIONE E RIVELAZIONE.

T. VELLAT. — **La ricezione di segnali modulati in frequenza.** (E. N. I., aprile 1941, XVIII, 4, pag. 61-96, con 18 fig.)

Il lavoro, riassuntivo e abbastanza completo, illustra con una trattazione analitica particolareggiata ed esauriente, le principali caratteristiche dei sistemi rivelatori di oscillazioni modulate in frequenza.

Dalla trattazione generale delle reti mediante l'integrale di Fourier, si ricava la fondamentale formula di Carson sulla risposta di un circuito ad un segnale modulato in frequenza. Questa formula viene poi applicata allo studio dei rivelatori, con speciale riferimento al noto discriminatore a due diodi.

Successivamente, viene studiata la riduzione delle interferenze nel caso di ricevitore con e senza limitatore, si riscontra così come l'uso del limitatore sia essenziale per conseguire un'elevata eliminazione dei disturbi. Viene inoltre considerato il caso di un segnale interferente modulato in ampiezza oppure in frequenza. Qualora più trasmettitori funzionino sulla stessa frequenza, la modulazione di frequenza permette di conseguire risultati cospicui.

Considerando poi il ricevitore nelle altre sue parti, si determina la distorsione dovuta alla curvatura della caratteristica di fase, sia nel caso di un singolo circuito accordato, sia in quello di un normale filtro di banda, e si espongono criteri per un buon proporzionamento di tali circuiti come pure di quelli del discriminatore.

Per il limitatore non ideale crescono rapidamente sia la distorsione sia i disturbi. Vengono forniti dati su di un limitatore con pentodo EF 11. Il lavoro termina con una vagliata bibliografia.

G. C.

INFORMAZIONI E NOTIZIE

Attività nell'I. E. N. G. F.: riunioni del IV trimestre 1940-41-XIX. Nella 209ª riunione, l'8 settembre, il dottore Zin, della Sezione Telefonia, espone una teoria della propagazione dei transitori nelle linee. Dopo aver richiamato sommariamente gli studi eseguiti su tale problema, introduce la nozione di impulso rettangolare di durata infinitesima, ne ricava la velocità di propagazione e la relazione fra tensione e corrente. Esamina la riflessione dell'impulso nel punto di giunzione di due linee, dapprima collegate direttamente e poi mediante elementi dissipativi. In fine introduce i coefficienti differenziali di riflessione e di trasmissione relativi a una linea elementare e indica il procedimento, mediante il quale si può trattare qualsiasi linea non uniforme nello stato transitorio.

Nella 211ª riunione, il 22 settembre, il dottore La Barbera, della Sezione Telefonia, parla della misura di intervalli di tempo dell'ordine del millisecondo, in particolare dei tempi di inserzione dei relè elettromagnetici. Premesse alcune nozioni e definizioni relative a questi apparecchi, fa una rassegna dei vari metodi di misura. Gli oscillografici sono i più precisi, ma richiedono apparecchiature complicate e l'uso di carte fotografiche; il relatore ne propone uno di particolare semplicità da lui adottato. I metodi elettromeccanici sono di uso limitato. Quelli che adoperano un galvanometro balistico dànno ottimi risultati, ma, come gli oscillografici, non sono adatti a misure correnti. Di più vasta portata pratica sono i metodi di zero: l'I. E. N. possiede due apparecchi di costruzione nazionale, appartenenti a tale categoria, che vengono illustrati nella costituzione e nel funzionamento. Intervalli di tempo particolarmente brevi possono essere misurati con vantaggio mediante i metodi ad estensione del tempo. Dànno buoni risultati i dispositivi a lettura diretta, basati sulla determinazione della tensione di un condensatore, che viene caricato o scaricato durante l'intervallo di tempo da misurare.

Nella 212ª riunione, il 13 ottobre, il professore Angelini, docente del Corso di perfezionamento in elettrotecnica, parla di questioni recenti sul calcolo operatorio e presenta un'esposizione sintetica dei metodi fondamentali seguiti rispettivamente da Heaviside, Giorgi, Carson e Doetsch per lo studio dei regimi variabili nei sistemi lineari e partico-

larmente nei circuiti elettrici normali. Mostra in forma elementare come, non soltanto codesti procedimenti non siano inconciliabili, ma sia possibile istituire una corrispondenza tra le enunciazioni delle regole del calcolo dei regimi variabili secondo i diversi metodi di esposizione Conclude con alcune considerazioni sulla necessità — particolarmente sentita da chi deve affrontare lo studio dei procedimenti del calcolo operatorio e utilizzarli nelle applicazioni pratiche — di un'unificazione nei metodi d'insegnamento.

Nella 213ª riunione, il 20 ottobre, l'ingegnere Zerbini, del Reparto Materiali, riferisce sull'attività della sezione per lo studio dei materiali magnetici negli ultimi otto mesi: periodo, nel quale la disponibilità dell'opera dei ricercatori è rimasta ridotta e fluttuante per causa delle circostanze del momento, mentre sono affluite numerose le richieste di prove per conto delle amministrazioni e dell'industria. Il lavoro è stato quasi completamente assorbito da queste ultime, di cui alcune hanno anche dato luogo a ricerche particolari di carattere scientifico ed a perfezionamenti delle attrezzature. Si segnalano in special modo: misure su lunghe sbarre di permalloi di produzione nazionale, che richiesero studi sui valori da attribuire al coefficiente di smagnetizzazione, prove su acciai a bassissima permeabilità, per cui è stata allestita un'apparecchiatura apposita, rilievi, ancora in corso, su nuclei di ferro polverizzato compresso e su un nuovo materiale preparato in Italia, costituito da ferro molto puro. Fra gli argomenti di carattere vario si è studiato uno speciale relè differenziale, insensibile ad una variazione di campo magnetico uniforme e sensibile invece ad una disuniformità di campo

Nella 214ª riunione, il 27 ottobre, il professore Dilda, docente del Corso di perfezionamento in comunicazioni elettriche espone alcune modifiche apportate nell'apparecchiatura, esistente presso il Laboratorio di Aeronautica del R. Politecnico di Torino e già descritta nella 146ª riunione interna dell'I. E. N., per l'analisi della turbolenza nelle gallerie aerodinamiche: codeste modifiche sono intese a consentire il rilievo dello scarto cubico medio, oltre a quello dello scarto quadratico medio, della velocità istantanea del vento che investe il filo anemometrico. A tale scopo la tensione elettrica, già compensata come si è precedentemente riferito e proporzionale alla detta velocità, alimenta, attraverso un circuito invertitore di fase, due catene, una lineare e l'altra quadratica collegate rispettivamente alla bobina fissa e alla bobina mobile di un elettrodinamometro. In tal modo la coppia agente in questo apparecchio è proporzionale al cubo del valore istantaneo della tensione e quindi al cubo della velocità istantanea del vento. Le difficoltà inerenti all'apparecchiatura sono state felicemente superate, conseguendo risultati del tutto soddisfacenti. *Re.*

Vol XI - N. 6 PUBBLICAZIONE MENSILE GIUGNO 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO

DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA



ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2/2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

A. F. XI-6 GIU. 1942

Vol. XI — Giugno 1942-XX — N. 6

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'Associazione Elettrotecnica Italiana
Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità* Milano (2/2), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3,1189.

È gradita la collaborazione dei lettori. Gli scritti dei singoli Autori non impegnano la Redazione e quelli della Redazione non impegnano il Comitato Direttivo. I manoscritti non si restituiscono.

Abbonamento annuo . . . L. 50
per i soci A.E.I. o S.I.F. » 40
Un numero separato. . . » 6

Annate arretrate: I (1932), L. 30; II (1933), III (1934), IV (1935) V (1936), VI (1937), L. 40 ciascuna; le successive, L. 50 ciascuna.

SOMMARIO

Vol. XI Giugno 1942-XX N. 6

ALTA FREQUENZA

Modulazioni di frequenza e di fase.

Se è vero da un lato che nella letteratura tecnica — specialmente straniera — sono apparsi articoli pregevoli e talvolta originali, riguardanti i sistemi di modulazione di frequenza e di fase, non meno vero è d'altro canto, che su questioni del genere finora mancava — o per lo meno non era facilmente accessibile — una chiara sintesi che armonizzasse la parte teorica dell'argomento con gli aspetti più propriamente applicativi nei quali si estrinseca la tecnica corrispondente. Quando si rifletta, che le più recenti attuazioni nel campo delle onde cortissime ed ultracorte hanno mostrato come quei sistemi conducano di fatto a risultati di grande interesse, s'intuisce quale importanza abbiano la precisazione e la valutazione esatta degli elementi che distinguono ed individuano i due tipi di modulazione.

Per di più gli aspetti di questa tecnica offrono lo spunto a nuove ricerche ed a nuovi contributi, così che non soltanto per un esame dello stato di fatto l'argomento si presta ad essere oggetto d'indagini molto attraenti. Tanto sotto l'uno, quanto sotto l'altro di tali riguardi, l'articolo dell'ingegnere SEVERINI, che pubblichiamo nel presente numero, giungerà gradito ai nostri lettori. In esso in vero, oltre ad una chiara esposizione dei sistemi fino ad oggi conosciuti, si presenta, descrivendolo minutamente, un complesso di nuove apparecchiature che ci sembra possano essere suscettibili di sviluppo e di applicazioni in codesto campo promettente

LA REDAZIONE.

SISTEMA DI RADIOCOMUNICAZIONE CON MODULAZIONE DI FASE DELL'ONDA PORTANTE

ENRICO SEVERINI

Si fa precedere un richiamo alla teoria delle modulazioni in fase e in frequenza di un'onda portante, per il quale ci si serve anche di tabelle e di grafici relativi agli sviluppi in serie delle funzioni di Bessel. Si può così mettere in evidenza la sostanziale diversità tra i due tipi di modulazione. Si descrivono in seguito i due sistemi fondamentali fino ad ora adoperati per il normale servizio di radiocomunicazione con modulazione di frequenza. Dall'esame di questi nasce la proposta di un nuovo sistema che ha le proprietà della modulazione di fase e presenta vantaggi e semplificazioni che vengono brevemente discussi.

1\. - Nel nostro paese non esiste fino ad oggi un servizio circolare di radiodiffusione con modulazione di frequenza dell'onda portante, e il problema non è molto trattato nelle riviste specializzate. In vista, tuttavia, dell'aumento sempre più rapido del numero delle trasmittenti modulate in frequenza, e della notevole importanza che esse vanno acquistando altrove, è prevedibile che un simile interessamento si manifesterà anche da noi non appena le condizioni lo permetteranno. Non è perciò inutile fare un richiamo della teoria della modulazione sia di frequenza sia di fase, allo scopo di evitare un errore in cui è molto facile cadere: quello cioè di dire che le due modulazioni fisicamente sono equivalenti oppure che una di esse non è che un caso particolare dell'altra.

La conoscenza esatta della reale differenza fra di esse consente invece di proporre un complesso di ritrovati con i quali è reso possibile l'uso della modulazione di fase, sia nella trasmissione sia nella ricezione, secondo modalità non tentate fino ad oggi, e con vantaggi apparentemente sensibili non fosse altro che per la semplicità dello schema costruttivo.

I. - Espressione analitica e interpretazione fisica delle modulazioni di ampiezza, di fase e di frequenza.

2\. - Con le notazioni abituali relative ad un vettore rotante (che rappresenti una corrente) di ampiezza A, si ha, per il valore istantaneo:

$$i = A \operatorname{sen} \varphi , \qquad [1]$$

dove φ è l'angolo che in un determinato istante il vettore fa con l'asse delle ascisse. La rotazione è in senso antiorario, come secondo le norme. La [1] è la formula generica da cui si prenderà lo spunto per ricavare quelle pertinenti a tutti i vari tipi di modulazione, si avverte che d'ora innanzi tutte le grandezze indipendenti dal tempo saranno contrassegnate dal pedice $_0$.

Modulazione d'ampiezza. — La pulsazione del vettore rotante che rappresenta la corrente è costante, e uguale a ω_0. La [1] diventa:

[2] $$i = A \operatorname{sen} (\omega_0 t + \Phi_0) ,$$

dove anche Φ_0 è costante. Di variabile col tempo non c'è che l'ampiezza A.

Ora, nella modulazione di ampiezza, si attua, come è noto, la condizione per la quale (se la modulazione avviene con una sola frequenza e questa è sinusoidale) l'inviluppo dei valori massimi della corrente a radiofrequenza è rappresentato da un valor medio A_0 e da una sovrapposta funzione sinusoidale a bassa frequenza di ampiezza $k_a A_0$ e pulsazione μ_0 (indipendente dal tempo). Cioè si può scrivere $A = A_0 (1 + k_a \operatorname{sen} \mu_0 t)$, con la quale si ammette che la modulazione si inizi all'istante $t = 0$. Questa ipotesi serve soltanto per semplificare le formule, nelle quali non viene così introdotto un ulteriore termine costante. le conclusioni che se ne traggono non vengono però rese meno generali, in quanto, il fenomeno essendo periodico, un qualsiasi spostamento dell'origine dei tempi non influisce evidentemente sulla interpretazione fisica del fenomeno stesso. Nell'istante $t = 0$ la corrente a radiofrequenza non è necessariamente uguale a zero, ma ha il valore generico $i = A \operatorname{sen} \varphi$. Ne consegue:

[3] $$i = A_0 [\operatorname{sen} (\omega_0 t + \Phi_0) + k_a \operatorname{sen} \mu_0 t \operatorname{sen} (\omega_0 t + \Phi_0)] ,$$

che si può scrivere:

[4] $$i = A_0 \left\{\operatorname{sen} (\omega_0 t + \Phi_0) + \frac{1}{2} k_a \cos [(\omega_0 - \mu_0) t + \Phi_0] - \frac{1}{2} k_a \cos [(\omega_0 + \mu_0) t + \Phi_0]\right\} .$$

La [4] indica l'esistenza di un onda portante di frequenza $\omega_0/(2\pi)$ e di due onde laterali di uguale ampiezza e di frequenza $(\omega_0 + \mu_0)/(2\pi)$ e $(\omega_0 - \mu_0)/(2\pi)$, mentre la [3] indica che il vettore $A_0 k_a$, che è la risultante dei due rappresentativi delle correnti a frequenza laterale è in fase col vettore corrente a frequenza portante A_0, cioè ne ha sempre la stessa direzione.

Modulazione di fase. — La corrente è ancora rappresentata dalla $i = A_0 \operatorname{sen} \varphi$ (ampiezza indipendente dal tempo), e, poichè $\omega = d\varphi/dt$,

è $\varphi = \int_0^t \omega dt + \Phi_0$. La modulazione di fase consiste fisicamente nell'aggiungere differenze di fase variabili con legge sinusoidale agli angoli di cui ruota un vettore la cui pulsazione in regime di non modulazione sia costante. Perciò, a condizione di chiamare con ω_0 quest'ultima pulsazione e non la pulsazione effettiva istantanea del vettore, si potrà scrivere: $\varphi = \omega_0 t + \Phi$ dove ora Φ non è più indipendente dal tempo ma varia secondo la legge

[5] $$\Phi = \Phi_0 (1 + k_p \operatorname{sen} \mu_0 t) ,$$

analoga alla legge di variazione dell'ampiezza nella modulazione d'ampiezza. È da notare tuttavia che, mentre in questa il fattore k_a non può mai essere maggiore di 1 sotto pena di distorsione tale limitazione non sussiste per il fattore k_p. In base a queste considerazioni sarà:

[6] $$i = A_0 \operatorname{sen} (\omega_0 t + \Phi) = A_0 \operatorname{sen} [(\omega_0 t + \Phi_0) + m_p \operatorname{sen} \mu_0 t] ,$$

dove:

[7] $$m_p = k_p \Phi_0$$

Fisicamente m_p rappresenta la massima variazione di fase prodotta dal dispositivo modulatore a frequenza modulante μ_0 (2π). La *pulsazione effettiva istantanea* (velocità angolare effettiva del vettore che rappresenta la grandezza alternativa) è:

$$\omega_i = \frac{d(\omega_0 t + \Phi)}{dt} = \omega_0 + k_p \Phi_0' \mu_0 \cos \mu_0 t = \omega_0 \left(1 + \frac{\mu_0}{\omega_0} m_p \cos \mu_0 t\right) ,$$

perciò anche una modulazione di fase comporta una variazione di carattere periodico della frequenza effettiva.

Modulazione di frequenza. — È ora ω variabile secondo la

[8] $$\omega = \omega_0 (1 + k_f \cos \mu_0 t) .$$

Si è posto il coseno al posto del seno per convenienza di calcolo, con che si viene semplicemente a dire che all'istante $t = 0$ la modulazione è già iniziata.

Sarebbe errato sostituire semplicemente il valore di ω dato dalla [8] nella $i = A_0 \operatorname{sen} (\omega t + \Phi_0)$, poichè questa è stata ricavata dalla $i = A_0 \operatorname{sen} \varphi$ nel caso in cui ω è costante. È invece:

$$\varphi = \int_0^t \omega dt = \omega_0 t + \frac{\omega_0 k_f}{\mu_0} \operatorname{sen} \mu_0 t + \Phi_0$$

e quindi

[9] $$i = A_0 \operatorname{sen} \varphi = A_0 \operatorname{sen} [(\omega_0 t + \Phi_0) + m_f \operatorname{sen} \mu_0 t] ,$$

dove

$$[10] \qquad m_f = \frac{k_f \omega_0}{\mu_0} = k_f \frac{f_0}{f_{00}} ,$$

indicando con f_0 la frequenza portante e f_{00} la bassa frequenza modulante.

Confrontando la [6] con la [9] si vede che le espressioni analitiche delle modulazioni di fase e di frequenza sono equivalenti, salvo che nei due coefficienti m_p e m_f che sono chiamati « indici di modulazione ». Precisamente, tanto m_p quanto m_f contengono i fattori k_p e k_f che sono proporzionali all'ampiezza del segnale modulante, ma mentre m_p è indipendente dalla frequenza f_{00}, m_f è inversamente proporzionale ad essa (perchè $k_f f_0$, che rappresenta la massima deviazione di frequenza prodotta, non dipende a sua volta dalla frequenza ma soltanto dall'intensità della modulazione).

3. - Si confrontino ora i tre tipi di modulazione nei riguardi dello spettro di frequenze generate. Nella modulazione di ampiezza, come si è visto, per ogni frequenza sinusoidale modulante si vengono a creare due sole frequenze laterali, simmetriche rispetto alla portante. Negli altri due tipi di modulazione invece, le frequenze laterali sono, teoricamente, infinite. Si esamini il caso della modulazione di fase: le stesse formule valgono per la modulazione di frequenza, salvo la sostituzione di m_p con m_f.

La [6] si può scrivere

$$[11] \quad i = A_0 \operatorname{sen}(\omega_0 t + \Phi_0) \cos(m_p \operatorname{sen} \mu_0 t) + A_0 \cos(\omega_0 t + \Phi_0) \operatorname{sen}(m_p \operatorname{sen} \mu_0 t) .$$

Ma, per la teoria delle funzioni di Bessel (¹) (²) (³), valgono i seguenti sviluppi in serie

$$\operatorname{sen}(x \operatorname{sen} \vartheta) = 2 J_1(x) \operatorname{sen} \vartheta + 2 J_3(x) \operatorname{sen} 3\vartheta + 2 J_5(x) \operatorname{sen} 5\vartheta + \ldots$$
$$\cos(x \operatorname{sen} \vartheta) = J_0(x) + 2 J_2(x) \cos 2\vartheta + 2 J_4(x) \cos 4\vartheta + 2 J_6(x) \cos 6\vartheta + \ldots$$

in cui $J_n(x)$ rappresenta la funzione di Bessel d'ordine n^{mo} per l'argomento x. Per mezzo di questi sviluppi, la [11] si trasforma facilmente nella:

$$[12] \qquad i = A_0 [J_0(m_p) \operatorname{sen}(\omega_0 t + \Phi_0) +$$
$$+ 2 J_1(m_p) \operatorname{sen} \mu_0 t \cos(\omega_0 t + \Phi_0) + 2 J_2(m_p) \cos 2\mu_0 t \operatorname{sen}(\omega_0 t + \Phi_0) +$$
$$+ 2 J_3(m_p) \operatorname{sen} 3\mu_0 t \cos(\omega_0 t + \Phi_0) + 2 J_4(m_p) \cos 4\mu_0 t \operatorname{sen}(\omega_0 t + \Phi_0) +$$
$$+ 2 J_5(m_p) \operatorname{sen} 5\mu_0 t \cos(\omega_0 t + \Phi_0) + \ldots] ,$$

(¹) E. Jahnke u. F. Emde: Funktionentafeln mit Formeln und Kurven - B. G. Teubner, Leipzig, 1933.

(²) A. Gray a. G. B. Mathews: A Treatise on Bessel functions - MacMillan, London, 1922.

(³) N. W. McLachlan, Bessel functions for engineers - Oxford Press, London 1934, p. 41.

che si può scrivere a sua volta:

$$
\begin{array}{cc}
\multicolumn{2}{c}{e = A_0 \{ J_0(m_p) \,\mathrm{sen}\, (\omega_0 t + \Phi_0) +} \\
\multicolumn{2}{c}{[\text{portante}]} \\
- J_1(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 - \mu_0)t + \Phi_0] & + J_1(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 + \mu_0)t + \Phi_0] \\
+ J_2(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 - 2\mu_0)t + \Phi_0] & + J_2(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 + 2\mu_0)t + \Phi_0] \\
- J_3(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 - 3\mu_0)t + \Phi_0] & + J_3(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 + 3\mu_0)t + \Phi_0] \\
\dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\
(-1)^n J_n(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 - n\mu_0)t + \Phi_0] & + J_n(m_p) \,\mathrm{sen}\, [(\omega_0 + n\mu_0)t + \Phi_0] \} \\
[\text{frequenze laterali inferiori}] & [\text{frequenze laterali superiori}] .
\end{array}
$$

In entrambi i tipi di modulazione, il valore dell'indice di questa, m_p o m_f, definisce il valore delle funzioni di Bessel e conseguentemente le ampiezze della portante e delle frequenze laterali.

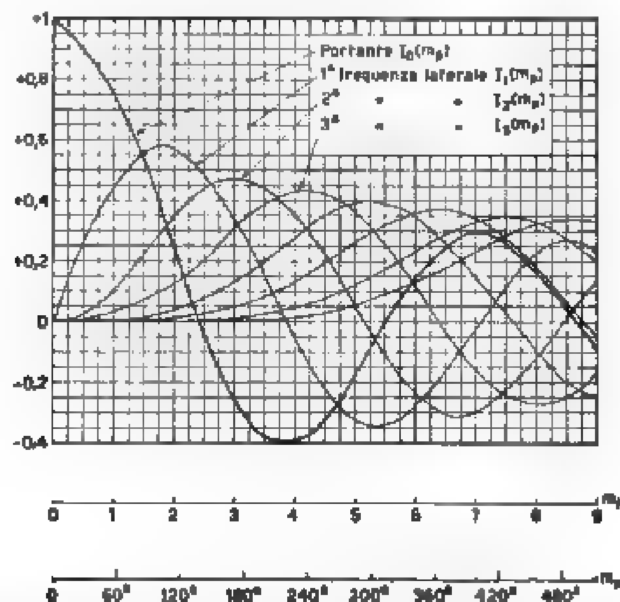


Fig. 1. - Andamento delle ampiezze relative alla frequenza portante e alle frequenze laterali in funzione de l'indice di modulazione, in un'onda modulata in frequenza o in fase

Per dare un'idea dei valori che assumono le funzioni di Bessel per i vari valori di m_p o di m_f, si riporta nella figura 1 un grafico desunto dalle tabelle delle funzioni stesse di cui sono dati alcuni valori numerici nella tabella I

TABELLA I

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$J_2(x)$	$J_3(x)$	$J_4(x)$
0	1	0	0	0	0
0,1	0,9975	0,0409	0,00124		
0,2	0,9900	0,0995	0,00498	0,000166	0,0000042
0,3	0,9776	0,1483	0,01117		
0,4	0,9604	0,1960	0,0197	0,0013	0,000067
0,5	0,9385	0,2423	0,0306		
0,6	0,9120	0,2867	0,0437	0,0044	0,000331
0,7	0,8812	0,3290	0,0589		
0,8	0,8463	0,3688	0,0758	0,0102	0,001009
0,9	0,8075	0,4059	0,0946		
1,0	0,7652	0,4401	0,1149	0,0196	0,002477
1,2	0,6711	0,4983	0,1593	0,0329	0,005023
1,4	0,5669	0,5419	0,2073	0,0505	0,009064
1,6	0,4554	0,5699	0,2570	0,0725	0,014995
2,0	0,2239	0,5767	0,3528	0,1289	0,03399
2,4	0,0025	0,5202	0,4311	0,1981	0,064307
2,8	-0,1850	0,4097	0,4777	0,2728	0,10667

Si consideri il grafico nei riguardi della modulazione di fase. Risulta che, finchè la variazione dell'angolo di fase non eccede i $\pm 30^\circ$ circa, l'ampiezza della portante si può ritenere immutata e quella della prima frequenza laterale aumenta in modo quasi esattamente proporzionale all'indice di modulazione m_p, cioè all'ampiezza del segnale modulante; per di più la seconda frequenza laterale ha ampiezza minima e le successive, ampiezze praticamente trascurabili, e perciò il canale complessivo trasmesso si può ritenere di larghezza uniforme e uguale a quella corrispondente alla sola prima frequenza. Aumentando la modulazione oltre i 30° entra man mano in giuoco un numero di frequenze laterali sempre maggiore, cioè il canale di frequenze richiesto dalla trasmissione diventa sempre più esteso, inoltre l'ampiezza della portante varia, mentre quelle delle singole frequenze laterali si scostano sempre più dalla proporzionalità a m_p, cioè al segnale applicato. Si nota addirittura che, per certi valori di m_p, la portante o certe frequenze laterali scompaiono del tutto, mentre le ampiezze di altre aumentano considerevolmente. Il numero e l'ampiezza delle frequenze laterali trasmesse è tuttavia, per qualsiasi valore di m_p, indipendente dalla frequenza del segnale modulante.

Nella modulazione di frequenza v'è l'ulteriore complicazione che, come si è visto, per determinare il numero delle frequenze laterali trasmesse, entra in giuoco anche la frequenza e non soltanto l'ampiezza

TABELLA II.

f_m (Hz)	$m_f = \frac{f_a}{f_m}$	Ampiezze della portante e delle singole frequenze laterali, in per cento della portante non modulata													Larghezza del canale	Variazioni di fase in una corrispondente modulazione di fase (°)
		P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
10 000	0,05	100	2,5												20 000	2,9
5000	0,10	100	5,0												10 000	5,7
2500	0,20	99	9,9												5000	11,5
1000	0,50	93,8	24,2	3,1											4000	28,6
500	1,00	76,5	44,0	11,5	1,9										3000	57,3
250	2,00	22,4	57,7	35,3	12,9	3,4									2000	114,6
100	5,00	17,7	32,7	4,6	36,5	39,1	26,1	13,1	5,3	1,8					1600	286
50	10,00	24,5	4,3	25,5	5,8	21,9	23,4	1,4	21,7	31,8	29,2	20,7	12,3	6,3	1200	573

del segnale modulante. A titolo di esempio, si riportano nella tabella II [4] le ampiezze ed il numero delle frequenze laterali trasmesse in funzione della frequenza f_{00} del segnale, in un caso particolare in cui la deviazione massima della frequenza effettiva istantanea [5] dal suo valor medio sia di $\pm$ 500 Hz, cioè sia $k_f f_0 = 500$ Hz. Nell'ultima colonna sono le variazioni di fase per una corrispondente modulazione di fase (per esempio ad una modulazione di frequenza con $m_f = 0{,}05$ corrisponde una modulazione di fase con $m_p = 0{,}05$ radianti, cioè 2,9°). La tabella mostra il notevole accrescimento del numero delle frequenze laterali prodotte, per i più bassi valori della frequenza modulante, se per ovviare a questo inconveniente, si abbassasse il valore di m_f ponendo per esempio $k_f f_0 = 100$ Hz, capiterebbe che per le più alte frequenze di modulazione si otterrebbero frequenze laterali non soltanto molto diminuite di numero ma anche molto diminuite di ampiezza, cioè si avrebbe una percentuale di modulazione troppo bassa. Questo esempio dimostra che diventa necessario, in sede di progetto, un opportuno compromesso fra la larghezza della gamma delle basse frequenze che si vogliono trasmettere e la massima deviazione di frequenza prodotta, per fare in modo che la prima non sia troppo piccola e la seconda troppo grande.

Riassumendo, si deve affermare che, per una stessa intensità del segnale di frequenza f_{00}, l'invariabilità del numero e delle ampiezze delle frequenze laterali dalla frequenza modulante, nella modulazione di fase, e la variabilità invece delle stesse nella modulazione di frequenza, determinano la differenza fisica tipicamente sostanziale tra le due modulazioni. È importante però notare, per comprendere i sistemi americani di trasmissione che saranno descritti in sèguito, che si può passare da una modulazione all'altra in questo modo: se da quella di fase si vuol passare a quella di frequenza, bisogna che $m_p = k_p \Phi_0$ diventi inversamente proporzionale alla frequenza del segnale modulante, ciò che si ottiene facendo l'ampiezza di quest'ultimo inversamente proporzionale alla propria frequenza. Per ottenere il passaggio inverso, bisogna che $m_f = k_f f_0 / f_{00}$ diventi indipendente dalla frequenza modulante, cioè che l'ampiezza del segnale sia direttamente proporzionale alla propria frequenza.

4. La fondamentale differenza di cui sopra, si riflette sulla definizione e sul significato di percentuale di modulazione In quella di fase, essa si può definire, come è stato proposto dal Roder, col rapporto:

---

(4) Tolta da H. RODER: Amplitude, phase, and frequency modulation - Proc. I R E., 1931, XIX, p. 2145

(5) Essendo qui la frequenza variabile nel tempo, bisogna, per esattezza, parlare di « deviazione della frequenza istantanea ». In sèguito, per concisione, e poichè il concetto fisico è chiaro, si dirà sempre soltanto « deviazione di frequenza » intendendo quanto sopra.

$$M\,\% = \frac{2 \times \text{Ampiezza della prima frequenza laterale}}{\text{Ampiezza della portante}} \times 100\,\% ;$$

in analogia con la modulazione di ampiezza, dove infatti il doppio dell'ampiezza della frequenza laterale, ossia $(1/2)\,k_a A_0 \times 2$ [4], è uguale all'ampiezza $k_a A_0$ della funzione modulante. Questa definizione di M ha un significato generale in quanto il suo valore, variabile fra 0 e ∞ a seconda di m_p, non dipende però dalla frequenza f_{00}, quindi essa è applicabile anche nel caso di una modulazione complessa. Mentre tuttavia nella modulazione di ampiezza la percentuale M è proporzionale, per sua stessa definizione, all'ampiezza del segnale applicato, in quella di fase invece questa proporzionalità non esiste che per bassi valori di M: partendo dalla figura 1, si potrebbe ricavare, come ha fatto il Roder (⁴), che M, definito come sopra, è proporzionale a m_p, cioè al segnale f_{00}, finchè $m_p < 25^\circ$. Per $m_p = 30^\circ$ è $M = 55$ per cento e la deviazione dalla proporzionalità è del 2 o 3 per cento. La modulazione del 100 per cento si raggiunge con $m_p = 52^\circ$, ma a questo punto la deviazione dalla proporzionalità è già del 10 per cento, precisamente, se ci fosse proporzionalità assoluta, la percentuale M, invece di essere del 100 per cento, sarebbe soltanto del 90 per cento. Per valori molto grandi di m_p non si può più parlare neppure approssimativamente di proporzionalità. Ora, poichè quest'ultima sembra inscindibile dal concetto fisico di percentuale, o profondità, di modulazione, non fosse altro che per l'abitudine presa con la modulazione d'ampiezza, converrà servirsi della percentuale M, come sopra definita, solamente nel caso in cui la differenza di fase sia limitata, e cioè, praticamente, quando M non sia maggiore del 100 per cento.

Nella modulazione di frequenza l'ampiezza della prima frequenza laterale varia con f_{00} e quindi, volendo servirsi di M, bisogna accompagnare il suo valore con l'indicazione della frequenza del segnale. Perciò nel caso di suono o di parola non ha più senso parlare di profondità di modulazione nel senso sopra indicato. Per tale ragione si preferisce ormai negli Stati Uniti d'America una diversa definizione di M, meno rigorosa ma più atta all'immediata comprensione fisica del fenomeno: partendo dalla convenzione ormai accettata che la massima deviazione di frequenza della portante non superi i $\pm$ 75 000 Hz, si dice che la modulazione è del 100 per cento quando si sia raggiunta questa massima deviazione. Cioè si stabilisce che M sia proporzionale a $k_f f_0$, avendo il valore del 100 per cento per $k_f f_0 = 75\,000$ Hz.

La misura della deviazione di frequenza è possibile ed è stata proposta (⁸) sfruttando la forma della funzione di Bessel $J_0(m_f)$, ossia la curva che rappresenta l'onda portante, al variare dell'indice di modulazione. Questa curva, come si può in parte comprendere dalla figura 1,

(⁸) M. G. Crosby, A method of measuring frequency deviation. R. C. A. Rev., 1940, IV, p. 473.

ha una spiccata rassomiglianza con una funzione cosinusoidale smorzata, e va quindi a zero per certi valori di m_f. La tabella III dà i primi venti valori di m_f per cui $J_0(m_f)$ è nulla. Servendosi di questi, la misura della deviazione di frequenza si determina così: si riceve la portante non modulata del trasmettitore in un apparecchio ricevente, dove si fa battere con l'onda di un oscillatore fisso, così da provocare una certa nota di battimento. Poi si comincia a modulare il trasmettitore con un generatore di bassa frequenza tarato, senza variare la frequenza del segnale, ma aumentandone gradualmente l'ampiezza: contemporaneamente la nota di battimento nel ricevitore diminuisce d'intensità fino a sparire del tutto quando l'ampiezza della portante, cioè di $J_0(m_f)$, diventa nulla per la prima volta. A questo punto la deviazione di frequenza è $k_f f_0 = 2{,}40\ f_{00}$.

Aumentando ancora la tensione modulante, il battimento ricompare, aumenta, raggiunge un massimo, diminuisce e di nuovo scompare; per questo secondo punto di zero è $k_f f_0 = 5{,}52\ f_{00}$. E così si procede, fino a quando è necessario.

Si può in tal modo fare una taratura fra l'ampiezza del segnale modulante e la deviazione di frequenza prodotta nel trasmettitore, interpolando i valori intermedi fra due punti di zero.

Un altro metodo simile è quello di mantenere costante in ampiezza la tensione modulante e variarne la frequenza: la portante allora scompare per determinati valori di f_{00}. Per entrambi i metodi sono stati tracciati diagrammi che risolvono completamente il problema considerato ([7]).

TABELLA III

Punti di zero	m_f	Punti di zero	m_f
1	2,40	11	33,78
2	5,52	12	36,92
3	8,65	13	40,06
4	11,79	14	43,20
5	14,93	15	46,34
6	18,07	16	49,48
7	21,21	17	52,62
8	24,35	18	55,77
9	27,49	19	58,91
10	30,63	20	62,05

([7]) L. N. HOLLAND a. L. J. GIACOLETTO. Frequency deviation measurement of f. m. transmitters. « Electronics, 1941, XIV, p. 51.

5. - La differenza fisica fra le due modulazioni può essere più facilmente compresa tracciando per entrambe la distribuzione spettrale delle frequenze laterali in un caso particolare, al variare delle frequenze di modulazione. Il grafico è riportato nella figura 2.

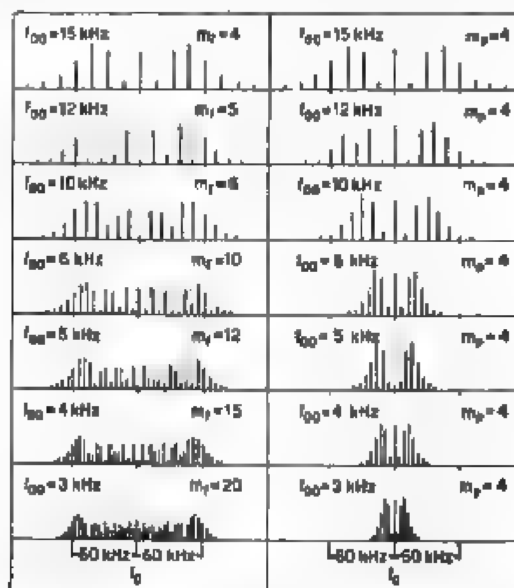


Fig. 2. — Distribuzione spettrale delle frequenze laterali in un'onda modulata in frequenza (a sinistra) e in una modulata in fase (a destra) al variare della frequenza di modulazione.

Si è supposto di modulare in frequenza una portante, in modo tale da provocare una deviazione massima di frequenza di $\pm$ 60 kHz. Per una frequenza modulante di 15 kHz, è $m_f = 4$. Si moduli la stessa portante in fase ponendo pure $m_p = 4$, cioè si dia al segnale un'ampiezza tale da permettere una variazione di fase di $\pm$ 4 radianti $= \pm$ 229,2°.

Allora, con indici di modulazione uguali e uguali frequenze f_{00} del segnale modulante, le due modulazioni dànno due spettri uguali di frequenza. Ma appena f_{00} varia, gli spettri variano sensibilmente. E precisamente: nella modulazione di fase, m_p rimanendo costante, il numero delle frequenze laterali così come le loro singole ampiezze rimangono pure costanti. Solo si restringe sempre più, al diminuire di f_{00}, il canale richiesto dalla trasmissione; poichè le frequenze laterali disegnate sono 14, esso passa da una larghezza di $14 \cdot 15 \cdot 10^3 = 21 \cdot 10^4$ Hz (per $f_{00} = 15$ kHz) ad un'altra di $14 \cdot 3 \cdot 10^3 = 42 \cdot 10^3$ Hz (per $f_{00} = 3$ kHz).

Nella modulazione di frequenza invece, al diminuire di f_{00}, aumenta $m_f = k_f f_0 / f_{00}$ ($k_f f_0 = 60$ kHz rimane costante perchè si suppone costante

l'ampiezza della tensione modulante). L'aumento di m_f porta con sè, come s'è visto, un accrescimento nel numero delle frequenze laterali; contemporaneamente, per il particolare andamento delle funzioni di Bessel, l'inviluppo delle ampiezze della portante e delle frequenze laterali, per un determinato valore di f_{00} non è in nessuna relazione fissa con l'inviluppo stesso per qualsiasi altro valore di f_{00}. Invece la larghezza del canale richiesto dalla trasmissione diminuisce molto meno che nella modulazione di fase, poichè il ravvicinamento tra le frequenze successive è in parte compensato dall'aumento del loro numero. Nel caso della figura 2, per $f_{00} = 15$ kHz vi sono 14 frequenze laterali: la larghezza complessiva del canale è $14 \cdot 15 \cdot 10^3 = 21 \cdot 10^4$ Hz, per $f_{00} = 3$ kHz vi sono 48 frequenze laterali: la larghezza complessiva del canale è $48 \cdot 3 \cdot 10^3 = 144 \cdot 10^3$ Hz.

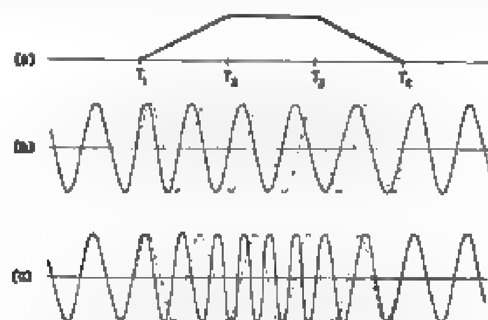


Fig. 3. — La modulazione di fase (*b*) e la modulazione di frequenza (*c*), risultanti da un'onda modulante trapezoidale (*a*).

Vogliamo ancora ribadire la differenza tra le due modulazioni in una condizione più vicina alla realtà della trasmissione, in cui l'onda modulante ha forma complessa, cioè è la risultante di un gran numero di onde a forma sinusoidale: per semplicità si supponga ora che essa sia di forma trapezoidale e pertanto risultante anch'essa di un numero molto grande (teoricamente infinito) di componenti sinusoidali (fig. 3); per comodità d'analisi la modulazione si inizi quando è $t = 0$. Allora, nell'intervallo T_2-T_1, si ha, per la modulazione di fase, $\Phi = k_1 t$ e quindi $i = A_0$ sen $(\omega_0 + k_1)t$. Ne consegue che, appena ha inizio la modulazione, la frequenza passa istantaneamente dal valore ω_0 (2π) al valore $(\omega_0 + k_1)$ (2π) e rimane costante su questo nuovo valore per tutto l'intervallo T_2-T_1. In T_2 la fase è avanzata di un angolo di $k_1 (T_2 - T_1)$ radianti. Nell'intervallo T_3-T_2 la fase rimane costante sul valore che aveva in T_2, e la frequenza ritorna ad essere quella primitiva $\omega_0/(2\pi)$ della portante non modulata. Nell'intervallo T_4-T_3 la fase ritarda progressivamente e la frequenza acquista il valore costante $(\omega_0 - k_1)/(2\pi)$ fino a che in T_4 l'onda ritorna ad essere quella portante non modulata. L'ampiezza del segnale modulante o l'intervallo T_2-T_1 possono essere

tali che in T_2 la fase sia avanzata esattamente di un multiplo di 2π radianti: in tal caso nell'intervallo T_3-T_2 l'onda modulata sarebbe coincidente con l'onda portante non modulata nello stesso intervallo, e nessuna misura fisica potrebbe notare una qualsiasi differenza tra le due.

Nella modulazione di frequenza si può scrivere: $\omega = \omega_0 + k_2 t$ per l'intervallo T_2-T_1. Allora $\varphi = \int (\omega_0 + k_2 t)\, dt = \omega_0 t + k_2 t^2/2$ da cui $e = A_0 \operatorname{sen} (\omega_0 + k_2 t/2) t$. Quindi ora la frequenza aumenta continuamente per tutto l'intervallo T_2-T_1. In T_2 essa assume il valore $[\omega_0 + k_2 (T_2 - T_1)/2]/(2\pi)$ che resta costante per l'intervallo T_3-T_2; da T_3 a T_4 la frequenza diminuisce di nuovo gradualmente fino a raggiungere in T_4 nuovamente il valore della portante non modulata.

6. - Malgrado la differenza fra le due modulazioni, messa in evidenza da queste considerazioni, la loro rappresentazione vettoriale è uguale,

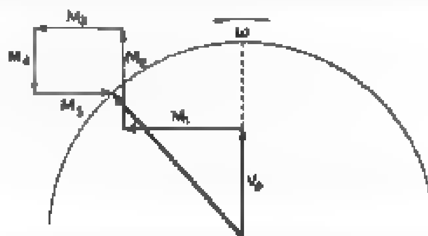


Fig. 4. — Rapporti di fase fra il vettore portante $V_p = A J_0(m_p)$ ed i successivi vettori di modulazione M di un'onda modulata in fase, in un particolare istante.

pur essendo diversa da quella della modulazione in ampiezza. Per quest'ultima la [3] dice che ad un vettore di ampiezza massima (portante) A_0 si aggiunge in fase un altro vettore detto « di modulazione » di ampiezza massima $k_a A_0$, e istantanea $k_a A_0 \operatorname{sen} \mu_0 t$. Per le altre due modulazioni invece, la [12] dice che il vettore rappresentativo dell'onda modulata è la risultante vettoriale del vettore portante di ampiezza massima $A_0 J_0 (m_p)$ (usiamo qui m_p indifferentemente per m_p o m_f) più il primo vettore di modulazione d'ampiezza massima $2A_0 J_1(m_p)$ e istantanea $2A_0 J_1 (m_p) \operatorname{sen} \mu_0 t$ spostato di 90° rispetto al precedente, più il secondo vettore di modulazione, d'ampiezza massima $2A_0 J_2 (m_p)$ e istantanea $2A_0 J_2 (m_p) \cos 2\mu_0 t$ in fase con la portante, più il terzo vettore di modulazione d'ampiezza massima $2A_0 J_3 (m_p)$ e istantanea $2A_0 J_3 (m_p) \operatorname{sen} 3\mu_0 t$ spostato di 90° rispetto alla portante, e così via. La rappresentazione è data nella figura 4, limitata alle cinque prime frequenze laterali, in essa si è posto il quarto vettore di modulazione rivolto verso il basso e il quinto rivolto da sinistra a destra, cioè corrispondenti entrambi a valori negativi: si è cioè tracciato il diagramma vettoriale in un istante tale per cui $\operatorname{sen} \mu_0 t$, $\cos 2\mu_0 t$, $\operatorname{sen} 3\mu_0 t$, sono maggiori di 0 mentre $\cos 4\mu_0 t$ e $\operatorname{sen} 5\mu_0 t$ sono minori di 0. Ciò avviene nell'intervallo $45° > \mu_0 t > 36°$.

nel quale dunque, rispetto al vettore portante, il primo e il terzo vettore di modulazione sono in anticipo di 90°, il secondo è in fase, il quarto è spostato di 180°, il quinto è in ritardo di 90°. Questa distribuzione è destinata, al variare dell'istante considerato, a cambiare, per assumere tutte altre possibili configurazioni; ma, poichè in ogni istante i vari vettori si devono disporre in modo che la loro risultante sia sempre uguale ad A, dato che nelle modulazioni di fase o di frequenza l'ampiezza dell'onda rimane costante, ci sarà sempre un certo numero di vettori di modulazione positivi e un certo numero di negativi, salvo che per $t = 0$ e per $\mu_a t = 180°$ valori per i quali sussistono soltanto le frequenze laterali pari, in fase con la portante e tutte positive.

Per la necessità che il vettore risultante termini sempre su di un cerchio di raggio uguale ad A, risulta evidente, dalla rappresentazione vettoriale, il fatto che, nella modulazione di fase, tanto maggiori sono gli spostamenti di fase, tanto più numerose devono essere le frequenze laterali, come si è visto più sopra. Risulta pure che, anche per spostamenti molto piccoli, sussistono alcuni altri vettori di modulazione oltre al primo (anche se minimi, così da non potersi quasi disegnare): se così non fosse il vettore risultante sarebbe modulato anche in ampiezza, perchè, invece di percorrere col suo estremo un tratto di circonferenza, percorrerebbe un segmento di retta.

Si supponga ora che l'indice di modulazione sia mantenuto ad un basso valore, e precisamente che la differenza di fase non sia maggiore di $\pm 30°$; allora, come si è già detto, i termini $J_2(m_p)$, $J_3(m_p)$, ... sono trascurabili, il termine $A_0J_0(m_p)$ rimane press'a poco uguale ad A_0 e il termine $A_0J_1(m_p)$ è proporzionale ad m_p, ossia al segnale modulante. Queste sono condizioni simili a quelle che si verificano nella modulazione di ampiezza. Se ne ricava la conseguenza che ci si può servire di quest'ultima per compiere una modulazione di fase, eseguendo semplicemente l'operazione di rotare, nell'onda modulata in ampiezza, il vettore di modulazione di 90° rispetto al vettore portante, occorre però che il rapporto di grandezza fra i due vettori sia tale che, una volta eseguita detta operazione, l'angolo che la risultante fa con la direzione primitiva non superi i $\pm 30°$. Di questa interessante particolarità si valgono precisamente talune trasmittenti americane, come si vedrà.

II. - I sistemi moderni di modulazione di frequenza.

7. - Il diagramma della figura 4, che rende bene la visione del fenomeno fisico della modulazione di fase, non consegue lo stesso scopo se impiegato per la modulazione di frequenza; in quest'ultima infatti lo spostamento di fase del vettore risultante raggiunge migliaia di gradi per ogni semionda del segnale modulante. Nella modulazione di frequenza non si è più tenuti ad un piccolo valore dell'indice m_f, anzi m_f deve necessariamente essere molto grande, l'essenziale è che la variazione della frequenza sia proporzionale all'ampiezza del segnale. Vuol

dire che, con m_f di valore molto elevato, vi saranno molte frequenze laterali e il canale impiegato per la trasmissione sarà molto largo. Perciò si è costretti ad adoperare un'onda portante di frequenza non inferiore ai 40 ÷ 45 MHz, mentre la deviazione massima consentita della frequenza è già stata normalizzata negli Stati Uniti in ± 75 000 Hz. D'altra parte si è visto, ricostruendo lo spettro di frequenze, che al di là di questa massima deviazione di frequenza, l'ampiezza delle frequenze laterali diminuisce rapidamente, in modo che la maggior parte dell'energia dello spettro è contenuta in una banda all'incirca uguale al doppio della deviazione stessa; naturalmente la banda varia in larghezza al variare della frequenza del segnale f_{00}, e, per una stessa deviazione, si richiede una banda alquanto più larga per le frequenze modulanti più elevate, come si può vedere anche nella figura 2. Comunque sia, quello che interessa e che rende oggi praticamente attuabile la modulazione di frequenza, è che quasi tutta l'energia trasmessa si trova in un canale ben definito e di larghezza accettabile ([8]). Va notato che fin dai primordi della radio fu tentata la modulazione di frequenza, ma senza alcun successo. Oggi si può affermare che, concettualmente, ciò dipese dal fatto di aver voluto comprimere la gamma delle audiofrequenze a 2 o 3 kHz, allo scopo di poter collocare un maggior numero di trasmettitori nel campo allora usuale delle onde medie.

Oggi il problema è stato risolto partendo da altre basi: si modulano le onde cortissime, per ogni trasmittente si impiegano canali di 100 ÷ 150 kHz e si allarga la gamma delle audiofrequenze che si vogliono riprodurre fino a 15 000 Hz, assicurando in tal modo la massima fedeltà alla trasmissione e alla ricezione.

Uscirebbe dai limiti imposti a questa nota parlare ora diffusamente dei vantaggi, ed eventualmente degli svantaggi, che questa nuova modulazione presenta nei riguardi di quella fin qui usata nei servizi di radiodiffusione. Al termine della nota verranno brevemente accennate le ragioni per le quali con la modulazione di frequenza s'è potuto ottenere una notevole diminuzione di disturbi, tanto atmosferici che industriali. Gioverà invece qui accennare ad un altro elemento favorevole, e precisamente il basso costo di produzione dei trasmettitori e il risparmio conseguibile nel loro esercizio. Anche prima di avere descritto i sistemi di trasmissione ormai consacrati da una breve ma decisiva esperienza, è facile rendersi conto del fatto che la costanza di livello della corrente portante, durante la modulazione, porta con sè una forte economia nelle dimensioni dei tubi impiegati. Salvo che negli amplificatori finali di potenza, tutti i tubi e i vari componenti adoperati possono essere quelli normalmente usati per i radioricevitori, mentre le tensioni continue applicate non superano i 200 V, eccetto che nello stadio finale. Ne deriva che l'intera parte modulatrice fino allo o agli stadi finali,

([8]) R. J. PIERACCI, A frequency-modulation monitoring system - Proc. I. R. E., 1940, XXVIII, p. 374.

non è più grande di un ordinario ricevitore a otto o dieci tubi, ivi compresa l'alimentazione: essa è inoltre costruttivamente invariata per potenze fra 1 e 50 kW e l'unica differenza per trasmettitori di diversa potenza, entro questi limiti, sta nel numero degli stadi di potenza aggiunti, che va da uno a tre. Questi ultimi a loro volta possono essere costituiti con tubi di dimensione o di emissione elettronica ridotta, perchè non è più necessario, come nel caso della modulazione di ampiezza, di tener conto dell'aumento di quattro volte nella potenza dell'onda portante durante i picchi di modulazione al 100 per cento. Molti tubi di potenza che non sarebbero più servibili in una trasmittente a radiodiffusione attuale, funzionerebbero ancora bene per centinaia d'ore in servizio di modulazione di frequenza. Inoltre questa si presta benissimo per l'impiego di amplificatori, di potenza o non, in classe C in quanto non c'è da tener conto della distorsione armonica: ecco un'altra economia. Per queste ragioni, come per il fatto che il livello della portante non varia durante la modulazione, una trasmittente simile richiede, per funzionare, una potenza elettrica che è meno della metà di quella richiesta da una trasmittente a modulazione d'ampiezza a parità di potenza trasmessa. Dal punto di vista costruttivo questi vantaggi coprono largamente le maggiori complicazioni inerenti alla necessità di filtrare le tensioni d'alimentazione con molta accuratezza per evitare ogni possibile modulazione d'ampiezza, e di schermare rigorosamente parecchi circuiti a radiofrequenza particolarmente delicati.

8. - I due sistemi moderni di modulazione di frequenza derivano direttamente dai due sistemi con i quali si rende possibile la proporzionalità fra la deviazione della frequenza e l'ampiezza del segnale modulante. Il primo di essi in ordine di tempo rappresenta l'invenzione fondamentale di E. H. Armstrong (9) (10) e data dal 1935. Esso consiste in questo: si modula in fase una frequenza non molto elevata, mantenendo una esatta proporzionalità fra l'ampiezza del segnale e lo spostamento di fase, e non spingendo quest'ultimo oltre i $\pm 30^{\circ}$, poi si moltiplica la frequenza stessa per qualche migliaio, con che anche tale spostamento risulta moltiplicato per altrettanto. Questo procedimento rappresenta una modulazione di frequenza qualora sia contemporaneamente soddisfatta la condizione già ricordata che, nella modulazione di fase di cui sopra, m_p sia inversamente proporzionale alla frequenza del segnale modulante. Cioè, a parità di tensione del segnale, lo spostamento di fase del vettore risultante dev'essere tanto minore quanto maggiore è la frequenza del segnale stesso. Allora, volendo per esempio modulare

(9) E. H. Armstrong. A method of reducing disturbances in radio signaling by a system of frequency modulation - Proc. I. R. E., 1936, XXIV, p. 689.

(10) D. L. Jaffe: Armstrong's frequency modulator - Proc. I. R. E., 1938, XXVI, p. 475.

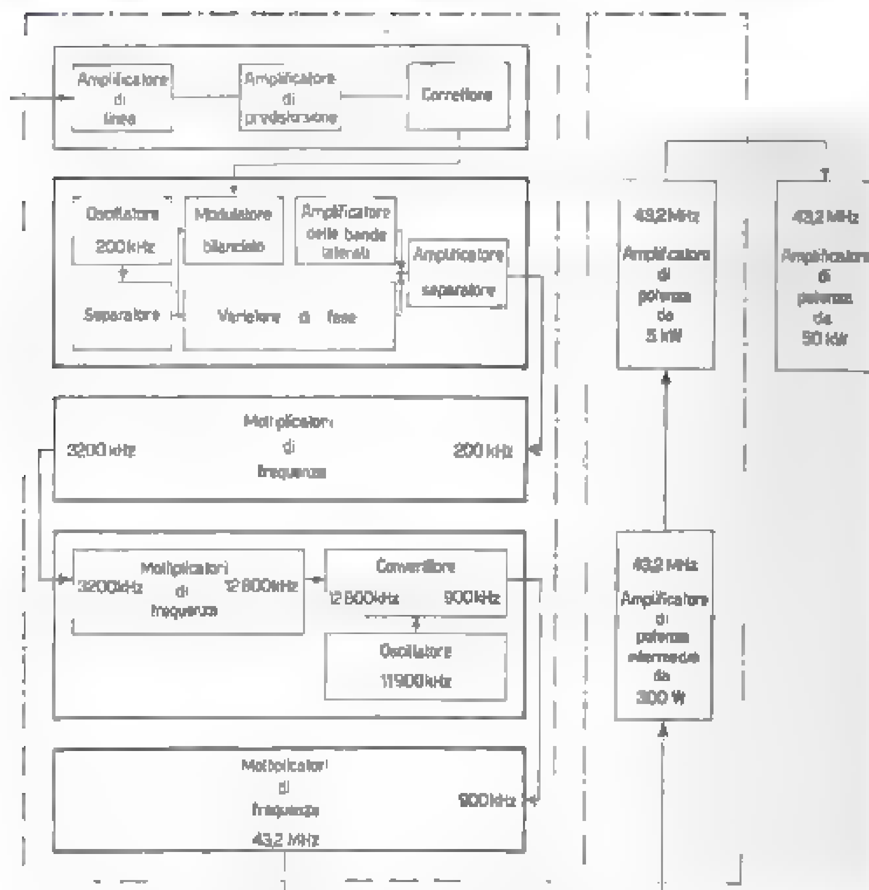


Fig. 5. — Schema costruttivo di un trasmettitore con modulazione in frequenza, secondo il sistema Armstrong.

con la gamma di basse frequenze comprese fra 30 e 15 000 Hz; per 30 Hz il massimo spostamento di fase consentito è, come si è visto, di 30° e per 15 000 Hz è di $30° \cdot 30/15\,000 = 0{,}06°$. Nel primo caso $m_p = 0{,}52$, nel secondo $m_p = 0{,}001$ radianti. Vediamo quale deve essere il fattore di moltiplicazione perchè la deviazione massima di frequenza non superi i $\pm$ 75 000 Hz. Con $f_{00} = 30$ Hz, l'indice di modulazione è $m_f = 75\,000/30 = 2500$, per avere $m_p = 2500$ bisogna moltiplicare 0,52 per 4807, con $f_{00} = 15\,000$ è $m_f = 75\,000/15\,000 = 5$, e per avere $m_p = 5$ bisogna moltiplicare 0,001 per 5000.

In un caso particolare che si descriverà ora, il fattore di moltiplicazione è 3072; assumendo ancora uno spostamento massimo di fase di

± 30°, cioè di ± 0,52 radianti, per il più basso valore della frequenza modulatrice, m_f viene ad avere, dopo la moltiplicazione il valore di 1597,44 (= 3072 · 0,52). Perciò ora la più bassa audiofrequenza che si può trasmettere, senza che la massima deviazione di frequenza superi i ± 75 000 Hz, è f_m = 47 Hz (m_f = 75 000/47 = 1597,44). Sarebbe indubbiamente desiderabile che questa frequenza limite fosse più bassa, 30 ÷ 35 Hz, d'altra parte non si è creduto opportuno aumentare il fattore di moltiplicazione molto oltre i 3000. Perciò questo troppo alto valore della più bassa audiofrequenza che si può trasmettere è certamente un inconveniente del sistema. All'altra estremità della gamma le cose vanno meglio. Infatti, assumendo come la più alta audiofrequenza desiderabile 15 000 Hz, lo spostamento massimo di fase per questa frequenza è ± 0,52 · 47/15 000 = 0,0016 radianti, e diventa, dopo la moltiplicazione, ± 4,915 radianti (= 3072 · 0,0016). La deviazione di frequenza relativa sta nei limiti permessi, in quanto è 73 725 Hz (m_f = 4,915 = 73 725/15 000).

Descriviamo ora brevemente le trasmittenti americane che adoperano il sistema Armstrong, più specificatamente quelle di Nuova York dove, a metà del 1940, ne esistevano già quattro. Seguendo lo schema costruttivo riportato nella figura 5 a sinistra in alto si trova un amplificatore della linea microfonica a cui fa seguito un altro detto « di predistorsione ». Questo è un particolare che non manca mai in nessuna trasmittente modulata in frequenza, ha lo scopo di permettere una ricezione ad alta fedeltà libera da rumori. Infatti si è trovato che la maggior parte del disturbo che accompagna una trasmissione ad alta fedeltà si trova nella zona fra i 5000 e i 15 000 Hz, mentre queste stesse frequenze provenienti dal programma che si vuole trasmettere hanno ampiezze molto minori che quelle fra i 30 e i 5000 Hz ne deriva che la ricezione delle frequenze più alte è di solito coperta dall'alto livello dei rumori. L'amplificatore di predistorsione ha lo scopo di esaltare in trasmissione le note più alte: il ricevitore a sua volta sarà fatto in modo da essere meno sensibile per queste stesse frequenze, e il risultato sarà un notevole guadagno nel rapporto segnale/rumore. Questo artificio potrebbe anche usarsi nelle trasmittenti modulate in ampiezza se non ci fosse il pericolo dell'interferenza tra canali adiacenti (per le onde medie particolarmente) e se non ci fosse per esse un livello di disturbi tale da sconsigliare una trasmissione a fedeltà molto spinta. Invece per le trasmittenti modulate in frequenza, operanti sui 40-50 MHz non c'è pericolo di interferenze, mentre la ricerca dell'alta fedeltà discende naturalmente dal loro pregio principale che è quello di assicurare una ricezione praticamente libera da disturbi.

Dopo l'amplificatore di predistorsione se ne trova un altro detto di « correzione » in cui l'ampiezza del segnale modulante diventa inversamente proporzionale alla propria frequenza, è questa la condizione a cui abbiamo accennato prima per il passaggio dalla modulazione di fase a quella di frequenza.

Il pannello successivo è quello della modulazione di fase. Essa è ottenuta partendo da una modulazione di ampiezza e rotando di 90° il vettore di modulazione secondo quanto fu già detto nel § 6. Il dispositivo pratico è il seguente un oscillatore a cristallo a 200 kHz, con controllo di temperatura, ha l'uscita divisa in due parti. una va ad

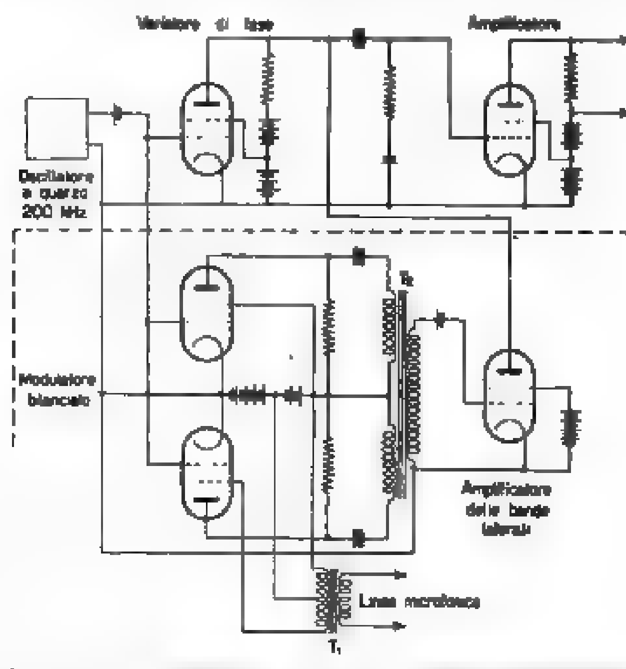


Fig. 6. Schema di principio del complesso modulatore, nel trasmettitore modulato secondo il sistema Armstrong.

un amplificatore con un accoppiamento tale che la fase all'uscita differisca di 90° rispetto a quella all'entrata, l'altra è modulata in ampiezza per mezzo di un modulatore bilanciato che sopprime la frequenza portante originale lasciando soltanto le bande laterali. Queste dopo amplificazione, si ricombinano con la portante rotata di 90° secondo un rapporto di ampiezza tale da dar luogo ad una modulazione di fase che, al più, raggiunge i ± 30°, con buona linearità rispetto all'ampiezza del segnale modulante

Nella figura 6 è uno schema di principio del complesso modulatore. La linea microfonica, dopo il passaggio attraverso il correttore, alimenta per mezzo del trasformatore T_1 un modulatore bilanciato, che modula la frequenza portante di 200 kHz dell'oscillatore a quarzo I circuiti di placca dei tubi modulatori sono non reattivi per la portante e quindi le

loro correnti di placca sono in fase con le tensioni della griglia di comando. Dando tensione alle griglie schermo mediante il trasformatore T_1, si modula in ampiezza l'onda portante in ciascuno dei due tubi, e perciò nei rispettivi circuiti di placca si vengono a trovare delle correnti rappresentabili con il vettore portante più il vettore di modulazione. Agli effetti però della tensione indotta sul secondario del trasformatore T_2, cioè sulla griglia del tubo seguente, i due vettori portanti sono in opposizione e si eliminano, mentre i due vettori di modulazione sono in fase e si sommano: allora essi si amplificano e poi vanno a comporsi con la portante spostata di 90° nel circuito di placca del tubo variatore di fase della portante. La modulazione di fase di ± 30° al massimo che così ne nasce, corrisponde, come s'è detto, ad una deviazione di frequenza così piccola che occorre moltiplicarla attraverso una serie di duplicatori di frequenza, allo scopo di provocare la richiesta deviazione di frequenza nell'onda trasmessa.

Di conseguenza la frequenza iniziale di 200 kHz viene portata a 12,8 MHz attraverso una catena di sei duplicatori (fig. 5); a questo punto non conviene continuare la moltiplicazione fino al limite stabilito perchè si aumenterebbe di troppo la radiofrequenza finale da trasmettere. Perciò mediante un secondo oscillatore a quarzo, si converte la frequenza portante da 12,8 MHz a 900 kHz (con la quale operazione non varia la deviazione di frequenza) e in sèguito si fanno altre quattro duplicazioni e finalmente una triplicazione di frequenza, di modo che questa raggiunge il valore finale di 43,2 MHz.

La potenza di uscita dell ultimo moltiplicatore è di 10 W, sufficiente per pilotare un amplificatore di potenza intermedio a 300 W, oltre il quale se ne trovano uno o più di potenza in classe C.

Un vantaggio della disposizione descritta è che, volendosi cambiare il valore della frequenza di trasmissione, occorre soltanto cambiare l'oscillatore eterodina lasciando invariato tutto il resto, e particolarmente il pannello modulatore; inoltre il progetto e la costruzione in serie di quest'ultimo sono semplificati in quanto si basano sulla frequenza fissa del primo oscillatore a 200 kHz, che è indipendente dalla frequenza finale.

Requisito indispensabile di questo come di qualunque altro sistema di modulazione di frequenza, è la costanza assoluta della frequenza portante, in questo caso 43,2 MHz; cioè la deviazione di frequenza dovuta alla modulazione deve avverarsi intorno ad un valore centrale praticamente immutabile. Nel sistema Armstrong questa stabilità è assicurata, senza bisogno di altri artifici, dal primo oscillatore che è a quarzo con temperatura costante; va notato però che, nei riguardi della trasmissione, l'errore complessivo risulta essere una combinazione degli errori del primo e del secondo quarzo moltiplicati per i rispettivi fattori di moltiplicazione. Il risultato finale è stato comunque ottimo, nei trasmettitori americani a cui ci si riferisce, in quanto l'instabilità si è trovata almeno due volte minore di quella ammessa dalla Commissione Federale delle Comunicazioni degli S. U. A.

Inconvenienti, assolutamente secondari, del sistema sono (oltre a quello accennato prima, riferentesi alle basse frequenze): la relativa complicazione dello schema, il grande numero di tubi richiesti, la necessità di una schermatura scrupolosa dei vari circuiti, dato l'elevato fattore di moltiplicazione, schermatura che è ardua e che va a scapito dell'accessibilità dei vari organi.

9. - L'altro sistema di modulazione trova pure molti sostenitori, ed ha maggior semplicità di schema (11)

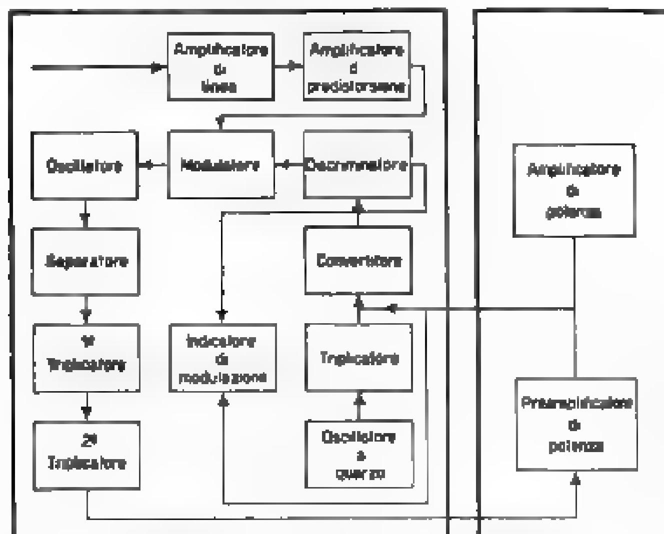


Fig. 7. — Schema costruttivo di trasmettitore con modulazione diretta di frequenza

Esso consiste nel variare direttamente la frequenza dell'oscillatore, accoppiando a quest'ultimo un tubo montato in modo da comportarsi come una reattanza di valore variabile a seconda dell'ampiezza del segnale a bassa frequenza applicato ad una sua griglia. La teoria di questi tubi a reattanza è troppo nota perchè qui la si ripeta (12) (13) (14), basti ricordare che applicando una tensione di modulazione ad una delle

(11) W. R. DAVID. F-M broadcast transmitters. Communications, 1940, XX (10) p. 8.

(12) D. E. FOSTER a. S. W. SEELEY. Automatic tuning, simplified circuits, and design practice - Proc. I. R. E. 1937, XXV, p. 289

(13) C. TRAVIS. Automatic frequency control - Proc. I. R. E., 1935, XXIII, p. 1125

(14) C. F. SHEAFFER. Frequency modulator - Proc. I. R. E., 1940, XXVIII, p. 66.

loro griglie in modo da variarne periodicamente la pendenza, si può ottenere una corrispondente deviazione della frequenza generata dall'oscillatore intorno al suo valore base con ritmo determinato dalla frequenza modulatrice applicata. Con questo metodo di modulazione diretta la deviazione di frequenza dipende soltanto dall'ampiezza e non dalla frequenza del segnale modulante. essendo infatti scartato il passaggio per la modulazione di fase, non occorre più, come nel sistema Armstrong una rete correttiva. Complessivamente i circuiti a radiofrequenza di un trasmettitore di questo tipo (fig. 7) consistono in un oscillatore, in un tubo a reattanza modulatore, in stadi moltiplicatori di frequenza, in amplificatori e in un circuito stabilizzatore di frequenza, che costituisce, in questo sistema, un particolare indispensabile e specialmente interessante. La stabilità si ottiene secondo il noto processo di comando automatico di frequenza ottenuto dal discriminatore del Seeley, cioè si comanda la pendenza del tubo modulatore, oltre che col segnale a bassa frequenza, anche con una tensione continua che si genera nell uscita del discriminatore ogni qualvolta la frequenza base scarta dal suo valore prefissato. È questa tensione continua che riporta in ogni caso al suo giusto valore la frequenza base generata, essa non deve però interferire con la modulazione di frequenza provocata dal segnale modulante. Perciò si deve mettere, tra l'uscita dal discriminatore e la griglia del tubo modulatore, un filtro il quale dia passaggio soltanto alle tensioni correttive aventi frequenze molto più basse che la più bassa frequenza del segnale da trasmettere.

In realtà per ottenere dal discriminatore un effetto di comando molto efficace, si usa applicare ad esso non direttamente la frequenza generata, ma la differenza tra questa e quella fissa di un distinto oscillatore a quarzo, cioè una media frequenza di valore molto basso. Allora cambiamenti percentualmente piccoli della frequenza base diventano percentualmente molto più grandi, e le tensioni di comando che si ottengono dal discriminatore ne risultano proporzionalmente aumentate.

Giova aggiungere che le instabilità di frequenza dovute a variazioni nelle tensioni di alimentazione possono venire neutralizzate usando, come modulatore, due tubi a reattanza invece che uno solo, montati in modo che uno di essi si comporti come un'induttanza e l'altro come una capacità [15]. I due tubi sono in parallelo al circuito oscillatorio, ma hanno entrate poste in controfase. Quando, per effetto del segnale microfonico, la pendenza S del tubo a reattanza induttiva aumenta l'induttanza equivalente al tubo (che è inversamente proporzionale a S) diminuisce, contemporaneamente la pendenza del tubo a reattanza capacitiva diminuisce. Perciò i due tubi agiscono nello stesso senso rispetto al circuito oscillatorio. Nei riguardi invece delle instabilità delle tensioni di alimentazione, i due tubi reagiscono in modo opposto perchè

---

[15] M. G. Crosby: Reactance-tube frequency modulators - R. C. A. Rev., 1940, V, p. 89.

la loro pendenza aumenta o diminuisce contemporaneamente, gli effetti si compensano rispetto al circuito oscillatorio, e la frequenza generata non ne rimane perciò influenzata.

Nella figura 7 è rappresentato lo schema costruttivo dei trasmettitori da 250 W della « General Electric », il quale, dopo quanto si è detto, non ha bisogno di altri commenti. Il complesso può eventualmente servire come eccitatore per i trasmettitori di maggior potenza. In questi trasmettitori è presente anche un indicatore elettronico del livello di modulazione, del tipo a raggi catodici; ad esso viene applicata tanto la bassa frequenza, che lo schema mostra presa dal discriminatore, quanto la radiofrequenza modulata, ricavandosene l'indicazione della deviazione di frequenza all'uscita del trasmettitore.

10. – Un sistema ancora più moderno e perfezionato di stabilizzazione è rappresentato da quello che si usa chiamare la « modulazione di frequenza sincronizzata » ([16]) Un oscillatore principale viene modulato con un tubo a reattanza e la sua frequenza è successivamente elevata per mezzo di duplicatori fino ad un valore finale che cade nella gamma più usata, quella fra 42 e 50 MHz. Questa stessa frequenza è pure demoltiplicata, in successivi stadi, da speciali divisori di frequenza (che saranno descritti in sèguito), in modo da essere ridotta a 5000 Hz.

Raggiunto questo valore finale, essa viene a battere in un tubo mescolatore con la frequenza fissa di 5 kHz prodotta da un oscillatore a quarzo; si utilizza opportunamente la corrente anodica del tubo mescolatore in modo da ottenerne un campo magnetico rotante, la velocità e il senso di rotazione del quale corrispondono all'entità e al segno della differenza fra le due frequenze applicate al tubo.

Una leggera armatura, collegata col condensatore del circuito oscillatorio principale di cui fa parte, segue il moto del campo magnetico rotante e tende a riportare il valore della frequenza generata al suo valore base prefissato, in corrispondenza del quale il valore finale della frequenza demoltiplicata è esattamente uguale alla frequenza dell'oscillatore a quarzo. Perciò in ogni caso, passando per la frequenza base, il campo magnetico rotante si annulla e l'armatura mobile si arresta. Pertanto tutti gli scorrimenti, anche molto ampi (si parla di qualche centinaio di migliaia di hertz), della frequenza base, dovuti alle solite cause ben conosciute, vengono rapidamente corretti. Invece le variazioni dovute alla modulazione, una volta demoltiplicate, corrispondono a spostamenti di fase di soli pochi gradi, e provocano soltanto rapide oscillazioni del campo magnetico intorno alla sua posizione media, le quali sono incapaci di far muovere l'armatura a causa dell'inerzia meccanica.

Questo sistema di stabilizzazione ha una precisione dello stesso ordine di grandezza di un oscillatore a quarzo, e ha tutti i vantaggi

[16] Synchronized frequency modulation - Communications, 1940, XX (8) p. 12

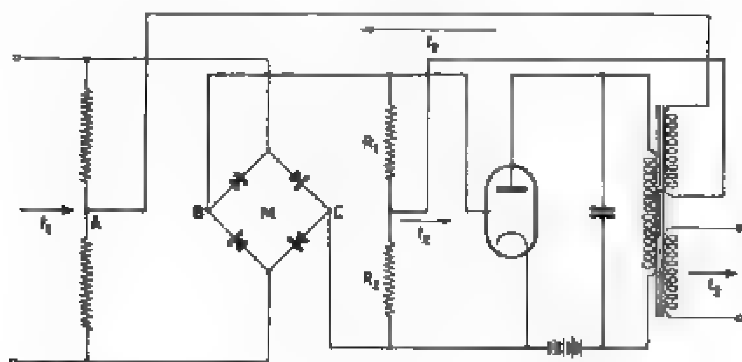


Fig. 8. — Circuito di un divisore di frequenza.

inerenti al fatto che il circuito di comando è influenzato soltanto dalla frequenza, e quindi non risente di ogni altra variazione.

Si descrivono ora brevemente i divisori di frequenza adottati, per l'interesse che presentano anche in altri campi di telecomunicazione.

Ogni divisore (fig. 8) consiste di un ponte, o modulatore, *M*, fatto con raddrizzatori ad ossido di rame adatti per alta frequenza (chiamati anche « Westector »), di piccolissime dimensioni, e di un tubo amplificatore. Per quattro stadi di suddivisione, i tubi si possono ridurre a due usando tubi multipli del tipo, per esempio, 6C8-G. La frequenza f_2 che appare all'uscita del modulatore è la differenza fra la frequenza riportata indietro dall'uscita, che è la stessa f_2, e la frequenza f_1 applicata all'entrata: cioè $f_2 = f_1 - f_2$, da cui $f_2 = f_1/2$. Il circuito oscillatorio di placca del tubo dev'essere naturalmente accordato sulla frequenza $f_1/2$: si ottiene così l'esatto dimezzamento della frequenza d'entrata.

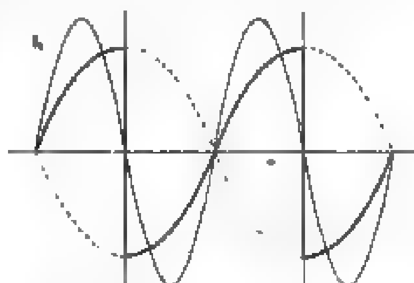


Fig. 9. — Forma dell'onda applicata al tubo del divisore di frequenza.

Per rendersi conto, fisicamente, del funzionamento di questo divisore di frequenza, occorre pensare che il punto *A* è equipotenziale con *B* durante un semiperiodo della frequenza f_1, e con *C* durante l'altro semiperiodo. Allora il circuito rigenerativo della frequenza $f_2 = f_1/2$ si chiude durante il primo e il terzo quarto di periodo attraverso la resistenza R_1 (o R_2), e durante gli altri due quarti di periodo attraverso la resistenza R_2 (o R_1). La tensione applicata alla griglia del tubo viene ad assumere la forma disegnata con tratto più marcato nella figura 9; si vede che la

frequenza f_2 è interrotta e rovesciata ad ogni semiperiodo della frequenza f_1, cioè esistono, applicate alla griglia del tubo, una frequenza f_2 e una frequenza f_1 che si può chiamare « d'interruzione ». Si sa che un circuito anodico oscillatorio accordato sulle frequenze $f_1 \pm f_2$ viene eccitato ed entra in risonanza ([17])

III. - Nuovo sistema di radiocomunicazione con modulazione di fase.

11. - Da quanto sopra risulta che la modulazione di frequenza, insieme coi suoi vantaggi indiscutibili, presenta anche una complessità di circuiti tale da renderla raccomandabile principalmente per grandi impianti fissi, ma molto meno per installazioni mobili, o di piccole dimensioni, quali ora sono sempre più necessarie per molteplici scopi bellici, o di polizia, o di soccorso e analoghi.

Non sarà pertanto inutile esporre un sistema di comunicazione con modulazione di fase che si ritiene potrà presentare notevoli vantaggi di semplicità e di trasportabilità rispetto a quelli descritti.

Il trasmettitore è rappresentato nella figura 10. Un oscillatore a quarzo a onde medie, 600 kHz per esempio, dà tensione alla griglia del tubo T_1 (vettore V_1), alla griglia del tubo T_2 è applicata la stessa tensione ma spostata di 90° (vettore V_2) Sul circuito oscillatorio di placca, comune ai due tubi, compare (amplificazione a parte) la tensione risultante (vettore V_r del diagramma vettoriale a) Modulando in controfase i due tubi mediante il trasformatore M e supponendo che l'amplificazione dei tubi sia proporzionale alle tensioni applicate alle griglie di modulazione, il vettore V_r si sposta come è indicato dai diagrammi vettoriali b e c. Per una modulazione d'ampiezza del 100 per cento, tale cioè che V_1 e V_2 variino dal doppio del loro valore in regime di modulazione, a zero, V_r si sposta di fase avendo come limiti l'asse delle ascisse e quello delle ordinate: si ottiene in questo caso una modulazione di fase di $\pm 45°$, a cui corrisponde, secondo la definizione data prima, una percentuale M dell'85 per cento circa. Essa è eccessiva, perchè s'è già detto che è bene limitarsi ad uno spostamento di fase di $\pm 30°$ ($M = 55$ per cento). Perciò la modulazione d'ampiezza deve essere inferiore al 100 per cento, e precisamente deve essere, per uno spostamento massimo di $\pm 30°$, del 58 per cento (diagramma e).

La modulazione di fase così ottenuta ha però l'inconveniente di essere anche, contemporaneamente, una modulazione di ampiezza. Infatti, assegnando ai vettori V_1 e V_2 il valore 1, in regime di non modulazione, il vettore V_r corrispondente è uguale a $\sqrt{2} = 1,41$; quando lo spostamento di fase è di 30°, V_r diventa uguale a $\sqrt{0,42^2 + 1,58^2} = 1,63$. Per ovviare, per quanto è possibile, a questo inconveniente, peraltro

([17]) H. BARKHAUSEN Les tubes à vide et leurs applications. Tome IV. Redresseurs et récepteurs - Dunod, Paris, 1940, p. 134

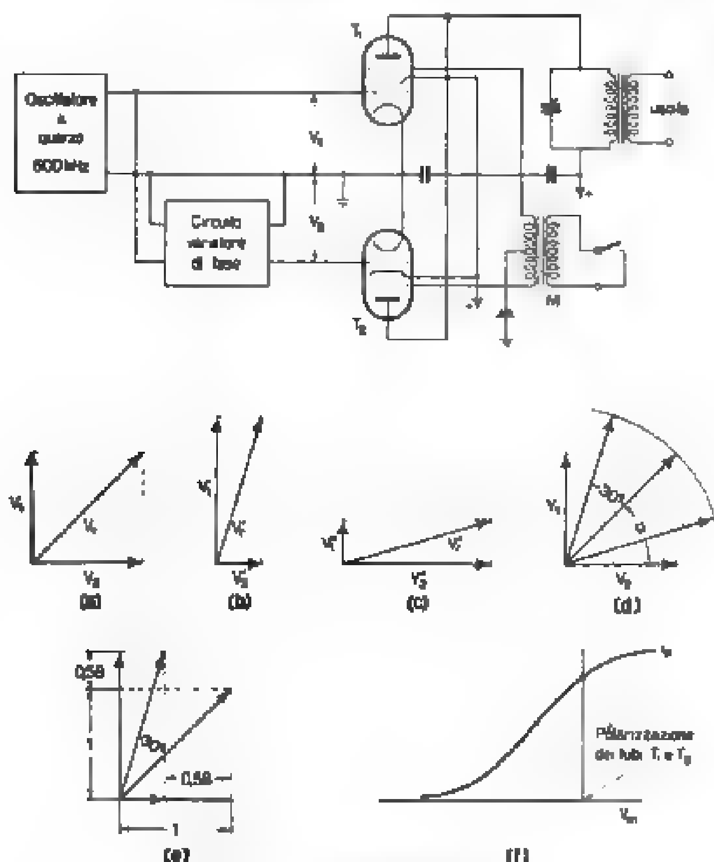


Fig. 10. — Modulatore di fase.

non molto grave, occorre riferirsi al diagramma vettoriale *d*. L'estremità del vettore V_r deve percorrere, per una modulazione di pura fase, l'arco di cerchio segnato. Per ottenere ciò, i vettori V_1 e V_2 devono variare rispettivamente come i seni e i coseni dell'angolo α, e poichè le variazioni di α sono proporzionali alle ampiezze istantanee del segnale modulante, se ne deduce che non ci deve più essere una relazione lineare tra le ampiezze istantanee dei vettori V_1 e V_2 e quelle del segnale modulante, bensì una relazione sinusoidale. Più semplicemente basterà notare che quando V_1 aumenta, per ogni uguale frazione di unità di tempo l'aumento deve diventare sempre minore, e quando invece V_1 diminuisce, la diminuzione deve diventare sempre maggiore. Così dicasi per V_2. In pratica, per riprodurre questo stato di cose, basta polarizzare i tubi in modo che non lavorino nel tratto di caratteristica in cui c'è propor-

zionalità tra la tensione applicata dal trasformatore M alle griglie di modulazione V_m e la corrente di placca, bensì in corrispondenza del gomito superiore, prima della saturazione, come risulta nel grafico f.

12. - Il metodo di ricezione è il seguente: nell'onda in arrivo, composta della portante e della sola prima banda laterale, cioè dei soli

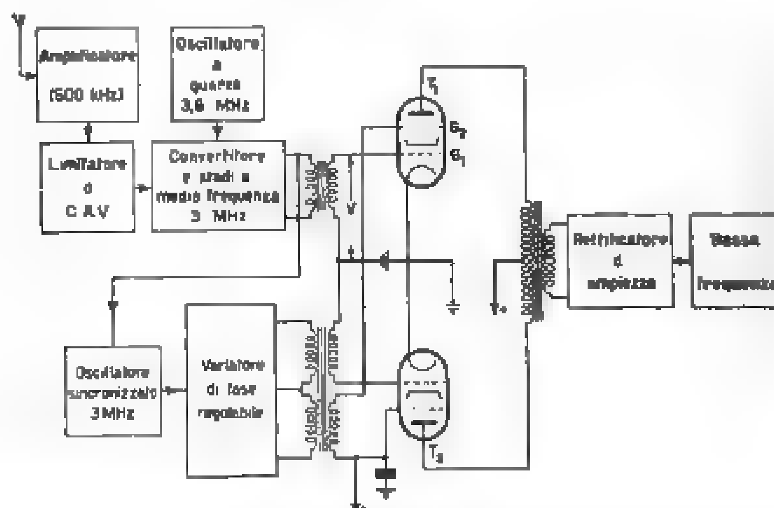


Fig 11. Schema di un ricevitore adatto alla modulazione di fase

termini $A_0 J_0(m_p)$, $+ A_0 J_1(m_p)$ e $- A_0 J_1(m_p)$ dello sviluppo in serie di Bessel, si annulla ad ogni istante la portante e se ne sostituisce ad essa un'altra, prodotta localmente ma spostata di fase di 90°. Si passa con ciò dalla modulazione di fase a quella di ampiezza, che poi viene rivelata nei modi usuali

Riferendosi allo schema della figura 11, l'onda in arrivo, dopo amplificazione, passa in un circuito limitatore (sempre presente anche negli attuali ricevitori per modulazione di frequenza) alla cui uscita l'ampiezza del segnale è costante e indipendente da eventuali variazioni di ampiezza del segnale in arrivo. Potrebbe forse anche bastare un comando automatico di volume (*C. A. V.*), molto pronto ed energico. Quindi la frequenza di 600 kHz viene trasformata, facendola battere con quella di un oscillatore a quarzo, al valore di 3 MHz, gli spostamenti di fase rimangono in questa operazione inalterati perchè la conversione di frequenza non agisce su di essi. La ragione di codesta trasformazione verrà spiegata in seguito

Una parte della tensione a 3 MHz, modulata in fase, è portata a sincronizzare un oscillatore separato, che è preferibilmente del tipo

chiamato «transitron» (18) (19) (20): un pentodo cioè del tipo 57 o 6C6, adoperato in modo da potersene ottenere una transconduttanza negativa (fig. 12). Questo oscillatore unisce alle doti di grande stabilità di frequenza ed eccellente forma d'onda, la facilità di essere portato al sincronismo con una f. e. m. esterna applicata fra i punti *AA*. Questa deve essere sufficiente per far mantenere il sincronismo di fase tra la frequenza prodotta e la frequenza sincronizzante, ma non tanto forte da permettere all'oscillatore locale di seguire la modulazione di fase della tensione sincronizzante. Ciò è perfettamente possibile ed è agevolato dall effetto di volano del circuito oscillatorio. La tensione d'uscita è perciò perfettamente sinusoidale. Essa viene portata ad una rete variatrice di fase tale da potersene ricavare due tensioni esattamente in quadratura, ma con fasi regolabili a volontà mediante una semplice manovra sulla rete stessa.

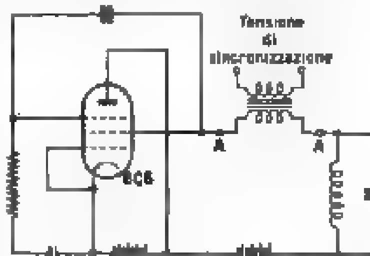


Fig 12. Schema di oscillatore « transitron »

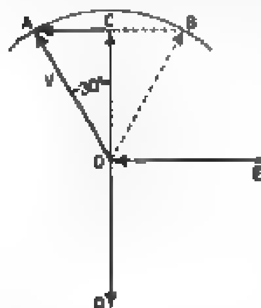


Fig. 13. — Vettori di tensione applicati al rettificatore del ricevitore, per una modulazione di fase di ± 30°.

La tensione applicata alla griglia G_1 del tubo T_1 (fig 11) è rappresentata dal vettore *V* della figura 13, che, per una modulazione di ± 30°, si sposta, col suo estremo, dal punto *A* al punto *B*, ad ogni semiperiodo di modulazione; esso è formato dal vettore portante $\overline{OC}$ e dal vettore di modulazione *CA*. Poichè si vuole che nel circuito d uscita dei due tubi venga ad annullarsi il vettore portante, alla griglia del tubo T_2 si deve applicare una tensione, ricavata dalla rete variatrice di fase, che, in ampiezza e in fase, sia uguale al vettore portante $\overline{OC}$, il quale può ritenersi praticamente costante durante la modulazione, come si è già detto. È facile stabilire la prima uguaglianza poichè l'ampiezza di *V* e quindi di $\overline{OC}$ è costante per via del tubo limitatore, per ottenere l'uguaglianza di fase basta, una volta stabilita

(18) C. BRUNETTI: A practical negative resistance oscillator - R. S. I., 1939 X, p. 85

(19) C. BRUNETTI, The transitron oscillator Proc. I. R. E. 1939, XXVII, p. 88

(20) P. BUDINI: Ricerche sperimentali su circuiti comprendenti bipoli a resistenza differenziale negativa di tipo N - A. F., 1939, VIII, p. 696

la comunicazione, variare lo spostamento di fase della tensione applicata al tubo T_2 mediante manovra sulla rete variatrice, fino ad avere il massimo di intelligibilità all'audizione Con questo, nei riguardi del secondario dello stadio in controfase, il vettore portante, applicato al tubo T_1, e il vettore applicato al tubo T_2 si elidono. Rimane, applicato al tubo T_1, il vettore di modulazione: ad esso si fa sommare un vettore, EO, automaticamente in fase, in quanto, essendo ricavato anch'esso dalla rete variatrice, è rotato di 90° rispetto al vettore applicato al tubo T_2, già posto in fase col vettore portante. La somma dei due vettori in fase, applicati alle due griglie di T_1, rappresenta, nei riguardi del circuito anodico, una modulazione in ampiezza, che poi si rivela nei modi usuali.

13. - Un vantaggio molto importante del sistema proposto sta nella stabilità di frequenza del trasmettitore, dovuta al quarzo. Quindi non c'è più bisogno dei complessi e delicati circuiti di stabilizzazione di frequenza descritti più sopra. Si è pensato tuttavia che l'instabilità di frequenza consentita al quarzo, sia pure piccolissima, avrebbe potuto compromettere il funzionamento del ricevitore. Infatti il « transitron » possiede un certo intervallo di sincronizzazione in cui la sua frequenza e la frequenza sincronizzante sono rigorosamente uguali: però queste condizioni non bastano, poichè per la ricezione occorre anche un perfetto sincronismo di fase.

Senonchè, nell'intervallo di sincronizzazione, l'angolo di fase fra le correnti di controllo e la corrente oscillatoria generata varia da 0° a 180° al variare della frequenza di comando ([11]), perciò ci sarebbe sempre il pericolo, malgrado la presenza del quarzo del trasmettitore, che la coincidenza di fase non fosse ottenuta: allora ne conseguirebbe una modulazione d'ampiezza estranea al segnale. Trasferendo invece l'onda in arrivo su di un valore di frequenza molto più alto, mediante battimento con un oscillatore a quarzo, quindi a sua volta molto stabile, l'intervallo di sincronizzazione diventa proporzionalmente più grande e perciò le eventuali variazioni di frequenza dell onda in arrivo, occupano in essa una zona così piccola da potersi ritenere che anche la coincidenza di fase sia pienamente raggiunta. Per di più, ad una frequenza più elevata di quella in arrivo, il « transitron » può mantenersi in passo con una tensione di comando molto più piccola e la sua tensione di uscita è esente del tutto dal pericolo di seguirne la modulazione di fase

La semplicità costruttiva del trasmettitore è aumentata dall'assenza di stadi moltiplicatori dopo la modulazione: la schermatura complessiva è anche molto ridotta. Siccome poi i tubi ed i circuiti usati nel

([11]) La constatazione di questo fatto ha portato ad un nuovo sistema di demodulazione di una portante modulata in frequenza. Si veda:

J R Woodyard: Application of the autosynchronised oscillator to frequency demodulation - Proc. I R. E., 1937, XXV, p. 612.

trasmettitore e nel ricevitore non sono molto dissimili, si intravvede la possibilità di poter mutare l'uno nell'altro con opportune commutazioni ed esclusioni, così da assicurare una comunicazione bilaterale con due soli apparecchi complessivamente: tale requisito è molto ricercato.

Perciò il campo d'applicazione della modulazione di fase, come sopra esposta, va ricercato negli impianti fissi o semifissi, ma più specialmente mobili, in cui il requisito principale sia la maggior compattezza e semplicità dell'insieme del trasmettitore e del ricevitore, e non già un'altissima fedeltà come quella che è consentita alle più perfezionate e laboriose installazioni di modulazione di frequenza; ed eventualmente in tutti i casi nei quali, per economia di peso e ingombro, occorresse trasmettere e ricevere con lo stesso apparecchio.

14. - Rimane da fare il confronto fra la modulazione di fase e quella di frequenza, nei riguardi della riduzione dei disturbi atmosferici e in genere di tutti quelli chiamati genericamente «statici», riduzione che è il massimo vantaggio assicurato dai nuovi sistemi di comunicazione.

Riferendoci, senza dilungarci, alle conclusioni esposte da altri autori ([22]) ([23]) ([24]), si può dire che l'energia di disturbo a radiofrequenza che può sopravvenire fra trasmettitore e ricevitore, non è, in un ricevitore modulato in frequenza, uniformemente distribuita in tutta la gamma delle frequenze udibili, al momento della riproduzione. E precisamente i disturbi sono, in tale ricevitore, resi minimi alle più basse frequenze, mentre aumentano più che proporzionalmente alle più alte frequenze ai limiti dell'udibilità. Ora, l'orecchio umano è più sensibile alle perturbazioni che si manifestano alle note basse anzichè a quelle che si presentano alle medie e alle alte, ossia è più sensibile proprio nella gamma dove la modulazione di frequenza abolisce o rende minimi i rumori disturbatori: questa fortunata coincidenza spiega una delle ragioni della superiorità della modulazione di frequenza sotto quest aspetto.

Un'altra ragione sta nel fatto che certi disturbi sono localizzati in una determinata larghezza di spettro, ossia incidono soltanto su di una certa banda di frequenza del segnale trasmesso. Ora, se la comunicazione che si ascolta è riprodotta da un ricevitore avente una larghezza di banda massima di 20 kHz (come nella modulazione d'ampiezza), un disturbo che incida sulla larghezza di banda di 1 kHz, per esempio, provoca una certa distorsione, ma questa sarà molto minore se la larghezza di banda massima consentita è di 150 kHz, come avviene per la modulazione di frequenza.

([22]) R. F. Guy a. R. M. Morris: NBC frequency modulation field test. R. C. A. Rev., 1940, V, p. 190.

([23]) C. H. Yocum: Frequency modulation - Communications, 1939, XIX (1), p. 5; 1939, XIX (12), p. 14.

([24]) D. C. Hierath: Noise rejection in frequency modulation - Q. S. T., 1940, XXIV, p. 47.

Queste considerazioni portano alla previsione che, sotto l'aspetto della soppressione dei rumori, la modulazione di fase proposta sarà probabilmente alquanto meno conveniente della modulazione di frequenza, in quanto la banda di frequenze trasmesse è simile a quella della modulazione di ampiezza. Rimane però sempre il vantaggio, rispetto a quest'ultima, di un rapporto molto più favorevole fra le ampiezze della portante e del disturbo, com'è stato constatato di recente.

Infatti prove di telecomunicazione con modulazione di fase sono già state compiute in America, soprattutto allo scopo di vedere se si poteva con questa mantenere tutti i vantaggi della modulazione di frequenza ed evitare invece i fenomeni di fortissima distorsione che si determinano in quest'ultima nei casi in cui l'onda sia trasmessa attraverso la ionosfera, e riflessa quindi a terra da altezze molto variabili. Ne dà notizia M. G. Crosby in una interessante nota ([25]). Da questa si può constatare che, mentre il trasmettitore descritto nel presente lavoro non differisce da uno dei tipi usati in America, ed esposti in codesta nota, il ricevitore è invece originale e si ritiene possa risultare più pratico e più semplice.

Dalla nota suddetta si sunteggiano qui le conclusioni più interessanti:

1) Le caratteristiche di propagazione della modulazione di fase sono sostanzialmente analoghe a quelle della modulazione di ampiezza, cosa che era da attendersi in quanto le caratteristiche delle bande laterali delle due modulazioni non sono del tutto dissimili.

2) Con la modulazione di fase si può ottenere una potenza nella portante quattro volte maggiore che nella modulazione di ampiezza, a parità di tubi impiegati. Questo guadagno (6 decibel) viene reso evidente in ricezione dal più favorevole rapporto segnale disturbo.

3) Durante la modulazione e la trasmissione, il disturbo produce uno spostamento di fase che è circa uguale, in radianti, al rapporto fra le ampiezze del disturbo e della portante.

4) Per uguali rapporti portante/disturbo, i rapporti segnale disturbo in ricezione sono all'incirca uguali nella modulazione di fase e in quella di ampiezza. Perciò sotto questo aspetto, il vantaggio presentato dalla modulazione di fase è soltanto dovuto all'aumento del rapporto portante disturbo, consentito per essa dall'aumento di 6 decibel nella potenza del trasmettitore.

([25]) M. G. CROSBY, Communication by phase modulation - Proc. I. R. E. 1939, XXVII, p. 126.

RECENSIONI

CIRCUITI, QUADRIPOLI, FILTRI.

E. HUDEC — **Disposizione dei filtri in un ricevitore di segnali telegrafici ed immagini.** (E. N. T., marzo 1941, XVIII, 3, pag 46-57, con 19 fig.)

Viene descritto uno speciale complesso per la ricezione nel campo delle onde corte (10-20 MHz) di segnali telegrafici e di immagini, trasmessi col sistema ad impulsi sviluppato dall'autore e descritto in numerose pubblicazioni precedenti. In queste era stato mostrato come sia

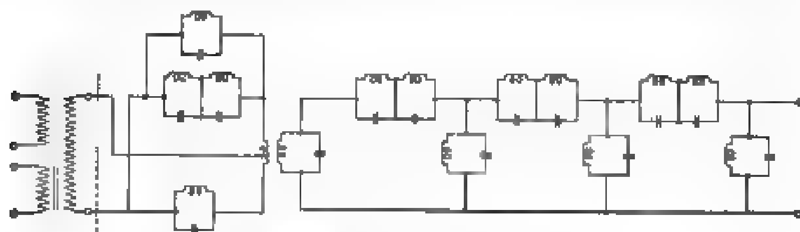


Fig. 1. — Filtro principale secondo Haesler.

sufficiente trasmettere uniformemente nei filtri del ricevitore una banda di ± 1400 Hz, viene allora studiato un ricevitore con tale banda passante e con fianchi della curva di selettività ripidissimi (pendenza 22 neper per kilohertz), in modo che a partire da ± 1800 Hz per qualunque segnale esterno sia garantita un'attenuazione di almeno 7 neper. Si possono in tale modo disporre tre trasmissioni telegrafiche contemporanee in un canale largo 10 kHz, poichè era già stato visto che per ogni comunicazione telegrafica è consentita una velocità di trasmissione di 200 baud, e quindi con essa si possono azionare sei normali telescriventi, si ha che col detto canale di 10 kHz si possono in totale far funzionare diciotto telescriventi.

Il ricevitore ha due successivi stadi a media frequenza rispettivamente a 1,5 MHz e 22,5 kHz; in corrispondenza del secondo è inserito uno speciale filtro studiato da Haesler, riprodotto nella figura 1, che fornisce la curva di selettività richiesta, mentre i precedenti organi

selettivi del ricevitore hanno sostanzialmente lo scopo di eliminare in modo completo immagini ed altre possibilità di trasmissione indesiderata.

Si hanno precisamente due stadi di amplificazione diretta (il primo con un silentodo), seguiti da un esodo per la prima conversione di frequenza; tre circuiti risonanti, con coefficienti di risonanza $\varepsilon = 150$ consentono di avere un rapporto d'immagine di circa 10 neper. L'oscillatore è separato ed in genere equipaggiato con quarzo a piccolo coefficiente di temperatura, essendo utile per il buon funzionamento dei filtri che la massima deviazione di frequenza sia inferiore a 100 Hz. Segue il primo stadio a media frequenza con due tubi amplificatori e, come organi selettivi, due filtri a tre circuiti accordati ed uno speciale filtro di eguagliamento a quattro circuiti accordati, in tale modo, pur non essendosi potuto conseguire per i singoli circuiti risonanti un ε migliore di 150, si è ottenuta la curva complessiva di risposta riprodotta nella figura 2. Seguono poi un triodo-esodo per la seconda conversione di frequenza con oscillatore comandato a cristallo, il secondo stadio a media frequenza con due tubi amplificatori ed il filtro prima descritto, e in ultimo il rivelatore a diodo ed uno stadio di bassa frequenza.

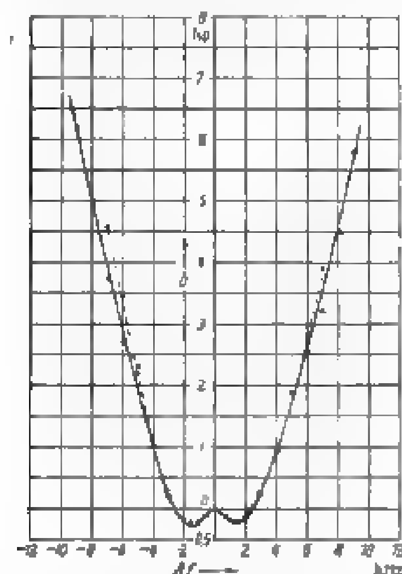


Fig. 2. - Curva di selettività del primo stadio a media frequenza.

La più piccola tensione d'ingresso ad alta frequenza non modulata, che procura un segnale distinguibile con sicurezza dai rumori di fondo, è dell'ordine di 0,4 μV. La sensibilità complessiva è regolabile, sia a mano, sia con apposito comando automatico con piccola costante di tempo. La selettività complessiva, sia nei riguardi di segnali prossimi in frequenza sia rispetto ad immagini ed altre possibili interferenze, ha corrisposto pienamente alle previsioni. Nei riguardi degli impulsi trasmessi poi, riferendosi ad una frequenza base di 200 Hz le componenti sino alla quinta armonica sono trasmesse uniformemente sia in ampiezza sia in fase, la sesta e la settima armonica (la settima, corrispondendo a 1400 Hz, è l'ultima trasmessa) subiscono una leggera distorsione principalmente di fase, ma la forma dell'impulso riprodotto è ancora pienamente soddisfacente.

Il complesso ricevente è stato usato nel collegamento Berlino-Buenos Aires ed ha completamente corrisposto alle aspettative. *G. C.*

MISURE

A. DITL — **Misura assoluta della tensione nel campo delle onde decimetriche.** (H F Techn. u. El. Ak., agosto 1941 LVIII, 2, pag 32-35, con 3 fig).

Per la misura assoluta di tensioni nel campo delle onde decimetriche si utilizza un voltmetro, tarabile con tensioni a frequenza acustica o addirittura con tensioni continue, che presenta errori piccoli e calcolabili nel campo d'onda di funzionamento. La misura della tensione viene riportata a due misure, una di corrente e l'altra d'impedenza, facilmente eseguibili anche nel campo delle onde decimetriche. È noto infatti come i voltmetri a diodo, anche se costruiti con accorgimenti e cautele speciali, entrino in risonanza per frequenze comprese fra i 300 e i 1000 MHz, così da fornire risultati erronei ove non se ne siano potute eseguire le curve di taratura

Il voltmetro in questione, illustrato nella figura 1, è costituito come un corto spezzone di conduttura coassiale, messo in corto circuito nella parte inferiore, aperto nella parte superiore, alla quale viene addotta la tensione da misurare Il conduttore esterno è un cilindro cavo di rame, quello interno un filo capillare di platino, la cui resistenza, per effetto del riscaldamento al passaggio della corrente, subisce un aumento: dalla misura di questo si deduce il valore della tensione.

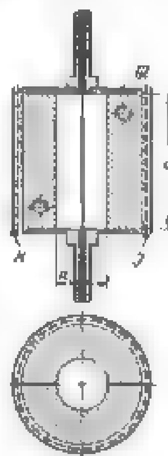


Fig. 1. — Voltmetro a filo capillare.

Il calcolo degli errori viene eseguito in appendice; le cause fondamentali d'errore sono quattro: l'effetto pellicolare, l'induttanza del filo di platino, la distribuzione disuniforme della corrente nel filo, l'irradiazione dall'estremità aperta dell'apparecchio.

Si sono usati diametri di filo da 1 a 2 micron, con lunghezze intorno al centimetro, cui competono resistenze comprese all'incirca fra 1800 e 460 Ω, operando con lunghezze d'onda fino a 20 cm. Il massimo diametro interno *a* del conduttore di ritorno è 4 mm e la massima lunghezza *d* 13 mm. In tali condizioni gli errori sono in parte trascurabili, in parte piccoli e perfettamente calcolabili, mentre è possibile, in circostanze opportune, compensare l'errore dovuto all'induttanza con quello introdotto dalla distribuzione disuniforme della corrente. Il filo di platino viene saldato nell'estremità inferiore entro la massa di rame e in quella superiore entro il terminale di rame che è sostenuto dalla piastra di mica *Gl*. Il conduttore di ritorno deve trovarsi effettivamente a potenziale zero: ciò si consegue mediante un condensatore isolato con polistirolo *J* e rivestito di rame *K*

Con il voltmetro descritto vennero tarati diversi voltmetri a diodo utilizzanti vari tubi speciali. Lo schema utilizzato è quello della figura 2 si vede come nella cassetta del trasmettitore sia contenuto anche il circuito accordato LC, che costituisce un corto circuito per la corrente continua. Mediante connessioni corte più che sia possibile la tensione vien quindi portata all'anodo del diodo D e al punto di misura del voltmetro a filo capillare. Il rivestimento di quest'ultimo e il catodo del diodo sono connessi allo schermo mediante opportuni condensatori, che ne garantiscono l'eguaglianza di potenziale. Infine il filo di platino è inserito in un circuito a ponte per corrente continua, in cui il galvanometro rivelatore è molto sensibile.

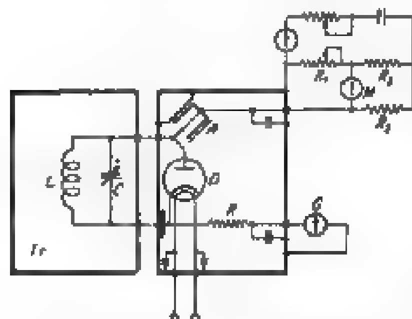


Fig. 2 — Taratura di un voltmetro a diodo con voltmetro a filo capillare.

La misura viene condotta come segue La cassetta del generatore è dapprima sostituita con un generatore di bassa frequenza provvisto di trasformatore e la tensione a frequenza acustica si misura mediante una termocoppia la caratteristica della variazione di resistenza del filo in funzione della tensione applicata si assume come curva di taratura del voltmetro a filo, quella della corrente del diodo in funzione della medesima grandezza si assume invece come curva di taratura del voltmetro a diodo. Connesso poi nuovamente il generatore a radiofrequenza, si accorda il circuito risonante LC e se ne varia la tensione ai capi finchè la variazione di resistenza del filo corrisponda ad una delle tensioni scelte come parametri. Si legge al tempo stesso la tensione indicata dal diodo e la si riporta in diagramma in funzione della frequenza

Applicando una tensione di 1 V e variando la frequenza si sono lette le indicazioni di numerosi diodi le cui curve vengono presentate in un unico diagramma. *C. E.*

MODULAZIONE E RIVELAZIONE.

K. Fraenz — **Trasmissione delle tensioni di rumore di fondo attraverso il rivelatore lineare.** (H. F. Techn. u. El. Ak., giugno 1941, LVII, 6, pag 146-151 con 7 fig)

Scopo del lavoro è la soluzione di due importanti problemi. 1) si può utilizzare un rivelatore lineare per la misura del rapporto fra la tensione del segnale e quella del rumore di fondo? 2) in che cosa differisce la distribuzione spettrale dell'energia all'uscita del rivelatore lineare da quella che si ricava dal rivelatore quadratico?

Attraverso calcoli alquanto laboriosi ed utilizzando funzioni speciali vengono risolti entrambi i quesiti: per il primo si dà una curva di taratura, per il secondo viene calcolata la distribuzione spettrale dell'energia, che risulta assai poco diversa da quella derivante da un rivelatore quadratico.

In un'ampia introduzione vengono esposti i procedimenti di calcolo seguiti nella trattazione e vengono dati con alcuni grafici i risultati conclusivi. Nei due successivi paragrafi viene dapprima studiata la misura, sempre con rivelatore lineare, del rapporto fra la tensione del segnale e quella del rumore di fondo e poi la trasmissione di una tensione di rumore senza portante.

Il rivelatore lineare con caratteristica spezzata, non rappresentabile mediante un'unica funzione analitica, non si può decomporre in una serie di potenze; d'altra parte le sue proprietà corrispondono molto bene a quelle del rivelatore pratico avente caratteristica pressochè lineare, cosicchè conviene affrontarne lo studio. Servono bene allo scopo gl'integrali singolari usati da W. R. Bennet (1), il più noto dei quali è il fattore di Dirichlet o funzione impulsiva.

Nella valutazione della sensibilità si tien conto del rapporto fra la tensione del segnale e quella del rumore di fondo; eseguendo le misure si determina sempre la media della tensione di rumore o della combinazione di questa con quella del segnale. Anche qui si deve determinare tale media, conoscendo la distribuzione probabilistica delle componenti di Fourier in cui viene decomposta la tensione d'entrata.

Si voglia in primo luogo tracciare la curva di taratura di un rivelatore lineare, per misurare il rapporto fra la tensione del segnale e quella del rumore di fondo. Con un rivelatore quadratico la taratura sarebbe facile, perchè chiamando V_s e V_r i valori efficaci di dette tensioni, esso fornisce il rapporto $(V_s^2 + V_r^2)/V_r^2$. In pratica si suppone che il rivelatore lineare fornisca la radice quadrata di questa grandezza: si può dimostrare che, con le ipotesi fatte, ciò avviene con buona approssimazione. Si dà quindi una curva di taratura, che reca in ascisse il rapporto fra la tensione del segnale e quella del rumore di fondo e in ordinate il rapporto fra le correnti prodotte in presenza ed in assenza di segnale.

In secondo luogo si vuole discutere la distribuzione spettrale della tensione del rumore di fondo a valle del rivelatore lineare. Applicandogli la tensione $v_1 = \text{sen}\, t$, si ottiene la tensione d'uscita $v_2 = |\text{sen}\, t|$, se esso è a due vie, con il noto sviluppo di Fourier

$$|\text{sen}\, t| = \frac{2}{\pi} \sum^{+} \frac{1}{1 - 4n^2}\, e^{j2nt},$$

che contiene soltanto armoniche pari. Con il rivelatore ad una via, invece, si ha $v_2 = (v_1 + |v_1|)/2$, cioè si aggiunge alle armoniche pari la

(1) W. R. Bennet: Bell S. T. J., 1933, XII, p. 228.

fondamentale come sola armonica dispari. Analogamente se v_1 è una pura tensione di rumore di fondo.

Si trova che gli spettri delle bande di frequenza della tensione d'uscita sono gli stessi che risulterebbero se la rivelazione invece di aver luogo attraverso un organo lineare fosse prodotta da un rivelatore quadratico o da uno della 4ª 6ª, 2nª potenza. Lo spettro totale della tensione d'uscita si ottiene linearmente dagli spettri delle singole bande ed il rapporto di combinazione è naturalmente indipendente dall'ampiezza della tensione d'entrata. È da notare inoltre che lo spettro quadratico supera tutti gli altri, sì da costituire il termine prevalente nella formazione dello spettro d'uscita.

Passando alla trattazione matematica, si ravvisa come particolarmente adatto a rappresentare il rivelatore lineare un certo integrale discontinuo, esteso nel piano complesso da $+\infty$ a $-\infty$, che rispetto al fattore di Dirichlet presenta il vantaggio di convergere uniformemente in Z. Introducendo l'espressione della tensione applicata, costituita dal segnale e dal rumore di fondo, tenendo conto dell'accennata distribuzione probabilistica delle componenti di Fourier ed eseguendo numerosi passaggi con trasformazioni di coordinate, si ottiene l'espressione finale della corrente di rivelazione. Essa è separata in due termini, dei quali l'uno o l'altro si può trascurare, secondo che prevalga la tensione del segnale o quella del rumore di fondo. Il secondo integrale conduce a funzioni di Bessel, il primo alla funzione confluente ipergeometrica, che si trova tabulata. Dei due termini che costituiscono la corrente vengono date le curve rappresentative.

Considerando infine la trasmissione della tensione di rumore di fondo in assenza di segnale, si osserva che la media delle componenti di Fourier della tensione d'uscita (in particolare della parte a bassa frequenza) è bensì nulla, ma non è nulla invece la media delle componenti lo spettro dell'energia. Essa viene calcolata e si ottiene infine l'espressione per la parte di bassa frequenza dello spettro d'uscita. Da essa si vede che praticamente, come si è detto, si deve considerare solo il termine che interviene anche nel rivelatore quadratico. *C. E.*

PROPAGAZIONE DELLE RADIOONDE.

O. Schriever — **Contributo alla teoria di Zenneck della inclinazione del campo sulla superficie della terra.** (H. F. Techn. u. El. Ak., agosto 1941, LVIII, 2, pag. 35-38, con 3 fig.).

Zenneck, studiando fin dal 1907 la propagazione di un'onda elettromagnetica piana sulla superficie della terra, trovò che la forza elettrica nell'aria risulta inclinata in modo che il rapporto tra la sua componente tangenziale e la sua componente normale sulla superficie limite è uguale all'inverso dell'indice di rifrazione del terreno rispetto all'aria. Questo risultato, valido per il caso delle onde lunghe, non è in generale

pienamente soddisfacente; per esempio, con un angolo di inclinazione di 45° l'indice di rifrazione dovrebbe essere uguale ad uno, in contraddizione con le conoscenze fisiche.

L'autore riprende l'analisi del fenomeno fondandosi sulla teoria della riflessione delle onde spaziali sulla superficie terrestre. Egli calcola dapprima il campo generato ad una certa altezza dal suolo da un dipolo verticale anch esso elevato: tale campo è dovuto, com'è noto, alla sovrapposizione di un'onda diretta con un'onda riflessa. Passando poi al limite per il caso in cui il punto dove si calcola il campo sia molto prossimo al terreno e la distanza tra il detto punto ed il dipolo sia così grande da poter considerare la propagazione come tangente alla superficie terrestre trova che il rapporto tra la componente tangenziale e quella normale della forza elettrica risulta $\sqrt{n^2 - 1}/n^2$, essendo n l indice di rifrazione (complesso) della terra verso il vuoto. Si osservi che per $n = 1$ si trova che l'angolo di inclinazione sull'orizzontale è nullo, in accordo con l'intuizione fisica. Inoltre per $n^2 \gg 1$ si ritrova la relazione di Zenneck, determinandone così i limiti di validità (onde lunghe)

Il lavoro è corredato di un grafico che fornisce il rapporto delle ampiezze e la differenza di fase delle due componenti della forza elettrica sulla superficie terrestre, in funzione della frequenza, della conducibilità e della costante dielettrica del terreno. Dai risultati ottenuti si conclude anche che misure attendibili in questo campo possono essere fatte unicamente a distanze dal suolo trascurabili rispetto alla lunghezza d onda, il che le rende particolarmente difficili nel caso di onde ultracorte.

R. S

TUBI ELETTRONICI.

J. P Heijboer — **Un fenomeno di scarica nei grandi tubi trasmittenti.** (Rev. techn. Philips, luglio 1941, VI, 7, pag. 208-214, con 9 fig.)

Nei tubi elettronici (specialmente in quelli richiedenti elevate tensioni di alimentazione) si possono innescare scariche improvvise tra gli elettrodi senza che si verifichi una diminuzione del grado di vuoto (effetto Rocky Point). Esse sarebbero determinate dall'improvviso liberarsi, da qualche parte di un elettrodo, di molecole gassose, le quali sarebbero poi rapidamente riassorbite dallo stesso o dagli altri elettrodi. Tali scariche possono essere molto nocive alla conservazione dei tubi elettronici di grande potenza, perchè producono facilmente danni irreparabili del filamento

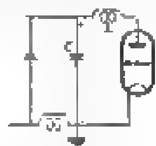


Fig. 1. — Schema d'alimentazione di un tubo elettronico di potenza.

Infatti nel circuito anodico dei tubi elettronici di potenza è generalmente inserito un induttore L di blocco per l'alta frequenza (fig. 1), il quale si trova a valle del condensatore C di uscita del filtro di livello

dell'alimentatore. All'atto in cui il tubo diventa conduttivo, per il verificarsi dell'effetto Rocky Point, il condensatore C si scarica attraverso il circuito formato dall'induttore L, dallo spazio anodo-filamento e dal filamento stesso del tubo. Ora, per i grossi tubi, C può avere la capacità di qualche decina di microfarad, mentre L ha l'induttanza di qualche millihenry; si possono pertanto avere fortissime correnti oscillatorie le quali, oltre a produrre surriscaldamento, generano fra i rami del filamento forze meccaniche di tale intensità da determinare deformazioni permanenti capaci di portare i filamenti a contatto fra loro e con le griglie.

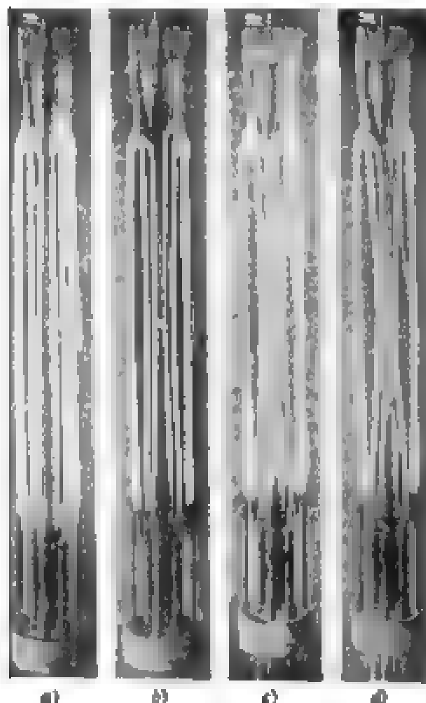


Fig. 2. — Deformazione permanente dei filamenti dopo un determinato numero di scariche. *a*) stato iniziale; *b*) dopo 6 scariche; *c*) dopo 12 scariche; *d*) dopo 18 scariche.

Ad esempio, per un tubo per il quale è $V_a = 12$ kV, $C = 32$ μF, $L = 1{,}95$ mH, con tratti di filamento lunghi 10,63 cm ciascuno, di diametro 0,0892 cm, aventi resistenza di 0,07 Ω (circa 0,1 Ω compresi i terminali ed i collegamenti), a 2500°K, la corrente di scarica è oscillatoria smorzata con frequenza di 640 Hz e smorzamento tale che dopo 0,03 secondi (circa 20 periodi) l'ampiezza iniziale di 1540 A è ridotta a metà. Supponendo che questa corrente si suddivida in parti uguali tra due tratti di filamento distanti 0,617 cm, si verificano tra questi una forza meccanica costante di 9620 dine per centimetro di lunghezza, ed una forza oscillante della frequenza di 1280 Hz con smorzamento doppio di quello della corrente. Considerando il tratto di filamento come una trave omogenea semplicemente appoggiata alle estremità, si constata che le sue frequenze di risonanza (121, 1085, 3020 Hz) sono sufficientemente lontane da quella della corrente per poterne prescindere. Esso può pensarsi come sollecitato soltanto con un carico statico di 9620 dine/cm. In tali condizioni la freccia d'inflessione risulta di 0,183 cm e lo sforzo di trazione di 2000 kg/cm², ben superiore al limite di elasticità, dato che a 2500°K la resistenza alla trazione del tungsteno è di 470 kg/cm². Pertanto il filamento si rompe o subisce una deformazione permanente.

Di ciò si è avuta una conferma sperimentale facendo percorrere un filamento acceso dalla corrente di scarica di un condensatore la figura 2 mostra le deformazioni verificatesi dopo un certo numero di scariche. In pratica i tratti del filamento tendono ad allontanarsi o ad avvicinarsi a seconda del senso della corrente che li percorre (fig. 3).

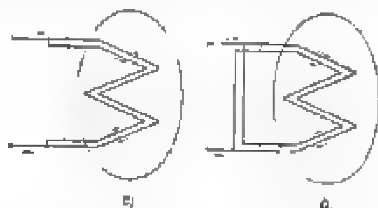


Fig. 3. — I due rami del filamento sono fatti uscire separatamente dall'ampolla per poterli collegare in modo che siano percorsi da correnti dello stesso senso (*a*) o di senso opposto (*b*)

L'autore ritiene impossibile combattere il male alla sorgente (liberazione spontanea di piccole quantità di gas) e quindi consiglia di collegare in serie col circuito anodico un resistore da 20 Ω. In tal modo la scarica non è più oscillatoria, il valore iniziale della corrente è ridotto a 480 A e lo smorzamento è aumentato (la corrente si riduce a metà dopo soli 0,002 secondi). Data la brevità del tempo durante il quale risulta applicata la forza meccanica (anch'essa non oscillante e con smorzamento doppio), non è più lecito considerare un carico statico, si deve invece tener conto di un impulso il quale produce una freccia di 0,01 cm, cui corrisponde uno sforzo di trazione di 100 kg/cm² assai inferiore al limite di elasticità e pertanto assai facilmente sopportabile dal filamento

[*Per verità, risulterebbe che l'effetto Rocky Point non dipende tanto dalla liberazione spontanea di gas, quanto dalla liberazione di particelle metalliche non ben aderenti agli elettrodi; queste possono a loro volta, dato il calore che producono quando si precipitano su di un altro elettrodo, o volatilizzare o liberare gas, dando così luogo ad un arco. Il fenomeno può perciò essere in parte combattuto alla sorgente cercando di impedire il distacco di dette particelle (ossidando gli elettrodi, assoggettandoli ad altissime tensioni o con altri procedimenti che rientrano nei segreti tecnologici della fabbricazione dei tubi elettronici). Siccome purtuttavia il fenomeno può avvenire, è vivamente raccomandabile di seguire la precauzione indicata dall'autore, di porre una resistenza in serie nel circuito anodico, per evitare le avarie dei filamenti studiate nell'articolo.* — m. d. r.]

Ma. Bu.

LIBRI E PUBBLICAZIONI

P. KOTOWSKI u. H. WISBAR. — *Drahtloser Ueberseeverkehr.* — S. Hirzel, Leipzig, 1941. — Un volume di XII-243 pagine, con 95 figure. — Prezzo R. M. 13 (legato R. M. 14,50).

La collezione « Physik und Technik der Gegenwart », sezione « Fernmeldetechnik », si è arricchita di un nuovo volume — il nono della serie — dedicato alla tecnica dei collegamenti radioelettrici a grandi distanze. Vi sono tratteggiate in una forma particolarmente efficace — anche se necessariamente sintetica, data la molteplicità degli argomenti esaminati — le principali caratteristiche che si ricollegano alla tecnica ed all'esercizio dei grandi centri radiotelegrafici internazionali. È da notare che vi si trova messo in particolare rilievo quanto si riferisce alle attuazioni compiute in questo campo dalla massima organizzazione radiotecnica della Germania: la Telefunken.

La trattazione è suddivisa in nove capitoli. Nel primo si esamina l'aspetto economico dei collegamenti radio a grande distanza. Successivamente vengono esposte le questioni analoghe che interessano i centri radioelettrici - costi di impianto, di esercizio e così via - e si illustrano, anche a titolo di confronto, gli aspetti principali, economici e tecnici, dei sistemi di comunicazione a grande distanza per mezzo di cavi sottomarini.

Nel terzo capitolo si esaminano le caratteristiche tecniche fondamentali dei radiocollegamenti di cui si tratta. Illustrata la costituzione dei moderni centri in tre distinti e separati organismi, le stazioni di trasmissione e di ricezione e l'ufficio centrale delle telecomunicazioni, si mette in rilievo quali siano i compiti che devono assolvere le loro attrezzature. In particolare, l'ufficio centrale si occupa delle trasmissioni automatiche e delle ricezioni scritte ad alta velocità dei segnali telegrafici, nonchè degli allacciamenti dei ponti radio telefonici alle reti telefoniche normali terrestri. Alla stazione trasmittente sono da considerare le potenze di trasmissione, la costanza delle frequenze emesse, l'utilizzazione multipla e la possibilità di commutare le antenne ed i trasmettitori. Alla stazione ricevente, invece, la possibilità di commutare le antenne ed i ricevitori, e soprattutto il complesso e fondamentale argomento del livello dei disturbi in ricezione, livello dal quale dipende in definitiva l'utilizzazione commerciale dei collegamenti.

Il quarto breve capitolo è dedicato ai problemi — ormai, si può dire, tecnicamente superati — relativi ai collegamenti telegrafici e telefonici a grande distanza, ad onda lunghissima, collegamenti i quali, com'è noto, comportano l'impiego di potenze molto rilevanti e di antenne di gran mole

Nel quinto capitolo sono largamente illustrate le caratteristiche dei lunghi collegamenti ad onde corte. Buona parte di esso è dedicata all esposizione dei complessi fenomeni caratteristici della propagazione di codeste onde, in relazione con le proprietà elettriche della ionosfera. Sono qui riassunti gli studi ed i risultati sperimentali sull'elettrizzazione dell'alta atmosfera, sui fenomeni di riflessione, di rifrazione e di variazione della polarizzazione delle onde elettromagnetiche, ed illustrati quindi qualitativamente e quantitativamente i noti effetti sulla propagazione delle onde medesime: evanescenze ed echi. È messa in luce l'influenza dell'attività solare sulle condizioni di elettrizzazione della ionosfera e di conseguenza sulla propagazione delle onde corte. La rimanente parte del capitolo — forse mantenuta entro limiti eccessivamente modesti — tratta dell'importanza delle antenne direttive, della costituzione e del funzionamento di esse, nonchè dei sistemi di compensazione dell evanescenza, mediante i regolatori automatici di sensibilità dei ricevitori.

Il sesto capitolo illustra il sistema di trasmissione ad una sola banda laterale. Premesse alcune considerazioni teoriche sul guadagno ottenibile, si descrivono i problemi tecnici connessi con la soppressione dell'onda portante e di una banda laterale, alla trasmissione, e rispettivamente con la ricostituzione dell'onda portante alla ricezione.

Nel settimo capitolo sono esaminati i sistemi a ricevimento multiplo che adoperano antenne a direttività fissa. Premesso un cenno sui vantaggi ottenuti con la trasmissione radiotelegrafica modulata, si descrive il sistema di ricezione con più antenne separate e si esaminano i miglioramenti ottenuti, agli effetti dell'evanescenza, nelle ricezioni di telegrafia, di telefonia e nella trasmissione di immagini. Una particolare menzione è fatta degli accorgimenti necessari per la messa in parallelo delle ricezioni multiple e per l'applicazione del regolatore automatico di sensibilità dei ricevitori singoli.

L'ottavo capitolo è dedicato ai più moderni sistemi di ricezione, semplice e multipla, ottenuta adoperando complessi di antenne a direttività molto acuta e orientabile così da poter seguire le variazioni degli angoli di incidenza e quelle della direzione di polarizzazione delle onde elettromagnetiche incidenti. Sono esposti i complicati particolari di tale comando e si illustrano i risultati ottenuti.

Nel capitolo nono sono succintamente descritti alcuni impianti radioelettrici: l'ufficio centrale radiotelegrafico di Berlino, l'ufficio centrale radiotelefonico di Nuova York, la stazione trasmittente di Nauen (Berlino) e la stazione ricevente di Beelitz (Berlino). E si chiude così la sintetica, ma efficace trattazione della vasta materia.

La bibliografia, in prevalenza tedesca, è stata per comodità distribuita fra i vari capitoli del testo. Efficaci e nitide le numerose illustrazioni, buona parte delle quali sono costituite da chiari diagrammi. Accurata, come per gli altri volumi della collezione, la presentazione tipografica. *V. G.*



K. Kuepfmueller. — *Einführung in die theoretische Elektrotechnik.* III Auflage. — J. Springer, Berlin, 1941. — Un volume di VI-357 pagine, con 378 figure. — Prezzo R. M. 18 (legato R. M. 19,50).

La terza edizione di questo testo, ormai ben noto anche in Italia, esce a soli due anni di distanza dalla precedente [1] dimostrando così con quanto favore l'opera sia accolta dagli studiosi e dai tecnici.

Essa si distingue infatti dalle molte altre consimili specialmente per il continuo richiamo, dopo la trattazione teorica, ai problemi pratici che si offrono all'elettrotecnico, i quali sono risolti in modo, per quanto possibile, rigoroso. Ciò serve, nello stesso tempo, a chiarire i concetti sviluppati nella teoria, che è svolta seguendo un ordine un po' diverso da quello classico, ma perfettamente logico, con notevole, quantunque non eccessivo, sussidio matematico e tocca, si può dire, tutti gli argomenti che interessano i diversi rami dell elettrotecnica, sviluppandoli per quanto lo consente la mole relativamente modesta del volume.

Le principali aggiunte rispetto all'edizione precedente riguardano il calcolo dei magneti permanenti e la definizione delle caratteristiche dei relativi acciai, i diagrammi vettoriali di potenza agli estremi di una lunga linea e all'entrata e all'uscita di un quadripolo (attenuazione), l'applicazione delle formule di Heaviside (calcolo operatorio) ad alcuni casi particolari. Per quanto riguarda la disuniformità dei sistemi di misura usati, l'autore dichiara che, pur con suo dispiacere, dato il disaccordo ancora esistente, non ha creduto di modificare nulla rispetto alle edizioni precedenti. La presentazione del volume è, come sempre, accuratissima, molto chiare le figure. *C. C.*

[1] A. F., 1939, VIII, p. 747.

NUOVI APPARECCHI

Apparecchiatura ausiliaria per contasecondi di precisione.

NICOLA LA BARBERA

Allo scopo di rendere più comodo l'uso di un contasecondi elettrico di precisione ed estendere il suo campo di applicazione, è stata attuata un'apparecchiatura ausiliaria per comandarne le operazioni. Il contasecondi (¹) che presenta errori inferiori a 0,4 centesimi di secondo, è azionato da un motorino sincrono permanentemente in movimento, sul cui pignone va a innestarsi il sistema di rotismi che muove le lancette del quadrante. I comandi di *innesto* (all'inizio del tempo da misurare), di *blocco* (alla fine di codesto tempo) e di *rimessa a zero* sono ottenuti mediante relè elettromagnetici.

Il nuovo dispositivo (fig. 1) consente di comandare il contasecondi sia azionando un tasto, sia aprendo o chiudendo un contatto. Il funzionamento risulta chiaro dallo schema. Il comando di ciascuno dei tre relè del contasecondi può essere effettuato, o chiudendo rispettivamente i tasti *T*, *T'*, *T''*, o mettendo in corto circuito i morsetti 1, 1', 1''. Il relè di innesto (blocco) può essere fatto agire anche per apertura di circuito fra i morsetti 2 (2'). Per ottenere ciò, basta chiudere l'interruttore *S* (*S'*). In questa condizione il corrispondente relè del contasecondi non può operare finchè sussiste un collegamento fra i morsetti 2 (2') che ne tiene in corto circuito l'avvolgimento; la resistenza *R* (*R'*), costituita da una lampada a incandescenza, evita il corto circuito della sorgente di alimentazione. L'anzidetto relè del contasecondi agisce non appena tolto il collegamento fra i morsetti 2 (2').

I relè ausiliari *X*, *X'*, i cui tempi di operazione sono maggiori, con sufficiente margine, dei tempi di operazione dei relè del contasecondi,

(¹) G. Torzo, Contasecondi di precisione - A. F., 1941, X, p. 763.

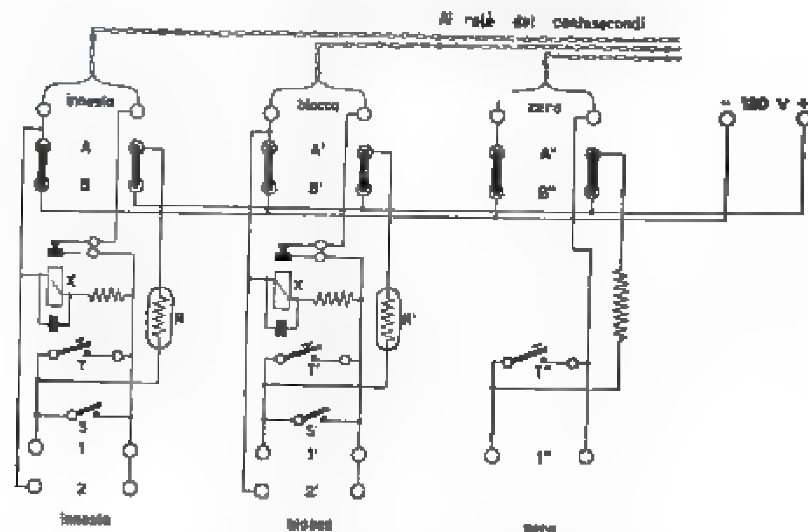


Fig. 1. — Schema dell'apparecchiatura.

diseccitano questi ultimi dopo che hanno funzionato, in modo da rendere ciascuno di essi indipendente dal comando dell'altro. Se, ad esempio, il relè di innesto è stato comandato mediante il suo tasto T, quello di blocco può funzionare senza che sia necessario riaprire prima tale tasto.

In fine, qualora particolari esigenze di utilizzazione lo richiedano, i tre relè del contasecondi possono essere alimentati con tre distinte sorgenti. Queste si connettono ai morsetti A, A', A'' dopo avere tolto i ponticelli di collegamento con i morsetti B, B', B''.

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris.

INFORMAZIONI E NOTIZIE

Attività nell'I. E. N. G. F.: riunioni del I trimestre 1941-42-XX. — Nella 215ª riunione, il 3 novembre, l'ingegnere Francini, della Sezione Radiotecnica, parla sulle resistenze negative. Richiamatone brevemente il concetto, mette in rilievo la distinzione fra le resistenze differenziali negative «a comando di tensione» e quelle «a comando di corrente». La differenza si manifesta sotto tre diversi aspetti: *a*) la forma della caratteristica statica, che lega la tensione ai capi della resistenza negativa e la corrente in essa, *b*) la natura dei parametri reattivi inevitabilmente presenti (induttanza in serie o capacità in parallelo), *c*) l'attitudine a porre in oscillazione circuiti di varia costituzione. Il comportamento di un tipo di resistenza è tale, che può essere dedotto da quello dell'altro applicando la legge della dualità elettrica. Rilevato come ancora non esista una trattazione che spieghi esaurientemente i vari fenomeni elencati, il relatore si sofferma su quelli del terzo gruppo, e in particolare sulla determinazione delle condizioni di stabilità di circuiti comprendenti una resistenza negativa. A questo scopo non basta conoscere il valore della resistenza negativa a una sola frequenza, ma occorre anche conoscere i valori della resistenza e della reattanza ad essa associata, per tutte le frequenze. Se questo dato è fornito opportunamente per mezzo della curva luogo degli estremi del vettore impedenza, si può stabilire un criterio semplice e rigoroso per determinare per via grafica il comportamento di un qualsiasi circuito, comprendente la resistenza assegnata. I concetti esposti vengono esemplificati, applicandoli ad alcuni circuiti di uso frequente.

Nella 218ª riunione, il 27 novembre, il professore Budeanu, del Politecnico di Bucarest, presenta alcuni risultati teorici e sperimentali degli studi da lui svolti sui fenomeni deformanti. Definito come apparecchio deformante qualunque elemento capace di essere sede di fenomeno deformante (capacità, induttanze, tubi elettronici, raddrizzatori, mutatori, e via dicendo), perviene al criterio per individuare il regime deformante: regime non sinusoidale con deformazione elettrica relativa fra tensione e corrente. Esso è caratterizzato da un cambiamento del rapporto tra i valori efficaci della tensione e della corrente, così come da un cambiamento delle rispettive differenze di fase. Introdotto il concetto di «potenza deformante», accanto a quelli dell'attiva, reattiva, ap-

parente e inattiva, sono oggetto di studio le condizioni nelle quali in un circuito le potenze deformanti intervengono, si sommano e si compensano. Si possono considerare numerosi esempi con casi di diversi apparecchi.

Nella 220ª riunione, il 15 dicembre, l'ingegnere Gatti riferisce sull'attività della Sezione Alto Vuoto, illustrando i procedimenti che sono in corso, e taluni già attuati, per migliorare la tecnica costruttiva dei tubi a vuoto. Si è data opera anche a questioni di varia natura: alla costruzione di un misuratore di piccole quantità di energia, prodotte in intervalli di tempo di frazioni di secondo, all allestimento di un estensimetro dinamico; alla prova di separatori per elementi di accumulatori, fatti con legno proveniente dalle colonie dell'A. O I. Fra i problemi in istudio, è importante la ricerca per ottenere, mediante spruzzamento catodico, resistenze elevate con carattere di notevole stabilità.

Nella 221ª riunione, il 22 dicembre, il dottore Tabaracci, del Reparto Materiali, espone i lavori compiuti nella sezione per lo studio dei materiali isolanti durante l'ultimo semestre. Fra le indagini condotte a termine presentano particolare interesse: l'esame delle caratteristiche di resistenze costituite con grafite colloidale deposta su supporti isolanti di diversa specie (ceramica, vetro, carta, e via dicendo) e variamente trattate; lo studio delle variazioni, con la temperatura, delle proprietà dielettriche di porcellane a base di caolini nazionali e di caolini esteri il rilievo del comportamento di una resina polivinilica sintetica nazionale sottoposta contemporaneamente a sollecitazione meccanica, immersa in olio e portata a temperatura relativamente elevata.

Nella 222ª riunione, il 12 gennaio, l'ingegnere Torzo dà relazione dell'attività della Sezione Campioni negli ultimi sei mesi. Per conto di terzi furono eseguite prove su contatori, trasformatori di misura e strumenti vari, per le quali vennero rilasciati 263 certificati. Alcune termocoppie, inviate da una ditta nazionale per una verifica di qualità, hanno dato luogo ad uno studio teorico sperimentale sul loro comportamento; i punti di maggiore interesse finora esaminati sono. la deviazione dalla legge quadratica; la variazione della sensibilità, e quindi della taratura, in funzione della temperatura ambiente

Nella 223ª riunione, il 19 gennaio, l'ingegnere Aiotti, della Sezione Elettroacustica, illustrando l opera che vi si è svolta nel secondo semestre dell anno trascorso, s intrattiene in particolare sulle prove eseguite per conto di terzi, misure di assorbimento e di isolamento del suono, rilievi di vibrazioni meccaniche, determinazioni su trombe acustiche. A proposito dei lavori di attrezzamento ultimati o ancora in corso, si sofferma sulla convenienza che le valutazioni di isolamento acustico vengano effettuate per mezzo di misuratori selettivi, allo scopo di eliminare gli errori derivanti da sorgenti di rumore parassite. Descrive in fine un metodo fotoelettrico per il rilievo di vibrazioni meccaniche, che è stato applicato con successo allo studio di strutture molto minute e alla deduzione delle caratteristiche elastiche di sostanze diverse. *Re*

VOL. XI - N. 7 (PUBBLICAZIONE MENSILE) LUGLIO 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO

DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA



ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (22) - VIA SAN PAOLO, N. 10

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

VOL. XI | LUGLIO 1942-XX | N. 7

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità*: Milano (2 2), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3.1189.

È gradita la collaborazione dei lettori. Gli scritti dei singoli Autori non impegnano la Redazione e quelli della Redazione non impegnano il Comitato Direttivo. I manoscritti non si restituiscono.

ABBONAMENTO ANNUO . . . **L. 50**
PER I SOCI A.E.I. o S.I.F. » **40**
UN NUMERO SEPARATO . . . » **6**

ANNATE ARRETRATE: I (1932) **L. 30**; II (1933), III (1934), IV (1935), V (1936), VI (1937), **L. 40** CIASCUNA; LE SUCCESSIVE, **L. 50** CIASCUNA

SOMMARIO

Vol. XI Luglio 1942-XX N. 7

ALTA FREQUENZA

Bande laterali di emissioni radiotelegrafiche.

A chiunque si occupi di radiotecnica, è generalmente ben noto che cosa siano le bande laterali di un'oscillazione modulata: ormai si è quasi spento il ricordo della famosa polemica accesasi sulle riviste tecniche inglesi una decina di anni or sono, se esistessero o no le bande laterali, e non sussiste più in proposito alcuno di quei dubbi, che veramente non si sarebbero mai dovuti formulare.

Un'oscillazione modulata in ampiezza, frequenza o fase, cioè un'oscillazione la cui ampiezza, frequenza o fase varii periodicamente nel tempo, può essere analizzata, sia matematicamente, sia fisicamente, in uno spettro di oscillazioni armoniche componenti di frequenza diversa: un'oscillazione fondamentale o portante, e in generale due serie di oscillazioni di frequenza maggiore e minore della fondamentale, costituenti le bande laterali. L'importanza dell'estensione di codeste bande per una radioemissione è assai rilevante, perchè ne dipende la possibilità di interferenza fra trasmissioni di frequenze portanti vicine, cui è legato il fondamentale problema della distribuzione delle frequenze delle varie radioemissioni. In particolare per le comunicazioni radiotelegrafiche è degna di rilievo la questione dei così detti disturbi di manipolazione, perchè, se da un lato è bassa la frequenza fondamentale della modulazione, la sua forma d'altra parte, cui corrisponde un forte contenuto di armoniche di ordine elevato, può dar luogo ad una notevole estensione delle bande laterali.

Riveste pertanto speciale interesse l'attuazione di un'apparecchiatura, che permetta la determinazione quantitativa delle bande stesse, tale è quella progettata dagli ingegneri Bernardi e Poledrelli, descritta nel presente fascicolo. La sua pubblicazione è stata ritardata da motivi dipendenti dalla guerra. Del primo degli autori, appartenenti ambedue alle Forze Armate, mancano dolorosamente notizie dalla notte della battaglia navale di Capo Matapan. Anche da queste pagine si rivolge a lui l'omaggio di ammirazione e di riconoscenza della Patria.

LA REDAZIONE.

RILIEVO SPERIMENTALE DELLO SPETTRO DI FREQUENZA DI UNA EMISSIONE RADIOTELEGRAFICA

PIETRO BERNARDI e CARLO POLEDRELLI

Esposte brevemente le cause che generano bande laterali di frequenza durante la manipolazione di un apparato radiotelegrafico, viene studiato un apparecchio idoneo al loro rilievo sperimentale. Lo strumento analizzatore è sostanzialmente un voltmetro di cresta selettivo, con una banda passante di circa 80 ÷ 100 Hz e una scala a legge prossimamente logaritmica. A queste caratteristiche essenziali si è giunti dopo che una serie di prove preliminari avevano posto in evidenza le caratteristiche dello spettro da esaminare: cioè la sua discontinuità, che impone una limitazione alla selettività dell'apparecchio, e la piccola ampiezza delle righe laterali rispetto alla portante, che determina la necessità di una scala di ampiezze molto estesa. Vengono successivamente riferiti i risultati di misure eseguite su due apparati trasmittenti, ed è indicato il modo di attenuare fortemente le bande laterali, interponendo una catena ritardatrice a resistenza e capacità fra il tasto manipolatore e l'elettrodo da esso comandato.

In appendice si riportano i dati sperimentali di stabilità di frequenza ricavati sull'oscillatore dell'apparecchio, mentre nel testo si svolgono considerazioni particolareggiate sulla costruzione del filtro a quarzo, e sulla disposizione adottata per eliminare l'effetto d'induzione interelettrodica tra griglia di comando e griglia oscillatrice del tubo convertitore.

1. - Generalità.

La manipolazione telegrafica di un'oscillazione a radiofrequenza può essere pensata come una modulazione di profondità 100 % e di forma sensibilmente rettangolare.

Per un esame preliminare del fenomeno si supponga che la forma rettangolare dei segnali sia perfettamente trasmessa dal congegno manipolatore (tasto e altri organi) all'onda irradiata dall'aereo del trasmettitore e si supponga pure che il codice di manipolazione impiegato comporti segnali e pause, tutti della medesima durata così che la corrente di antenna possa assumere la forma indicata nella figura 1.

Il suo inviluppo rettangolare può allora essere sviluppato nelle successive armoniche mediante la seguente serie di Fourier.

$$[1] \qquad i = \frac{4}{\pi} I \operatorname{sen} \Omega t + \frac{4}{3\pi} I \operatorname{sen} 3\Omega t + \frac{4}{5\pi} I \operatorname{sen} 5\Omega t + \ldots$$

essendo i il valore istantaneo della corrente, I il suo valore massimo, ed Ω la pulsazione della fondamentale della modulazione.

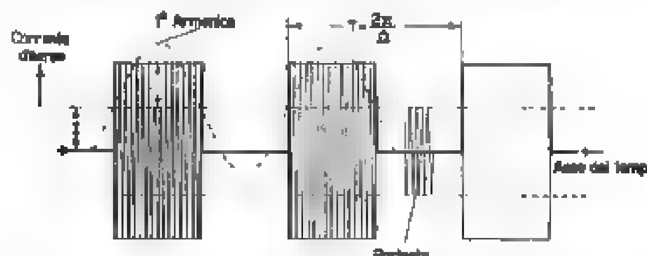


Fig. 1 — Oscillazione sinusoidale manipolata in ampiezza.

A ciascuna delle armoniche dello sviluppo corrispondono due frequenze laterali, simmetriche rispetto alla portante, che formano nell'insieme lo spettro di frequenza dell'emissione radiotelegrafica considerata.

La potenza emessa dal trasmettitore si suddivide dunque fra la portante e le righe laterali in parti rispettivamente proporzionali, per ciascuna riga, ai seguenti successivi termini

$$[2] \qquad \frac{I^2}{2}, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{4}{\pi}\frac{I}{2}\right)^2, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3\pi}\frac{I}{2}\right)^2, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5\pi}\frac{I}{2}\right)^2 \ldots,$$

rispettivamente per la portante, per la 1ª armonica, per la 3ª armonica, per la 5ª armonica, ... della modulazione, un'antenna ricevente in questo campo diviene sede di forze elettromotrici rispettivamente proporzionali a:

$$[3] \qquad \frac{I}{\sqrt{2}}, \quad \frac{1}{2}\frac{4}{\pi}\frac{I}{\sqrt{2}}, \quad \frac{1}{2}\frac{4}{3\pi}\frac{I}{\sqrt{2}}, \quad \frac{1}{2}\frac{4}{5\pi}\frac{I}{\sqrt{2}}, \quad \ldots$$

Per rendersi conto dell'entità del fenomeno, si supponga che la frequenza media di manipolazione sia di 20 Hz (1); allora, per uno scostamento di frequenza di circa 2 kHz dalla fondamentale in corrispondenza cioè della 101ª armonica della modulazione telegrafica, il rapporto tra

(1) La frequenza di 20 Hz corrisponde, secondo il codice Morse, ad una velocità di trasmissione di 300 lettere al minuto, con 4 segni per lettera.

la corrispondente forza elettromotrice E_{101}, indotta in un'antenna ricevente, e quella E_0 indottavi dalla fondamentale è già, come si ricava dalle [2]

$$\frac{E_{101}}{E_0} = \frac{1}{150} .$$

Le considerazioni precedenti porterebbero dunque a concludere che lo spettro di una emissione radiotelegrafica è discontinuo e di limitatissima ampiezza, e che il suo studio è quindi di trascurabile importanza pratica.

Ma l'ipotesi ammessa della rettangolarità dell'onda modulante, è evidentemente incompatibile con la realtà, perchè ammette una velocità infinita (costante di tempo nulla) nel passaggio dallo stato di riposo a quello di pieno funzionamento (e viceversa) dell'apparato trasmittente, mentre invece tutti gli elementi costituenti quest'ultimo, hanno una loro costante di tempo ben determinata, possono cioè modificare il loro stato di regime, soltanto con velocità finita. Si deve perciò tener conto dei transitori che si generano all'apertura ed alla chiusura del circuito di manipolazione, perchè essi, per particolari condizioni di smorzamento, possono avere carattere oscillatorio, incrementando così notevolmente le bande laterali dello spettro.

Si consideri, ad esempio, un circuito oscillatorio di uno stadio di amplificazione di un trasmettitore, se la velocità con cui varia la modulazione del segnale ad esso applicato è minore di quella di smorzamento della sua oscillazione libera, il circuito segue la modulazione regolarmente, ma se ciò non avviene, come è generalmente nel caso della manipolazione telegrafica, si innescano, nell'istante di transizione, oscillazioni smorzate con periodo e decremento dipendenti soltanto dalle caratteristiche elettriche del circuito. Analoghe considerazioni possono farsi per il caso di due circuiti oscillatori strettamente accoppiati oltre il punto critico, caso nel quale possono innescarsi due sistemi di oscillazioni smorzate con frequenze laterali a quella di lavoro.

I transitori cui si è accennato e quelli dovuti a tutti gli altri elementi del trasmettitore, avendo frequenza diversa da quella di regime e potendo essere sviluppati in serie di successive armoniche, dànno evidentemente luogo a righe laterali dello spettro, tanto più importanti quanto minore è lo smorzamento dei circuiti che le provoca.

Lo studio della manipolazione di un apparato radiotelegrafico deve perciò tener conto dei seguenti importanti elementi:

a) punto della catena di amplificazione in cui si introduce la manipolazione;

b) modo con cui la manipolazione è effettuata: tipo di elettrodo manipolato dello stadio — griglia di comando, schermo, soppressore o anodo — e manipolazione a uno o due contatti;

c) bilanciamento o non del carico sugli alimentatori.

Per la sua complessità lo studio può esser condotto solo per via sperimentale, e da questo punto di vista può essere molto utile l'analizzatore di bande laterali che ci si è proposti di costruire.

2. - Considerazioni preliminari.

L'analizzatore di bande laterali è essenzialmente un voltmetro elettronico ad alta selettività nel quale, mediante una conversione di frequenza, è possibile accordare i circuiti filtranti su di una pulsazione prestabilita. Nel suo insieme esso si presenta come è indicato schematicamente dalla figura 2; indicata con F una frequenza generica dello spettro da esaminare, con f_0 la frequenza dell'oscillatore locale e con f_1 una frequenza generica della banda passante determinata dalla selettività dello strumento, sul voltmetro d'uscita G giungono quelle sole frequenze dello spettro per le quali è soddisfatta la condizione $|F - f_0| = f_1$, cioè una piccola banda dello spettro in esame di larghezza uguale a quella dello strumento. Pertanto variando la frequenza f_0 è possibile esplorare tutto il campo che interessa, misurando così in ciascun punto dello spettro il valore della tensione captata.

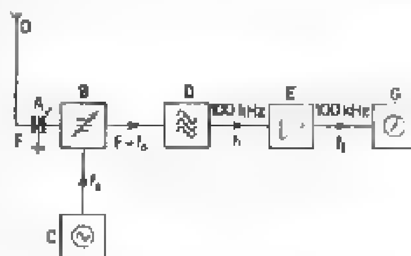


Fig. 2. — Schema di principio dell'apparecchio.

Per comodità e per rendere paragonabili i risultati, conviene riferire con un rapporto le tensioni V al valore V_p, che si ha per la portante e rappresentare tali valori di rapporto in funzione di quelli degli scostamenti di frequenza Δf dalla portante stessa.

È opportuno ora premettere alcune considerazioni sulle caratteristiche essenziali che è occorso dare allo strumento.

Poichè il valor medio ed il valor efficace della tensione fornita da una emissione radiotelegrafica variano continuamente nel corso di essa in dipendenza dai caratteri trasmessi, essendo questi ultimi composti da intervalli di oscillazione e di riposo di durata diversa e variamente distribuiti, è necessario che il voltmetro analizzatore misuri il valore massimo della tensione captata con una costante di tempo τ uguale a circa 50 volte la più lunga pausa del più lento dei sistemi di manipolazione in uso. Con il codice Morse e con trasmissione manuale il più lungo intervallo tra parola e parola è circa 1/5 di secondo; perciò si è stabilito $\tau \cong 10$ s.

Le altre caratteristiche che si sono dovute dare allo strumento derivano dalla particolare natura dello spettro, che è stata posta in evidenza dai poco felici risultati ottenuti con un apparecchio costruito in un

primo tempo e avente banda passante di circa 1 Hz e scala lineare. I risultati sperimentali hanno dimostrato che lo spettro in questione è discontinuo e costituito da una serie di righe, delle quali le laterali decrescono rapidamente in uno stretto intorno della frequenza centrale ed hanno ampiezza enormemente più piccola della riga centrale corrispondente alla frequenza portante.

In considerazione della prima di queste due caratteristiche è opportuno che la larghezza del pennello d'analisi, determinata dal filtro D sia maggiore della massima discontinuità dello spettro. Infatti, non soddisfacendo a questa condizione, se si varia in modo continuo la frequenza f_0 si hanno soltanto discontinue indicazioni dello strumento in corrispondenza delle varie righe dello spettro, e ciò rende l'impiego dell'apparecchio lungo e penoso, dovendo esaminare lo spettro riga per riga, per assicurarsi che non vi sia qualche discontinuità d'ampiezza. Se poi il pennello di analisi è estremamente stretto, come era stato fatto nel primo apparecchio, diviene del tutto impossibile eseguire un rilievo di spettro, per la inevitabile instabilità dell'oscillatore di conversione di frequenza, nonostante le cure prese per ovviarvi. L'esperienza ha dimostrato che basta una larghezza di banda passante di $80 \div 100$ Hz per eliminare completamente l'effetto della discontinuità.

A motivo della seconda caratteristica, cioè dell'ampiezza assai piccola delle righe laterali dello spettro in confronto con quella centrale corrispondente alla frequenza portante e a quelle più vicine, corrispondenti alle prime armoniche della frequenza di modulazione, lo strumento di misura deve presentare una scala estremamente ampia, con legge possibilmente logaritmica; inoltre il filtro deve possedere una curva di selettività con frontiere ripide e attenuazione particolarmente forte nelle bande attenuate, per evitare che, quando si analizzano le porzioni laterali dello spettro, i valori di tensione, molto più elevati, delle componenti centrali e in particolare della frequenza portante diano sensibile errore nelle indicazioni del voltmetro. Perciò nell'apparecchio costruito è stato adoperato un filtro a quarzi, tipo che permette il massimo possibile rapporto di attenuazione tra banda attenuata e banda passante insieme con una considerevole ripidità di frontiere.

La frequenza intermedia f_i dell'apparecchio, che è la frequenza centrale della banda passante del filtro, è stata scelta di 100 kHz, valore adatto per l'attuazione di un filtro a quarzi di particolare efficienza, e tuttavia abbastanza elevato rispetto all'ampiezza degli spettri di frequenza che in genere accade di dovere esaminare, per garantire che la frequenza imagine cada in ogni caso fuori dello spettro.

Considerando poi l'elevata selettività che il voltmetro acquista per la presenza del filtro a quarzi, è evidente che l'oscillatore C deve essere particolarmente curato dal punto di vista della stabilità di frequenza, per ottenere un funzionamento regolare dell'apparecchio.

3. - Descrizione generale dello strumento.

Seguendo i concetti posti in evidenza nel paragrafo precedente si è costruito, per la gamma delle onde corte (15—80 m, cioè 20—3,75 MHz), uno strumento analizzatore di tipo sperimentale (fig. 3).

Il collettore di oscillazioni, costituito da un'antenna di brevissimo sviluppo, è collegato mediante una piccola capacità fissa di 10 μμF, al primo circuito accordato, composto da un condensatore variabile di 15 ÷ 80 μμF e da tre bobine intercambiabili, con le quali è possibile ricoprire tutta la gamma di frequenza dello strumento.

Il circuito accordato è direttamente accoppiato allo stadio mescolatore, composto da due eptodi a caratteristica esponenziale, tipo 6L7 in collegamento semisimmetrico cioè con le griglie di comando g_1 in parallelo e le due griglie oscillatrici g_3 in opposizione di fase.

Come si dirà in seguito, si è dovuto adottare questa sistemazione per eliminare l'effetto di induzione interelettrodica tra le griglie g_1 e g_3, che rendeva instabile il funzionamento dell'oscillatore locale.

La frequenza di conversione fornita alle griglie g_3 dei tubi 6L7 da un partitore di tensione a capacità (rapporto 1/4), è generata da un oscillatore separato, attuato secondo lo schema classico del Colpitts con due tubi in opposizione di fase. Esso è stato accuratamente studiato per avere un elevata stabilità di frequenza. In particolare, per diminuire l'effetto delle variazioni delle capacità interelettrodiche dei tubi dovute alle variazioni di temperatura, si sono usati triodi a ghianda, tipo 955, e adoperate capacità fisse del tipo a mica argentata, che si sono dimostrate particolarmente stabili; inoltre si sono adottati tutti gli accorgimenti necessari per rendere minime le perdite nei circuiti ed ottenere una costruzione robusta e compatta.

La capacità del circuito oscillatorio è costituita da due sezioni in serie con centro a terra, composte da una parte fissa, $C_f = 100$ μμF per sezione e da una parte variabile $C_v = 10 \div 44$ μμF per sezione, costituita da un condensatore variabile con scala di 5000 divisioni. Il proporzionamento delle due parti, C_f e C_v, è stato studiato in modo da avere una sufficiente finezza di analisi dello spettro anche per le frequenze più alte del campo ricoperto senza peraltro dover eccedere nel numero di bobine necessario. D'altra parte una eccessiva finezza di analisi sarebbe frustrata dalla inevitabile instabilità dell'oscillatore. Con i dati forniti si hanno 400 Hz per divisione per la frequenza di 20 000 kHz (cioè $2 \cdot 10^{-5}$ di variazione relativa di frequenza per ogni divisione) e sono necessarie 18 bobine intercambiabili per ricoprire tutto il campo di frequenze.

Al circuito anodico del convertitore di frequenza è collegato il filtro a quarzi, costituito da due cristalli inseriti a ponte, accordato sulla frequenza di 100 kHz ed avente una banda passante di 80 Hz. Le tensioni a media frequenza filtrate da esso entrano poi in un amplificatore



Fig. 3. — Schema elettrico dell'apparecchio

a due stadi, dotato di tubi a caratteristica esponenziale, tipo 78, e con regolazione automatica di sensibilità. Il guadagno dell'amplificatore varia dunque, in funzione della polarizzazione delle griglie di comando, con legge prossimamente logaritmica, e diminuisce via via che aumenta la tensione all'entrata dell'amplificatore, mentre rimane quasi costante la tensione all'uscita; pertanto il guadagno risulta pressochè inversamente proporzionale alla tensione di entrata e il sistema diviene un voltmetro a larga scala, con legge prossimamente logaritmica, se lo si provvede di uno strumento che misuri la tensione di polarizzazione delle griglie e si esegue la taratura in funzione della tensione di entrata.

I circuiti oscillatori anodici dell'amplificatore hanno bobine avvolte su nuclei di polvere di ferro compressa, che consentono piccole dimensioni con ottimo fattore di qualità.

Sulla bobina del secondo circuito è avvolto un secondario con rapporto in discesa 1/5 per il migliore adattamento, il quale fornisce la tensione al successivo complesso regolatore automatico di sensibilità, questo è composto da un diodo, tipo 6H6, e da un pentodo, tipo 77, amplificatore della tensione continua raddrizzata.

Nei successivi paragrafi verranno illustrati più ampiamente i punti caratteristici del voltmetro analizzatore descritto: cioè l'eliminazione dell'effetto d'induzione nello stadio di conversione, lo studio del filtro a quarzi e quello del regolatore di sensibilità.

4. - Effetto d'induzione nello stadio di conversione e sua neutralizzazione.

Inizialmente lo stadio di conversione dell'apparecchio era costituito con un solo tubo 6L7, secondo lo schema della figura 4, correntemente attuato per i radioricevitori. In questo modo si otteneva però un funzionamento non regolare dell'apparecchio, con una forte instabilità delle indicazioni dello strumento, anche applicando all'ingresso una tensione di ampiezza e frequenza costanti (5 MHz): avveniva cioè come se l'oscillatore locale per la conversione avesse una instabilità di frequenza molto notevole, con repentine e disordinate variazioni assai superiori alla larghezza della banda passante del filtro. Peraltro lo studio dell'oscillatore isolato aveva dimostrato che per le maggiori frequenze della gamma ricoperta si avevano variazioni di frequenza notevoli in confronto con la banda passante, ma sempre molto lente, mentre le variazioni brusche erano risultate sempre molto più piccole e non potevano assolutamente spiegare da sole l'anormale comportamento dell'apparecchio.

Si pensò quindi che l'oscillatore, in funzione di convertitore di frequenza, presentasse un'instabilità di frequenza maggiore di quando era stato provato isolato e nei tentativi fatti per vagliare tale ipotesi fu osservato che variando l'accordo del circuito oscillatorio d'antenna, collegato alla griglia g_1 del tubo convertitore (fig. 4), si notavano forti variazioni nelle indicazioni dello strumento con una tensione all'ingresso di ampiezza e frequenza costanti, ascoltando in un altro ricevitore la

nota del battimento ottenuto fra la frequenza dell'oscillatore e quella di un adatto generatore a quarzo, si avvertiva un cambiamento della frequenza di battimento, quando si variava la regolazione del circuito d'antenna intorno al valore di risonanza con la frequenza locale.

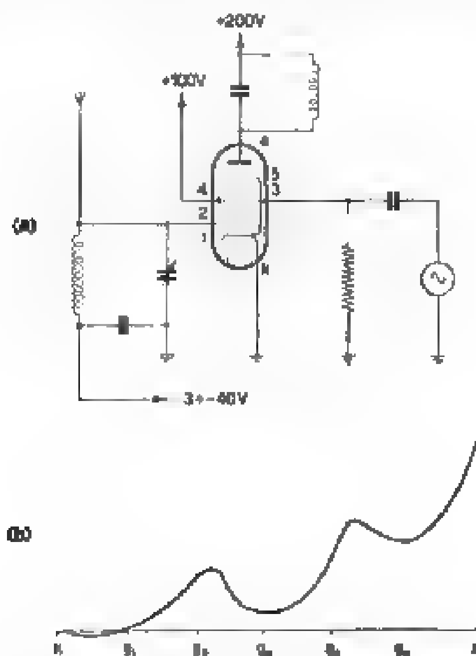


Fig. 4. — Primo schema del convertitore di frequenza.

Ciò provò l'esistenza di un certo grado di accoppiamento fra il circuito accordato d'ingresso e l'oscillatore locale; tale accoppiamento doveva avvenire esclusivamente nell'interno del tubo mescolatore poichè scompariva ogni reciproca influenza, sia rendendo molto negativa la tensione base della griglia g_1, sia togliendo l'accensione del tubo convertitore. Si pensò pertanto di ricercarne la causa nell'effetto di induzione, che, per frequenze molto alte, si manifesta nei tubi convertitori a più griglie ([2]).

In un tubo mescolatore pentagriglia, montato secondo lo schema normale riportato nella figura 4, la distribuzione di potenziale nel tratto catodo-anodo è quella indicata nella figura stessa, salvo che alla tensione della griglia g_3 ne è sovrapposta una oscillante di alcuni volt, cosicchè

([2]) M. J. O. Strutt: Moderne Mehrgitter-Elektronenröhren - J. Springer Berlin, 1937 I, p. 71

durante la semionda positiva g_3 acquista un potenziale pressochè uguale a quello del catodo, mentre diviene fortemente negativa nell'altra semionda. Gli elettroni, che hanno attraversato le prime due griglie, subiscono un rallentamento nel tratto tra g_2 e g_3, essendo quivi il campo elettrico diretto in senso contrario al moto. Alcuni degli elettroni vengono richiamati da g_2, che ha un elevato potenziale positivo, e una parte di questi riesce anche a riattraversare g_2 e a giungere nuovamente nei pressi di g_1; qui essi, sotto l'azione di g_1 invertono nuovamente il movimento e si riuniscono alla corrente principale. Perciò davanti alla terza griglia si forma un forte catodo virtuale, ma se ne forma anche uno, alquanto più debole, tra la prima e la seconda griglia. Quest'ultima carica spaziale è più densa quando g_3 è maggiormente negativa, perchè allora è grande il numero di elettroni che non riescono a superare g_3 e ritornano verso g_1; quando invece g_3 diventa positiva quasi tutti gli elettroni la attraversano, attirati da g_4 e dall'anodo e la carica spaziale tra g_1 e g_2 sparisce quasi completamente.

Tali variazioni della carica spaziale che circonda la griglia g_1 inducono su questa variazioni di cariche elettriche, che si traducono in variazioni del potenziale della griglia stessa: precisamente, nella semionda negativa della tensione applicata a g_3 l'aumentata densità della carica spaziale richiama cariche positive su g_1, che pertanto assume potenziali negativi. Cioè sulla griglia g_1 si inducono variazioni di potenziale alternative, della stessa frequenza di quelle applicate a g_3 e in fase considerata esistente unicamente tra g_1 e il catodo una capacità.

Si può quindi considerare questo effetto d'induzione come prodotto apparentemente da una piccola capacità tra g_1 e g_3, positiva e unilaterale, poichè il corrispondente effetto di g_1 su g_3 è certamente diverso e deve essere rappresentato in altro modo. Precisamente quest'ultimo deve essere analogo all'effetto d'induzione che si ha adoperando l'ottodo quale tubo convertitore; in questo caso l'oscillazione locale è appunto applicata a g_1 mentre g_4 è la griglia connessa al circuito di entrata ed è stato trovato che l'effetto risentito da g_4 a causa dell'induzione può pensarsi come dovuto ad una capacità *negativa* e unilaterale esistente tra le due griglie g_1 e g_4.

Dalle misure fatte sul tubo convertitore 6L7 G nelle condizioni di funzionamento dell'apparecchio, cioè con resistenza equivalente del circuito oscillatorio di entrata di circa 60 kΩ, è risultato che la tensione indotta su g_1 è di circa 2 V, quando a g_3 è applicata una tensione alternata di 20 V e il potenziale base di g_1 è di — 3 V; questa tensione indotta è in relazione quasi lineare con la tensione applicata a g_3 e decresce rapidamente se si aumenta la tensione negativa di polarizzazione data a g_1.

Mentre nelle normali applicazioni le conseguenze di tale effetto di induzione sono per lo più trascurabili, nel caso attuale esse acquistano importanza e determinano gli inconvenienti specificati all'inizio del paragrafo, perchè la ristrettezza della banda passante del filtro (circa

100 Hz) permette di avvertire variazioni di frequenza dell'oscillatore dell'ordine di $2 \cdot 10^{-8}$, e perchè, avendo per altri motivi scelto come frequenza di conversione il valore piuttosto basso di 100 kHz, risulta piccola la dissintonia del circuito di entrata, accordato sul segnale da ricevere, rispetto alla frequenza dell'oscillatore locale. In queste condizioni la piccola instabilità di frequenza, che inevitabilmente si manifesta nell'oscillatore, nonostante le cure poste per eliminarla, risulta aumentata dalla presenza di un accoppiamento con un circuito oscillatorio accordato quasi alla risonanza.

Si è cercato in un primo tempo di ovviare all'inconveniente facendo pervenire a g_1 una tensione, di uguale ampiezza e di fase opposta a quella prodotta dall'effetto d'induzione, mediante una capacità di neutralizzazione C_n connessa tra g_1 e un punto del circuito dell'oscillatore locale simmetrico a quello collegato a g_3 (fig. 5), è stato così possibile ottenere una discreta compensazione agli effetti della tensione indotta: la capacità occorrente è risultata molto piccola, dell'ordine della frazione di μμF. Un miglioramento della compensazione si è anche avuto ponendo in serie a C_n la resistenza R_n di 10 kΩ; questa compenserebbe l'effetto della durata finita del tempo di transito degli elettroni per frequenze alte non più trascurabile rispetto al periodo delle oscillazioni applicate. In questo modo si è riusciti a ridurre la tensione indotta da 2 V a 0,35 V, tuttavia rimaneva sempre eccessiva l'instabilità di frequenza dell'oscillatore. La scarsa efficacia della compensazione dell'effetto d'induzione mediante capacità e resistenza è attribuibile alle seguenti cause:

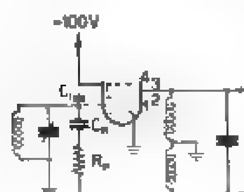


Fig. 5. — Compensazione dell'effetto d'induzione elettronica.

a) capacità e resistenza sono elementi di accoppiamento bilaterale, mentre, come si è detto, per effetto dell'induzione tra le due griglie si hanno due accoppiamenti unilaterali diversi nei due sensi;

b) la tensione indotta su g_1 da una tensione sinusoidale applicata a g_3 non è in realtà essa pure perfettamente sinusoidale e perciò anche per questo riguardo l'effetto d'induzione non è esattamente compensabile mediante capacità e resistenze;

c) l'accoppiamento tra g_1 e g_3 può essere anche dovuto in parte all'autoinduzione dei conduttori colleganti gli elettrodi del tubo con l'esterno e alla mutua induzione tra essi.

Evidentemente l'effetto risultante da questi vari e complessi elementi non può essere compensato da un'impedenza di tipo lineare formata soltanto da capacità e resistenza.

L'eliminazione dell'accoppiamento è stata invece agevolmente ottenuta impiegando due tubi 6L7 con le griglie g_1 connesse in parallelo al circuito d'entrata, e con le griglie g_3 comandate in opposizione di fase dall'oscillatore locale (fig. 3). Con questo schema ogni eventuale azione

di una griglia g_3 sulla rispettiva griglia g_1 è bilanciata a tutti gli effetti da quella corrispondente e opposta dell'altro tubo. Si noti che l'aggiunta del secondo tubo è stata fatta successivamente alla sistemazione del filtro a quarzi, per non rifare allora la delicata regolazione di quest'ultimo, si è preferito di non modificare il circuito anodico dello stadio, lasciando il tubo aggiunto inattivo nei riguardi della trasformazione di frequenza; il suo anodo è stato infatti direttamente collegato al polo positivo.

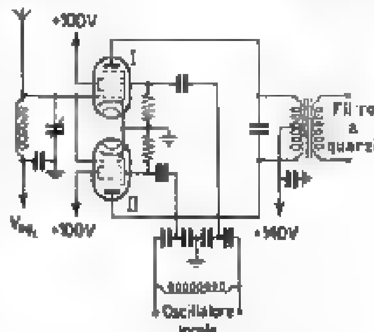


Fig 6. - Schema definitivo del convertitore di frequenza.

Sarebbe però assai più conveniente collegare il circuito anodico in controfase secondo lo schema della figura 6 ([8]), perchè esso ha su quello attuato i seguenti vantaggi migliora l'efficienza di conversione, elimina i disturbi dovuti alle combinazioni delle seconde armoniche, rende simmetrico il circuito d'entrata del filtro, facilitandone l'attuazione.

L'inconveniente dovuto alla combinazione delle seconde armoniche si presenta, sia quando si analizzano oscillazioni con una sensibile seconda armonica, sia quando, essendo la tensione applicata all'apparecchio eccessivamente forte, la seconda armonica si forma nel tubo mescolatore per la non linearità della sua caratteristica. In questo tubo si forma pure la seconda armonica della frequenza dell'oscillatore locale, dato che è sempre notevole, perchè sia buona l'efficienza di conversione, il valore della tensione da esso fornita alla griglia g_3.

La combinazione della seconda armonica del segnale con quella dell'oscillazione locale dà luogo ad una falsa indicazione dello strumento, come se esistesse un'altra emissione, scostata dalla prima di $\pm$ 50 kHz, secondo che $f_0 \lessgtr F$, essendo f_0 la frequenza locale e F quella del segnale.

Infatti, dalla relazione già vista, $\pm f_0 \mp F = 100$ kHz, moltiplicando i due membri per 2 e portando 100 kHz nel primo si ottiene $\pm 2\,(f_0 \mp 50\text{ kHz}) \mp 2F = 100$ kHz, che dimostra appunto quanto è stato ora detto.

Quando si verifica tale inconveniente, a 50 kHz dalla posizione di accordo sulla portante la misura viene del tutto falsata; perciò deve essere limitato a $\pm$ 50 kHz il campo di frequenza esplorabile intorno alla portante, mentre, com'è stato detto, in particolari condizioni

([8]) Non si riporta per brevità la dimostrazione che lo schema della figura 6, con circuito anodico collegato in controfase, attua esso pure la conversione di frequenza, eliminando il disturbo proveniente dalla combinazione delle seconde armoniche

un trasmettitore radiotelegrafico può emettere bande laterali in un campo più esteso. In questi casi per rilevare l'intero spettro occorre ridurre l'accoppiamento d'antenna in modo che non sia più avvertito il disturbo derivante dalla combinazione delle seconde armoniche, a scapito naturalmente della sensibilità dell'apparecchio per le bande laterali.

Anche da questo punto di vista, per avere cioè un più largo campo di esplorazione e quindi una più ampia scala di misura, è conveniente il collegamento degli anodi in controfase, secondo lo schema della figura 6.

5. - Studio del filtro a quarzi a banda passante.

Per le ragioni precedentemente esposte il filtro a quarzi deve avere una banda passante di circa 80 ÷ 100 Hz intorno alla frequenza di 100 kHz, sulla quale è accordato l'amplificatore con regolazione automatica di sensibilità. Il filtro è costituito, secondo uno schema a ponte, come è indicato nella figura 7, con due sbarrette di quarzo, Q_a e Q_b di caratteristiche identiche e con frequenze di risonanza di corrente (« serie ») rispettivamente di 100 356 Hz e di 100 416 Hz, differenti cioè fra di loro approssimativamente per un valore uguale alla larghezza della banda passante voluta. Le sbarrette sono ottenute con taglio X, e si utilizza la frequenza di risonanza della vibrazione lungo l'asse Y del cristallo.

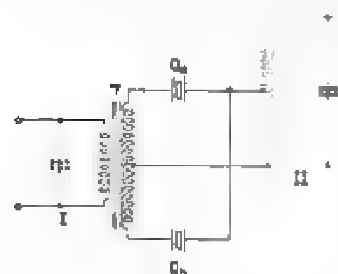


Fig. 7. — Schema di principio del filtro a quarzi.

Esse sono racchiuse ciascuna entro un'ampolla di vetro vuotata, per diminuire lo smorzamento; il coefficiente di risonanza è risultato molto elevato: $\varepsilon_a \cong \varepsilon_b \cong 40\,200$.

Si accenna ora brevemente ai punti principali dello studio del filtro. Al circuito indicato nella figura 7, tenendo presente lo schema elettrico equivalente di un risonatore a quarzo in un limitato intorno della frequenza di risonanza delle sbarrette si può sostituire il circuito equivalente riportato nella figura 8. Questo a sua volta può essere successivamente trasformato nello schema a traliccio simmetrico riportato nella figura 9a; è facile dimostrare la validità di tale trasformazione ([4]), se si suppone

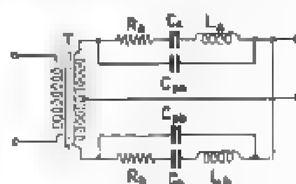


Fig. 8. — Schema equivalente del filtro a quarzi.

([4]) R. FELDTKELLER, Einführung in die Siebschaltungstheorie der elektrischen Nachrichtentechnik - S. Hirzel, Leipzig, 1939, p. 42.

che T sia un trasformatore ideale di rapporto unitario, composto di tre avvolgimenti uguali e perfettamente concatenati

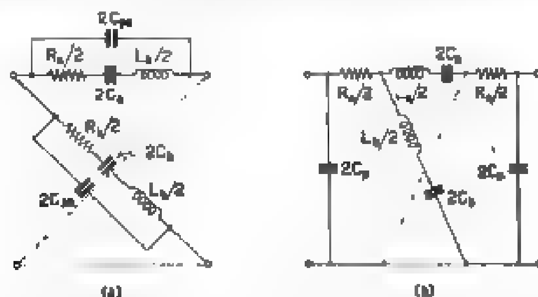


Fig. 9 — Schemi a traliccio del filtro a quarzi

Nell'attuazione del filtro, la condizione posta per T è stata sufficientemente avvicinata impiegando un trasformatore con nucleo di polvere di ferro compressa, che ha permesso di raggiungere un coefficiente di accoppiamento tra gli avvolgimenti di circa 0,8.



Fig. 10. Schema a traliccio ridotto del filtro a quarzi

Supponendo ancora che siano uguali, o si siano rese tali con opportune aggiunte, le resistenze R_a ed R_b, e le capacità in parallelo C_{pa} e C_{pb}, degli schemi equivalenti dei quarzi si può dimostrare, avvalendosi del teorema di Bartlett, che questi elementi possono essere trasportati fuori del traliccio (fig. 9*b*), e quindi essere considerati come facenti parte dei circuiti d'entrata e d'uscita del filtro. Lo studio di questo è dunque ricondotto a quello di un semplice schema a traliccio simmetrico (fig. 10), composto di sole reattanze senza perdite, per il quale è semplice prevedere teoricamente l'induttanza e la capacità dei lati in serie e in croce, in funzione della larghezza della banda passante e del valore della resistenza dei circuiti applicati all'entrata ed all'uscita del filtro ([5]).

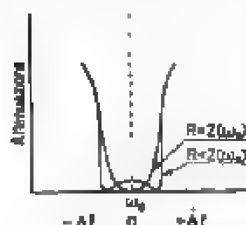


Fig. 11 — Curve caratteristiche schematiche del filtro a quarzi.

Si possono così calcolare tutti i dati occorrenti per il taglio delle sbarrette di quarzo, e stabilire l'accoppiamento più opportuno fra la cellula ed i circuiti oscillatori terminali (fig. 7).

([5]) Loc. cit. nota ([4]), p. 61

È da tener presente che in questo tipo di filtro la larghezza della banda passante corrisponde all'incirca all'intervallo tra le frequenze di risonanza dei quarzi, e che, per avere una curva di attenuazione più ripida ai lati della banda passante stessa (fig. 11), conviene tenere le resistenze R, applicate all'entrata ed all'uscita, di valore leggermente minore, di quello assunto dall'impedenza caratteristica Z del filtro per la pulsazione centrale ω_0 della sua banda passante. Nel caso presente i circuiti oscillatori I e II (fig. 7), accordati sulla pulsazione ω_0, presentano nella risonanza una resistenza equivalente superiore al valore ottimo di R calcolato. Per ottenere quindi una curva d'attenuazione col profilo voluto occorre eseguire una conveniente trasformazione d'impedenza. Il rapporto di trasformazione migliore è stato trovato sperimentalmente, con successivi tentativi, e pure sperimentalmente si è constatato che l'andamento della curva d'attenuazione è molto simile a quello teorico illustrato dalla figura 11, anche se le impedenze terminali del filtro, costituite dai due circuiti oscillatori I e II, non restano effettivamente reali e costanti per ogni valore di ω, come si era supposto nella trattazione. Tale favorevole risultato consegue dal fatto che il campo di frequenza da considerare per la curva di attenuazione è molto piccolo rispetto al valore medio, e che i coefficienti di risonanza dei circuiti accordati estremi, sono molto piccoli rispetto a quelli dei quarzi.

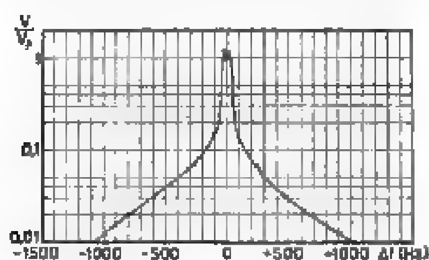


Fig. 12. Curva caratteristica effettiva del filtro a quarzi

Nella figura 12 si riporta la curva di selettività totale del voltmetro analizzatore, collegato con il filtro a quarzi descritto. L'andamento di tale curva è sembrato soddisfacente; ove si desiderasse una maggiore approssimazione alla forma rettangolare ideale, basterebbe aggiungere una seconda cellula a quarzi.

6. - Dispositivo di misura a scala logaritmica.

Il dispositivo di misura a scala logaritmica adottato nell'apparecchio non differisce sostanzialmente da quello di Ballantine (*), riportato schematicamente nella figura 13. Si ha cioè un amplificatore con regolazione automatica di guadagno, in modo da mantenere pressochè costante la tensione all'uscita, e con tubi di caratteristica esponenziale. Allora il guadagno varia in modo inversamente proporzionale alla tensione all'entrata e la variazione automatica della tensione di polarizzazione di

(*) S. BALLANTINE. Electronics, 1931, IV, p. 472.

griglia dei tubi amplificatori, mediante la quale è attuata la regolazione di guadagno, avviene approssimativamente secondo il logaritmo della



Fig. 13. — Schema di principio del voltmetro a scala logaritmica.

tensione di entrata. Infatti, con l'ipotesi fatta circa la caratteristica dei tubi si ha:

$$[4] \qquad \frac{V_2}{V_1} = A e^{-n a V_{0g}},$$

nella quale V_1 e V_2 sono rispettivamente le tensioni d'ingresso e d'uscita dell'amplificatore, n è il numero degli stadi di amplificazione, supposti tutti identici, V_{0g} è il valore della polarizzazione negativa delle griglie di comando, a ed A sono due costanti. Supposto che V_2 rimanga invariata e indicate con m e K altre due costanti, si può trasformare la [4] nella seguente espressione

$$[5] \qquad V_{0g} = \frac{1}{na} \log_e V_1 - k = m \log_e V_1 - k$$

la quale appunto dimostra come la tensione di polarizzazione V_{0g} delle griglie e la tensione d'entrata V_1 nell'amplificatore, siano tra loro legate da una relazione logaritmica.

Perciò in scala semilogaritmica il diagramma della tensione di entrata V_1 in funzione della tensione di polarizzazione V_{0g} dovrebbe, per la [5], essere rettilineo; in realtà ciò non avviene perfettamente, perchè V_2 non è rigorosamente costante e perchè la funzione del guadagno non è esattamente esponenziale. Ad ogni modo il dispositivo descritto permette di ottenere, previa taratura, un voltmetro a larga scala avente legge prossimamente logaritmica, come appunto si desiderava.

È da notare che ci si allontana maggiormente dalla legge logaritmica, se in uno dei tubi amplificatori, invece della tensione di polarizzazione, si misura la corrente anodica, perchè questa è a sua volta funzione esponenziale della tensione base di griglia V_{0g}.

Nella costruzione eseguita (fig. 3) si è cercata la massima possibile approssimazione alla condizione V_2 = costante, aumentando l'efficacia della regolazione automatica di guadagno, mediante un'amplificazione della tensione continua fornita dal diodo per rettificazione del segnale. Allo stadio di rivelazione si è perciò fatto seguire un pentodo, tipo 77, amplificatore di tensioni continue, dal cui circuito anodico è stata prelevata la tensione di polarizzazione delle griglie di comando; inoltre si

è imposto al funzionamento del dispositivo un valore di soglia di circa 5 V, mediante una polarizzazione negativa di griglia del tubo 77. Con tali accorgimenti la tensione V_2 varia solo da 5,2 a 6,2 V, quando la tensione d'entrata nell'analizzatore varia da 30 a 30 000 μV. L'elevata costante di tempo, circa 10 s, necessaria al voltmetro perchè sia sensibile al valor massimo del segnale manipolato, è ottenuta nel circuito anodico del pentodo 77, ponendo un condensatore C_1 di 10 μF in parallelo alla resistenza anodica utile R_1 di 1 MΩ.

In tal modo la carica del condensatore C_1 avviene rapidamente attraverso il tubo 77 non appena giunge il segnale, mentre la sua scarica tra un segnale e l'altro avviene lentamente attraverso la resistenza R_1, essendo il tubo polarizzato oltre l'interdizione; così la tensione che si localizza ai capi della resistenza R_1 è proporzionale al valore massimo del segnale.

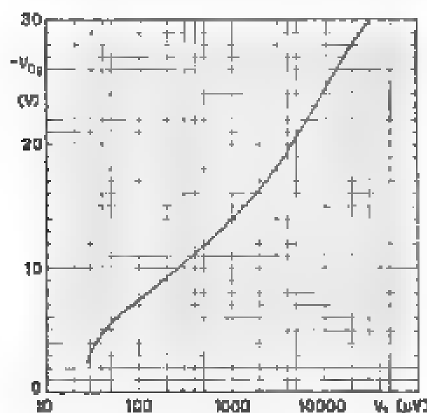


Fig. 14 — Curva caratteristica del voltmetro a scala logaritmica.

La misura della tensione negativa applicata alle griglie dei due tubi amplificatori è fatta ponendo in serie alla resistenza R_1 un microamperometro con scala fino a 30 μA. Tutto il sistema è stato tarato in funzione della tensione V_1, applicata all'ingresso del voltmetro analizzatore. La relativa curva di taratura che è riportata nella figura 14, ha un andamento abbastanza lineare per permettere una buona precisione, anche nella misura con forti tensioni all'entrata.

7. - Uso del voltmetro analizzatore.

Per rilevare con l'apparecchio descritto la funzione $V/V_p = \varphi(\Delta f)$, corrispondente allo spettro di frequenze di una emissione radiotelegrafica, occorre anzitutto regolare lo strumento in fondo di scala col valor massimo della tensione captata, ed iniziare quindi la misura, disponendo dei seguenti elementi:

a) curva di taratura in frequenza dell'oscillatore dell'apparecchio in funzione della graduazione del suo condensatore variabile, per la misura delle ascisse Δf del diagramma;

b) curva di taratura dello strumento di misura (microamperometro) in funzione delle tensioni d'entrata (fig. 14), per la misura delle ordinate V/V_p del diagramma;

c) curva di risonanza dell'apparecchio (fig. 12), per tener conto che essa non ha la forma rettangolare ideale. È consigliabile rilevare questa curva ogni volta che si inizia una serie di misure, facendo la misura sulla emissione continua del radiotrasmettitore senza manipolazione, per aver la conferma del normale funzionamento dello strumento.

Come si è già ricordato, il voltmetro analizzatore consente la misura delle bande laterali sin dove esse hanno un'ampiezza di 1/1000 di quella massima. Perchè ciò sia possibile occorre, come risulta dal diagramma della figura 14, che l'ampiezza massima dia luogo all'ingresso ad una tensione di circa $3 \cdot 10^{-2}$ V, che può essere facilmente ottenuta anche con un'antenna di ridottissime dimensioni se si è molto vicini alla stazione trasmittente. In tal caso bisogna schermare opportunamente l'apparecchio per essere sicuri di ricevere soltanto la vera e propria emissione, escludendo completamente ogni possibile irradiazione degli stadi del trasmettitore precedenti quello finale.

Le poche misure fatte, descritte nel seguente paragrafo hanno confermato che l'apparecchio risponde in genere allo scopo e fornisce dati molto interessanti.

8. - Risultati di alcune misure di spettri di emissione.

Le prime misure sono state eseguite alla frequenza di 5,1 MHz, su una piccola stazione trasmittente della potenza di 60 W, costituita da un oscillatore a quarzo pilota, seguito da due stadi amplificatori con pentodi. La manipolazione di questo trasmettitore è a doppio contatto e agisce sulla griglia schermo dell'ultimo tubo come è indicato nella figura 15 a tasto alzato si applica allo schermo una tensione di 60 V che interdice la corrente anodica del tubo, a tasto abbassato si dà invece alla griglia la tensione positiva occorrente al normale funzionamento.

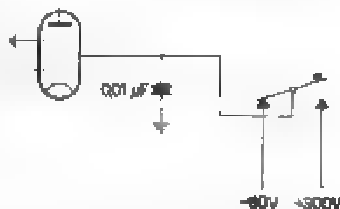


Fig. 15. — Schema di manipolazione del trasmettitore da 60 W.

Si è innanzi tutto controllata l'influenza della velocità di manipolazione sullo spettro di frequenza emesso, manipolando il trasmettitore con una macchina Creed, successivamente alle velocità di 175 e 350 caratteri al minuto, e rilevando i rispettivi diagrammi, che sono riportati nella figura 16. Come si vede, la velocità di manipolazione influisce poco sull'estensione e sull'ampiezza delle bande laterali. Si deve perciò ritenere che queste siano essenzialmente dovute ai fenomeni transitori che si generano nei circuiti dell'apparato, quando, durante la manipolazione, si passa bruscamente dallo stato di funzionamento a quello di riposo.

L'eliminazione quasi completa delle bande laterali dovrà quindi ottenersi rendendo graduale l'entrata in funzione e l'arresto del trasmet-

titore, cioè applicando gradualmente le tensioni di comando al tubo manipolato

Per dimostrarlo, si è inserita una cellula ritardatrice, costituita da capacità e resistenza e con costante di tempo di 1 ms, nel collegamento

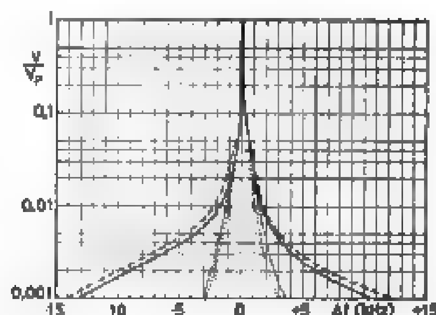


Fig. 16. — Inviluppi dello spettro di frequenza del trasmettitore da 60 W
—— manipolazione 350 lettere al minuto } senza cellule ritardatrici,
—— » 175 » »
— · — » 175 » » con » »
- - - trasmissione continua, senza manipolazione (curva di risonanza)

tra il tasto e la griglia schermo (fig. 17), ripetuta la misura delle bande laterali, si è ottenuta la curva a tratti e punti riportata nella figura 16. Questa, essendo molto prossima alla curva di risonanza del voltmetro

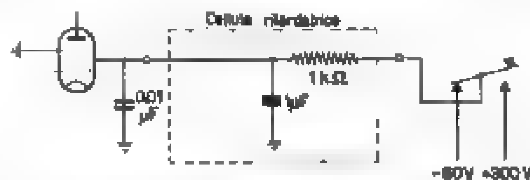


Fig. 17 — Schema di manipolazione del trasmettitore da 60 W per la riduzione dello spettro di frequenza.

analizzatore (per punti nei quali la tensione è 1/1000 di quella della portante, la differenza è solo di 0,5 kHz per parte), prova appunto la quasi totale eliminazione delle bande laterali.

Dopo l'inserzione della cellula ritardatrice si è anche esaminato se essa provocasse un ritardo di tempo tale da diminuire la chiarezza della trasmissione telegrafica; perciò si è verificata la forma dei segnali emessi con un oscillografo a raggi catodici, e non si è notata alcuna sensibile deformazione.

Nella pratica applicazione di tali cellule ritardatrici agli apparati trasmittenti e nella scelta dei loro valori di capacità e resistenza, occorre

tener conto delle capacità e resistenze già presenti nel circuito di manipolazione. Inoltre è da notare che la prova descritta è solo un primo tentativo per ridurre l'ampiezza delle bande laterali e nulla esclude che simili risultati possano anche ottenersi con altri mezzi.

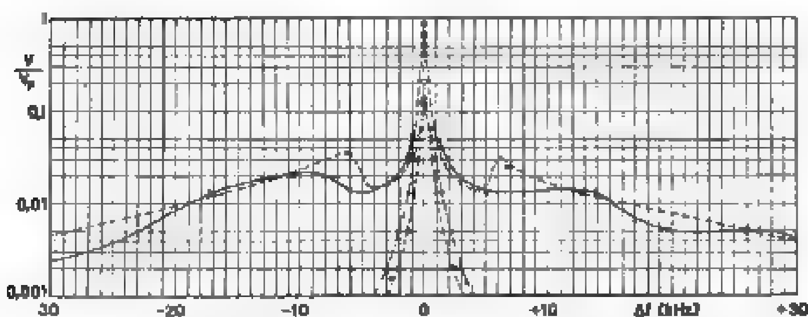


Fig. 18. — Inviluppi dello spettro di frequenza del trasmettitore da 5 kW trasmissione con stadio finale escluso, senza bilanciamento del carico, manipolazione 200 lettere al minuto

— — — di soli punti } senza cellule ritardatrici,
——— » qualunque carattere }
» » » con » »
- - - - » trasmissione continua, senza manipolazione (curva di risonanza)

Al riguardo si fa però presente che, nel corso delle misure eseguite, non si è riscontrata nessuna apprezzabile variazione della larghezza dello spettro emesso, modificando la regolazione della chiave di manipolazione, quando questa è ottenuta con macchina.

Una seconda serie di misure è stata fatta su una stazione trasmittente della potenza di 5 kW, composta da. un complesso pilota a quarzo, costituito dall'oscillatore propriamente detto e dagli stadi separatori e moltiplicatori di frequenza; un primo amplificatore, costituito da un pentodo della potenza di 100 W, manipolato sulla griglia schermo in modo simile a quello precedentemente indicato (fig. 15); un preamplificatore della potenza di 1 kW, costituito da due tetrodi collegati in controfase, infine un amplificatore di potenza, costituito da quattro triodi collegati a due a due in parallelo e controfase, con una potenza complessiva utile di 5 kW.

Sul generatore delle tensioni anodiche e di schermo del primo amplificatore e del preamplificatore esiste un dispositivo per la costanza del carico; invece lo stadio finale di potenza, alimentato da un generatore a parte non ha alcun sistema per il bilanciamento del carico durante la manipolazione.

Le misure sono state fatte sull'onda di 59,7 m, dapprima con stadio finale e bilanciamento del carico esclusi, e si è ottenuto l'insieme di curve riportato nella figura 18.

In particolare: la linea a tratti brevi è la curva di risonanza dell'apparecchio, rilevata con trasmissione continua, senza manipolazione, la curva a tratto continuo è l'andamento dello spettro di frequenza quando si trasmettono caratteri qualunque alla velocità di 200 lettere al minuto;

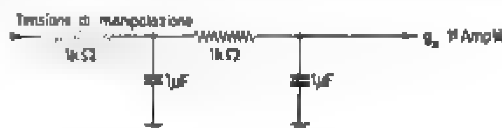


Fig. 19. — Schema di manipolazione del trasmettitore da 5 kW per la riduzione dello spettro di frequenza.

la curva a tratti lunghi è eseguita con le stesse modalità, ma con trasmissione di soli punti, infine la curva a tratti e punti indica l'andamento assunto dal diagramma, quando le tensioni di manipolazione sono applicate all'elettrodo comandato attraverso due cellule ritardatrici, costituite come è indicato nella figura 19.

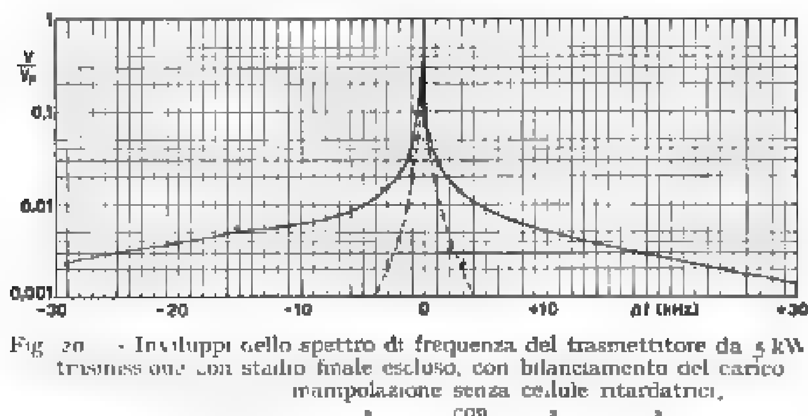


Fig. 20. — Inviluppi dello spettro di frequenza del trasmettitore da 5 kW: trasmissione con stadio finale escluso, con bilanciamento del carico
manipolazione senza cellule ritardatrici,
» con » »

Anche in questo caso l'introduzione di cellule ritardatrici nel circuito di manipolazione annulla quasi completamente le bande laterali, benchè esse fossero prima molto estese, senza diminuire minimamente la chiarezza di trasmissione, come si è potuto constatare ricevendo e registrando il segnale.

Successivamente è stato inserito il dispositivo per la costanza del carico. Le misure eseguite in queste condizioni sono compendiate nei diagrammi della figura 20, che denotano una sensibile diminuzione delle bande laterali rispetto al caso precedente, quando mancano le cellule ritardatrici: viceversa con quest'ultime in circuito, non si hanno apprezzabili variazioni nello spettro di frequenza emesso.

Incluso infine lo stadio finale di potenza, si è rilevata la curva a linea continua della figura 21, si ha in questo caso una banda di frequenze leggermente più ampia di quella ottenuta con le stesse modalità col solo stadio preamplificatore. La causa di questa maggiore estensione dello spettro è probabilmente dovuta alle variazioni di tensione anodica

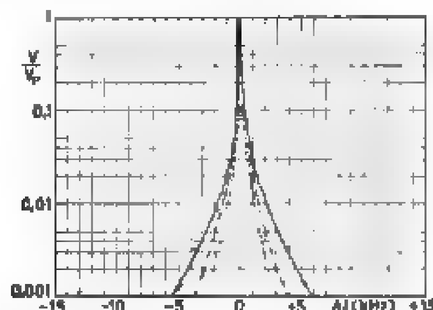


Fig. 21. — Inviluppi dello spettro di frequenza del trasmettitore da 5 kW manipolazione con cellule ritardatrici
——— trasmissione con stadio finale incluso
— - — » » » » escluso
- - - » continua, senza manipolazione (curva di risonanza)

che si verificano nello stadio finale durante la manipolazione, non esistendo alcun dispositivo per il bilanciamento del carico sul relativo generatore (rettificatore con diodi a vapori di mercurio).

Infatti, durante le pause la tensione anodica fornita dall'alimentatore cresce alquanto rispetto al suo valore di funzionamento sotto carico, ed i triodi dello stadio finale forniscono perciò, appena eccitati, una potenza maggiore di quella normale.

Abbassando il tasto manipolatore si determina quindi in un primo piccolissimo intervallo di tempo una rapida diminuzione dell'ampiezza dell'oscillazione, che dà luogo ad una maggiore banda laterale emessa.

Che l'instabilità di tensione anodica abbia effetti del tipo suddetto era già cosa accertata (7).

Gli stadi precedenti del trasmettitore, primo amplificatore e preamplificatore risentono forse meno l'influenza delle variazioni di tensione anodica perchè sono costituiti con pentodi o con tetrodi.

Evidentemente il rilievo dei diagrammi descritti deve porre in evidenza tutti gli eventuali inconvenienti di funzionamento del trasmettitore; così ad esempio, da una delle misure eseguite risultò il curioso

(7) K. Schlupp: Untersuchungen zur Frage der Sender- und Empfängerentstörung im Kurzwellengebiet. F. T. M., 1938, p. 342.

profilo riportato nella figura 22, avente un contorno all'incirca sinoidale, con ampiezza gradualmente smorzata col crescere della distanza dalla frequenza portante. L'anormalità fu probabilmente dovuta ad un arco formatosi, durante la manipolazione, sul potenziometro di regolazione

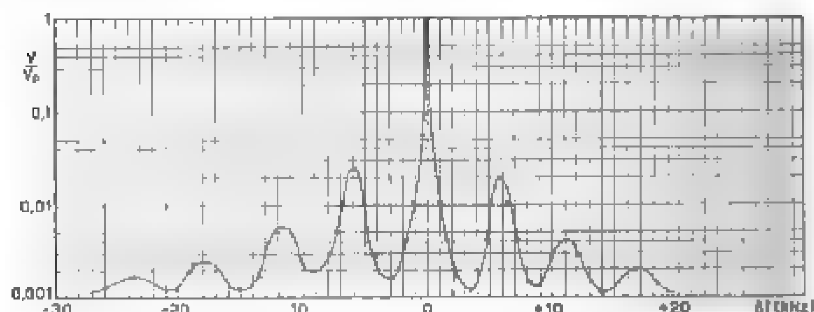


Fig. 22. - Inviluppo anomalo dello spettro di frequenza del trasmettitore da 5 kW: trasmissione con stadio finale escluso, manipolazione 200 lettere al minuto con cellule ritardatrici.

della polarizzazione base di griglia del primo amplificatore, dopo breve tempo infatti il funzionamento dell'apparato si arrestò per l'interruzione del potenziometro stesso, e, a riparazione avvenuta, non fu più possibile ripristinare le medesime singolari condizioni di funzionamento.

Dalle curve precedentemente esaminate si deduce che l'estensione dello spettro di frequenza può essere in qualche caso di alcune decine di kHz, 30 — 50, per ciascun lato della portante, e che esso è sensibilmente simmetrico rispetto alla frequenza centrale. Le leggere differenze che si riscontrano nei due rami delle curve sono dovute probabilmente ai mutamenti delle condizioni di varia natura, che possono verificarsi nel tempo piuttosto lungo richiesto da ciascuna misura.

9. - Conclusione.

La prima serie di prove preliminari, fatte per impostare lo studio dell'apparecchio analizzatore dello spettro di frequenza di un radiotrasmettitore, aveva già messo in evidenza le caratteristiche delle bande laterali di un'emissione radiotelegrafica: queste sono state confermate dalle più accurate misure, eseguite con l'apparecchio, su reali apparati radiotrasmittenti in telegrafia.

È cioè risultato che lo spettro di frequenza dovuto alla manipolazione è discontinuo e che la sua estensione può raggiungere in qualche caso alcune decine di kHz in più e in meno della frequenza portante, poichè, sebbene le ordinate decrescano sempre molto rapidamente in un piccolo intorno della frequenza portante, si possono avere facilmente

rapporti di tensione dell'1 % per scostamenti di 10 kHz e del 0,1 % per scostamenti di 30 kHz dalla portante.

L'apparecchio misuratore attuato è un voltmetro con scala di tensioni molto estesa (30 μV ÷ 50 mV), selettività molto elevata ed opportuna costante di tempo e si è dimostrato perfettamente adatto allo scopo. Esso può essere di grande utilità nello studio della manipolazione di un radiotrasmettitore, permettendo di rilevare l'influenza di tutti gli eventuali inconvenienti connessi con la manipolazione stessa instabilità di frequenza, instabilità di tensione e così via

Con le caratteristiche di spettri di frequenza dimostratisi correntemente possibili, se non si prendono particolari accorgimenti nella manipolazione, il disturbo arrecato nei servizi radiotelegrafici dalle bande laterali di un trasmettitore può assumere proporzioni molto notevoli. Si deve infatti tener presente che, in favorevoli condizioni di propagazione, basta una piccolissima potenza in antenna, inferiore a 1 W, perchè un segnale su onde corte si propaghi a grandissima distanza. Così può avvenire che per una potente stazione trasmittente radiotelegrafica (ad esempio 10 kW) si propaghino a grande distanza oscillazioni per le frequenze di banda laterale, con un rapporto di tensioni dell'1 % rispetto alla portante, corrispondente a un rapporto di 10^{-4} per la potenza irradiata dall antenna. Perciò, senza speciali precauzioni può accadere facilmente che un trasmettitore disturbi una zona di ± 10 ÷ 20 kHz intorno al valore di servizio della frequenza, anche a distanze molto notevoli Invece l'adozione di un corretto sistema di manipolazione e l'uso di cellule ritardatrici sul relativo circuito, eliminano quasi completamente le bande laterali e possono essere nei casi particolari accennati, di sensibile beneficio alle comunicazioni

Gli scriventi ringraziano il prof. M Boella per la guida e l'aiuto ricevuti nello svolgimento del lavoro.

APPENDICE

Prove di stabilità di frequenza sull'oscillatore locale dell'analizzatore.

Le prove di stabilità di frequenza, eseguite sull'oscillatore di conversione C (fig 3) dello strumento, avevano lo scopo di determinare le variazioni della frequenza nel tempo, rimanendo costanti gli elementi del circuito e le sue condizioni di alimentazione e di studiare l'importanza dei vari fattori che possono influire sul valore della frequenza accensione dei tubi, tensione anodica, spostamenti di fase delle com

ponenti alternative di corrente e di tensione anodica, percentuale di armoniche dell'onda generata ([8])

Si è dapprima presa in esame la stabilità di frequenza dell'oscillatore in funzione del tempo, per condizioni di alimentazione costanti. I risultati ottenuti sono riportati in diagramma nelle figure 23 e 24

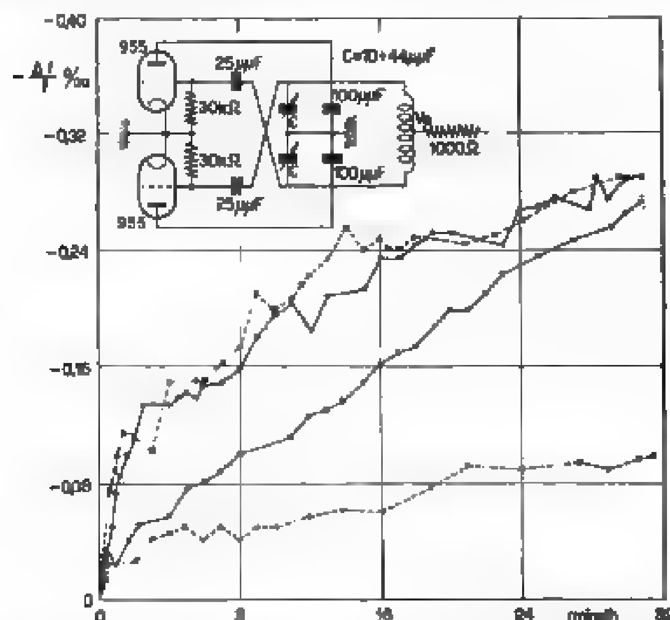


Fig. 23. Curve di stabilità di frequenza dell'oscillatore con condensatori fissi ceramici (variazioni relative di frequenza in funzione del tempo) tracciate a partire da tubi spenti ( ) o da tubi accesi (- - -), per due valori della tensione anodica: $V_a = 55$ V per le due curve superiori $V_a = 25$ V per le due inferiori.

nelle quali gli scarti relativi di frequenza $\Delta f/f_0$ sono valutati dall'istante di applicazione delle sorgenti di alimentazione all'oscillatore, ricavando per estrapolazione il valore della frequenza al tempo zero.

Per poter discriminare i vari fattori d'instabilità, le curve sono state tracciate per due diverse condizioni iniziali dell'oscillatore, precisamente: *a*) al tempo zero si sono chiusi contemporaneamente i circuiti di accensione e di alimentazione anodica; *b*) al tempo zero, essendo i

([8]) F. B. LLEWELLYN: Constant frequency oscillators. Proc. I. R. E., 1931, XIX, p. 2063.

J. GROSZKOWSKI: The interdependence of frequency variation and harmonic content, and the problem of constant-frequency oscillators. Proc. I. R. E., 1933, XXI, p. 958.

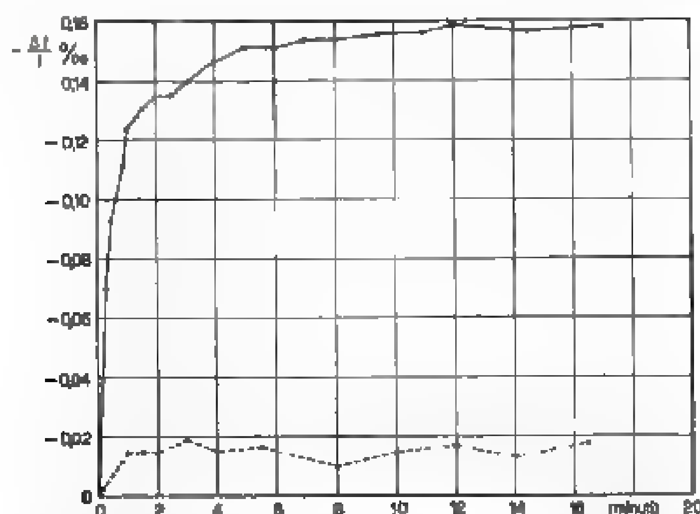


Fig. 24. – Curve di stabilità di frequenze dell'oscillatore con condensatori a mica argentata (variazioni relative di frequenza in funzione del tempo), tracciate a partire da tubi spenti (———) o da tubi accesi (- - - -), per il valore della tensione anodica $V_a = 55$ V.

tubi già accesi, si è applicata la tensione di alimentazione anodica. Infatti, partendo dai tubi accesi, e con i catodi che dànno già la loro normale emissione elettronica, si può ritenere la variazione di frequenza, durante il periodo transitorio iniziale, funzione soltanto del riscaldamento degli elettrodi dei tubi per effetto del bombardamento elettronico e del riscaldamento degli elementi del circuito oscillatorio (capacità, induttanza); anzi, e specialmente nel caso attuale, essendo molto piccole le capacità interelettrodiche dei tubi e piccola la massa degli elettrodi (si sono usati triodi a ghianda tipo 955), si possono anche valutare separatamente le due influenze, avendo gli elementi del circuito un'inerzia termica notevolmente maggiore delle capacità interelettrodiche. Partendo invece da tubi spenti, oltre all'influenza della maggiore variazione di temperatura dei tubi, si introduce nel transitorio anche l'effetto di variazione delle caratteristiche dei triodi e quello delle differenze di fase tra componenti alternative di tensione e corrente anodica, perchè durante il riscaldamento dei catodi variano gli elementi caratteristici dei tubi e l'ampiezza dell'oscillazione. L'influenza di questi parametri può così essere globalmente messa in evidenza per confronto con la prova precedente.

Analizzando con questi criteri i due diagrammi è stato possibile, nel caso della figura 23, intuire la presenza di un elemento perturbatore della stabilità di funzionamento dell'oscillatore. Sostituiti i condensatori fissi ceramici con altri di uguale valore ma di mica argentata, si ottennero i diagrammi della figura 24, molto più regolari

L'influenza della tensione anodica sulla stabilità di frequenza nel tempo è stata esaminata rilevando le curve di variazione per diverse tensioni anodiche: 25 - 40 - 60 - 80 - 110 V. Si è riscontrato che la stabilità decresce con l'aumentare della tensione, ma che le sue variazioni sono minime nell'intervallo 40 - 80 V.

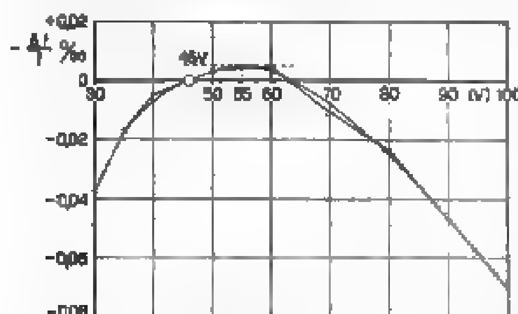


Fig. 25. — Curve di variazione di frequenza dell'oscillatore in funzione della tensione anodica.

Si è infine studiata la variazione della frequenza dell'oscillatore in funzione della tensione anodica discriminandone l'effetto da quello ad esso connesso e dovuto al mutamento del regime termico, cercando di eseguire la misura senza variare la temperatura. Scelta perciò la tensione di riferimento di 46 V si è variato per brevi istanti, cioè per il tempo strettamente necessario alla misura della frequenza, il valore della tensione, attendendo, fra una misura e l'altra, il ripristino delle condizioni iniziali. I risultati di questa prova sono riportati nella figura 25 e il fattore principale di questo effetto che si è voluto isolare è la variazione del contenuto di armoniche dell'oscillazione.

Come risulta dalle curve precedenti, i dati di stabilità di funzionamento dell'oscillatore considerato sono i seguenti, con tensione anodica $V_a = 55 \div 60$ V e con frequenza $f_0 = 19\,200$ kHz, partendo da tubi spenti: durata del transitorio $8 \div 10$ minuti, variazione totale relativa di frequenza $\Delta f/f_0 = 0{,}159\ ^0/_{00}$, variazione totale assoluta $\Delta f = 3046$ Hz; partendo da tubi accesi: durata del transitorio circa 1 minuto, variazione totale relativa di frequenza $\Delta f/f_0 = 0{,}0187\ ^0/_{00}$, variazione totale assoluta $\Delta f = 359$ Hz.

Considerando poi il solo funzionamento a regime si sono riscontrate variazioni relative di frequenza $\Delta f/f_0 \cong 0{,}01\ ^0/_{00}$ e variazioni assolute $\Delta f \cong 200$ Hz.

La figura 25 mostra anche che il miglior valore di tensione anodica da adottare è $V_{a0} = 55$ V. Per questo valore, e per una variazione in più o in meno del 10 %, si ha $\Delta f/f_0 \cong 0{,}002\ ^0/_{00}$, $\Delta f \cong 40$ Hz.

L'ultima constatazione, risultante dal confronto delle curve 1 e 2 della figura 24, è che l'influenza delle caratteristiche dei tubi e degli spostamenti di fase è preponderante su tutti gli altri fattori.

RIUNIONE ITALO-GERMANICA DI ELETTROFISICA PRESSO L'I. E. N. G. F.

La riunione, che si è tenuta l'8 e il 9 maggio presso l'I.E.N. in Torino con l'intervento di specialisti e di studiosi italiani e tedeschi aveva per oggetto principale l'esame dei fenomeni di conduzione elettrica nei gas. Quattordici comunicazioni sono state esposte nelle quattro adunanze e hanno dato l'origine a interessanti discussioni e scambi di vedute. Una visita all'Istituto ha fornito lo spunto ad illustrare ricerche e indagini che vi si svolgono con particolare riferimento al tema del convegno.

Nei giorni 8 e 9 maggio 1942-XX ha avuto luogo presso l'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris in Torino un convegno italo-germanico di elettrofisica, dedicato principalmente allo studio dei fenomeni di conduzione elettrica nei gas, argomento in pari tempo di alto interesse scientifico e di grande portata tecnica per le applicazioni, non escluse quelle di carattere bellico.

Per disposizione del Ministro dell'Educazione Nazionale, il Presidente dell'Istituto, professore Vallauri, aveva provveduto a invitare al convegno, anche a nome del Consiglio Nazionale delle Ricerche, i più noti specialisti in materia. Sono intervenuti, fra gli altri, i germanici professori R. Seeliger dell'Università di Greifswald, W. O. Schumann del Politecnico di Monaco, W. Fucks del Politecnico di Aquisgrana e dottore G. Medicus del Politecnico di Monaco e gli italiani professori G. Valle dell'Università di Parma, che ha curato la preparazione scientifica del convegno, A. Rostagni dell'Università di Padova, M. Pierucci dell'Università di Modena, N. Carrara dell'Accademia navale di Livorno, oltre ai professori dell'Ateneo torinese A. Pochettino ed E. Persico, alla schiera dei docenti e studiosi dell'Istituto Galileo Ferraris, C. Chiodi, R. Deaglio, P. Lombardi, A. Carrer, R. Gatti, G. B. Madella, A. Pinciroli, G. Torzo, G. Zin e a molti altri fra ricercatori e assistenti.

In quattro riunioni, dense di lavoro e riccamente conclusive, sono state svolte quattordici comunicazioni, seguite tutte da interessanti e animate discussioni alle quali hanno preso parte molti degli intervenuti.

Nella prima adunanza, iniziatasi alle ore 9 dell'8 maggio, dopo il saluto degli ospiti al presidente Vallauri, si è cominciata la trattazione degli argomenti in programma.

R. Seeliger svolge il tema della *penetrazione di gas nobili nei metalli*, esponendo i risultati delle sue indagini sperimentali e teoriche relative al fatto che i gas nobili — i quali a differenza degli altri gas, non sono sensibilmente assorbiti, in condizioni normali, dai metalli — mostrano di poter penetrare invece in gran copia, quando questi metalli fungano



Fig. 1. — I partecipanti alla riunione italo-germanica di elettrofisica presso l'I. E. N.

da catodo in una scarica elettrica. Le ricerche, rese molto precise da una perfezionata tecnica sperimentale e convalidate dal calcolo, hanno condotto a riconoscere che il fenomeno risulta anche quantitativamente spiegato dalla concomitanza di due effetti antagonisti: la penetrazione di particelle del gas sotto forma di ioni proiettati dalla scarica nell'interno del metallo catodico, e il dissolvimento degli strati superficiali del medesimo per polverizzazione, con conseguente liberazione di una parte degli ioni precedentemente trattenuti.

N. Carrara tratta quindi del *comportamento di bipoli aventi resistenza differenziale negativa*: considera che ogni bipolo a resistenza differenziale negativa presenti associate una capacità e un'induttanza ed espone i fondamenti di una teoria che spiega il funzionamento di circuiti elettrici comprendenti codesti bipoli. La teoria, condotta nell'ipotesi semplificativa che le capacità e le induttanze siano costanti, permette di rendere conto di tutte le condizioni di stabilità, d'instabilità e di autooscillazione (oscillazioni sinusoidali e di rilasciamento) sperimentalmente accertate. Se si considera il comportamento dei bipoli con caratteristica ad N o ad S (quest'ultimo caso comprendendo fra gli altri quello delle scariche elettriche) nei riguardi dei circuiti oscillatori esterni, si dà ragione del

fatto che i primi non si prestano all'alimentazione di circuiti a risonanza di corrente, i secondi a quella di circuiti a risonanza di tensione. Nel caso dei tubi di scarica, gli studi in base alla teoria ionica sul passaggio dell'elettricità nei gas rarefatti hanno permesso di mettere in evidenza l'esistenza degli elementi reattivi apparenti, relativi ai bipoli S.

G. Valle, occupandosi della *dinamica delle scariche elettriche*, osserva che, mentre il comportamento di una scarica elettrica come elemento di un circuito può essere convenientemente interpretato considerando la scarica come un bipolo S a costanti fisse, del tipo studiato da Carrara, per dar ragione delle caratteristiche dinamiche di processi di scarica variabili occorre supporre che quelle costanti siano in realtà funzioni dello stato transitorio attraversato dalla scarica in ciascun istante. Se si eliminano, con una tecnica sperimentale elaborata dal relatore in unione con Gawehn, gli effetti di ereditarietà ciascuno stato transitorio di una scarica si può ritenere univocamente determinato dalla corrente istantanea di scarica i e dalla rispettiva tensione agli elettrodi e. Nel piano (i, e) si ha allora una distribuzione di valori delle derivate di/dt e de/dt, con riferimento alla quale s'interpretano molti fatti sperimentali e si stabiliscono condizioni generali di stabilità.

In fine, a proposito di uno *stabilizzatore di tensione a effluvio*, G. Medicus, dopo avere accennato a suoi studi precedenti relativi a uno stabilizzatore di tensione in cui si utilizza la scarica a corona tra un filo positivo e un tubo cilindrico coassiale negativo, riferisce sui perfezionamenti apportati al dispositivo e in particolare sui vantaggi che si ottengono collocando un certo numero di fili paralleli simmetricamente intorno all'asse del tubo, e interponendo fra i fili e l'asse un secondo tubo collegato con essi: si ha una resistenza interna minore che con altrettanti tubi a filo unico in parallelo e si consegue la possibilità di comandare entro certi limiti la tensione stabilizzata, con una tensione variabile interposta fra il tubo interno e il sistema di fili.

La seconda adunanza, nel pomeriggio dell'8 maggio, è stata interamente dedicata alla visita dei laboratori dell'Istituto Galileo Ferraris e alle comunicazioni e alle dimostrazioni che i rispettivi dirigenti hanno fatto illustrando le ricerche in corso. Ricevuti dal presidente, dai capi reparto e da tutti gli altri componenti il personale scientifico dell'Istituto, i partecipanti al convegno hanno successivamente visitato i vari reparti e le varie sezioni, ascoltando le notizie e le informazioni fornite, traendo da queste argomento di proficue discussioni e interessandosi all'organizzazione, alle attrezzature e agli impianti, nonchè al contributo d'indagini e di studio che l'ente fornisce incessantemente alla tecnica e alla scienza.

Nel Reparto Illuminazione R. Deaglio illustra l'attività scientifica che vi si svolge nel campo della fotometria, soffermandosi in particolare sopra le ricerche in corso. La sistemazione di dispositivi per tarature

di lampade in temperatura dal colore è oggetto di particolare studio con tutte le avvertenze che tarature di questo tipo esigono, essendo possibili soltanto mediante l'uso di *apparecchi per la misura di energia raggiante* estremamente sensibili; fra l'altro è stato attuato un dispositivo di misura elettrometrico, capace di rilevare correnti fotoelettriche dell'ordine di 10^{-16} A con una precisione del 2 %.

A. Pinciroli, della Sezione Radiotecnica, illustra un gruppo di *ricerche sulle resistenze negative*, già sviluppate o tuttora in corso, e mette in rilievo come indistintamente in tutte le applicazioni, sia essenziale che la resistenza negativa risulti stabile rispetto alle tensioni di alimentazione e permanente nel tempo, e come, in molti casi, si richieda di poterne variare il valore entro limiti alquanto estesi. Le ricerche svolte presso l'Istituto hanno permesso di conseguire tali requisiti, adoperando un tubo elettronico a transconduttanza differenziale negativa secondo un'opportuna connessione. l'indipendenza dalle tensioni di alimentazione e dal tempo è stata raggiunta semplicemente con l'assegnare particolari valori alle tensioni applicate ai diversi elettrodi del tubo, la possibilità di variare il valore, predisponendo circuiti nei quali, in condizioni dinamiche, agli elettrodi del tubo appaiono componenti alternative di ampiezza e di fase adatte. Interessanti ricerche sono in corso circa l'applicazione di resistenze differenziali negative nel campo delle comunicazioni elettriche. merita particolare rilievo l'utilizzazione di oscillatori a transconduttanza negativa nel problema della conversione di frequenza, lo studio, pur essendosi limitato ad alcuni aspetti della questione, ha permesso di accertare i vantaggi offerti dal dispositivo. È anche da segnalare l'applicazione di una resistenza differenziale negativa a costituire un generatore del tipo a resistenza e capacità.

Ancora nel Reparto Comunicazioni, G. Zin, della Sezione Telefonia, presentando il frutto di indagini recenti sui cavi coassiali, dà cenno di procedimenti per la *trattazione dei fenomeni di propagazione;* e G. B. Madella, della Sezione Elettroacustica, spiega e commenta le installazioni dei laboratori appositamente attrezzati per le indagini di acustica applicata. Nel Reparto Materiali e nella Sezione Campioni, C. Chiodi e G. Torzo illustrano rispettivamente le apparecchiature per le ricerche sui materiali dielettrici e sui magnetici, e i dispositivi per la taratura dei campioni, nella Sezione Alto Vuoto, R. Gatti mostra le attrezzature per la produzione e le applicazioni dei vuoti elevati.

Dopo la visita al Reparto Elettromeccanica, nella sala per le prove ad alta tensione A. Carrer presenta un *tubo di scarica per oscillografo catodico ad alta velocità di scrittura*, costruito secondo i più recenti perfezionamenti che riassumono quelli successivi portati da Dufour, Bush, Berger, Induni ed Angelini. I vantaggi attuati da questo tubo a scarica sono

a) Il potenziale del tubo anodico, a differenza di quanto accade per il potenziale dell'anodo fluttuante adottato nelle vecchie costruzioni, è fisso ed è uguale a quello della terra, cui l'anodo è collegato.

b) Il campo elettrico fra anodo e catodo non muta poichè le cariche elettriche, che eventualmente si depongono in modo irregolare sull'isolatore, non influenzano il campo elettrico nello spazio riservato alla scarica; l'andamento del pennello catodico è così più sicuro.

c) Le distanze superficiali misurate sugli isolamenti sono elevate.

d) La testa del tubo di scarica è scomponibile.

e) Le superfici metalliche utili per la dispersione del calore notevoli ed opportunamente disposte, circondano completamente il pennello catodico.

Le riunioni del convegno sono state riprese la mattina del 9 maggio.

W. Fucks tratta dell'*accensione della scarica elettrica* e di una nuova condizione di similitudine. Egli espone la necessità, che si presenta, di modificare la teoria di Townsend per tener conto del fatto che la tensione di scarica dipende oltre che dalla distanza degli elettrodi l e dalla pressione p, anche dall'intensità della corrente preparatoria oscura che precede la scarica e che si può variare con un conveniente irradiamento. L'esperienza mostra che si ha abbassamento relativo della tensione di scarica, proporzionale alla radice quadrata della densità della corrente preparatoria. Se si imposta una teoria dell'accensione in modo da soddisfare a questa legge e in pari tempo alle leggi di similitudine, si trova, come ha dimostrato il relatore, che la costante di proporzionalità della legge della radice, divisa per la distanza l, dev'essere anch'essa, così come è di fatto la tensione di scarica, una funzione esclusivamente del prodotto pl. Ma le esperienze relative alla scarica nell'idrogeno non hanno confermato ciò onde risulta che processi elementari non soddisfacenti alle leggi di similitudine hanno parte essenziale, come fattori della ionizzazione positiva, nell'abbassamento della tensione d'accensione. Sono in corso esperienze tendenti a riconoscere la natura di questi processi nell'idrogeno.

Nel tema delle *ricerche sui raggi positivi e neutrali* A. Rostagni riferisce su proprie indagini sperimentali relative ai raggi positivi neutrali costituiti rispettivamente da ioni e da atomi dei gas nobili leggeri, a velocità variabili, corrispondenti a differenze di potenziale comprese fra 1000 e 3 V. Egli ha determinato le sezioni efficaci per la neutralizzazione e la diffusione degli ioni alle diverse velocità (rapidamente crescenti col diminuire della velocità) e quelle per la ionizzazione per urto di ciascun gas da parte rispettivamente dei propri atomi e dei propri ioni (crescenti col crescere della velocità), mettendo in evidenza l'esistenza di soglie ben definite per l'innesco di tali fenomeni. Fra questi, la ionizzazione di un gas per urto dei propri ioni a bassa velocità è stata osservata per la prima volta dal relatore. Il quale ha determinato in fine i coefficienti di liberazione di elettroni da superfici metalliche anche per opera rispettivamente degli atomi e degli ioni dei gas nobili leggeri, trovando che i primi si riducono a zero col decrescere della velocità, i secondi, dapprima quasi identici a quelli, tendono invece, per velocità mi

nori, a valori limiti finiti che per gli ioni studiati si succedono come i rispettivi potenziali di ionizzazione.

La *conduzione d'alta frequenza attraverso un elettrodo immerso in un plasma* è l'argomento della comunicazione di W. O. Schumann, che riferisce i risultati delle sue ricerche sul comportamento di una sonda immersa nel plasma di una scarica elettrica, soggetta a una piccola tensione alternata sovrapposta a una tensione continua convenientemente scelta. Se la sonda è negativa rispetto al plasma, si forma intorno ad essa lo strato di ioni di Langmuir e si manifestano, già a frequenze molto più basse che nei tubi elettronici, gli effetti del tempo di transito delle particelle. S'aggiungono gli effetti dovuti al fatto che lo strato ionico pulsa in tempo con le alternanze della tensione. La sonda si comporta allora, per la corrente alternata, come una resistenza con una capacità in parallelo e ambedue queste grandezze diminuiscono, dai valori molto alti che presentano a bassa frequenza, col crescere di questa. La resistenza attraversa un minimo, dopo di che essa risale nuovamente fino a raggiungere un massimo molto acuto. A frequenze più elevate interviene anche l'inerzia degli elettroni, che manifesta i suoi effetti come un'induttanza in parallelo con la capacità geometrica della sonda e in serie con la capacità dello strato ionico. Si hanno due frequenze di risonanza, l'una per cui la corrente è massima, l'altra più alta, per cui la corrente è minima; quest'ultima coincide con la frequenza propria delle oscillazioni del plasma. Se si fa la sonda positiva rispetto a questo, si forma invece intorno ad essa uno strato di elettroni, che si comporta come una capacità in parallelo su una resistenza relativamente bassa.

A mezzogiorno la seduta è tolta e i partecipanti al convegno si recano, invitati e accompagnati dal professore Vallauri, sul colle di Superga, ove visitano l'imponente basilica, rendendo devoto omaggio alle tombe dei Re e dei Principi di Casa Savoia, e godono, per quanto lo consente la giornata un po' nebbiosa, dell'incantevole panorama delle Alpi, che i colleghi torinesi illustrano agli ospiti in tutti i suoi più interessanti particolari. Una visita agli impianti della ferrovia a dentiera Sassi-Superga inserisce anche in questa gita un breve intermezzo di interesse tecnico.

Nel pomeriggio si svolge la quarta ed ultima seduta del convegno.

G. Valle presenta in funzionamento il *magnetometro a compensazione* di sua invenzione, nel quale l'elemento sensibile è costituito da un corto filo di ferro, sospeso senza torsione, nel vuoto, entro un tubo di vetro e percorso da una corrente alternata di frequenza acustica. Le correnti indotte in una breve bobina coassiale col filo, le quali, debitamente amplificate, si rivelano per via acustica o mediante galvanometro, cessano quando sia compensata esattamente dal campo magnetico di un lungo solenoide percorso da corrente, contenente il filo, la componente nella direzione di questo del campo in esame. Il relatore si sofferma a illustrare la teoria dell'effetto utilizzato nell'istrumento, chiarendo poi

i particolari costruttivi di esso e facendo rilevare che col medesimo si può raggiungere nelle misure una precisione del 0,1 per mille.

R. Seeliger, esponendo *osservazioni sulla teoria dell'arco*, esamina il problema che si presenta per l'interpretazione del funzionamento di certi tipi di archi, i quali, come quello a mercurio, per causa della bassa temperatura di ebollizione del metallo, non consentono l'applicazione dell'ordinaria teoria termica. Langmuir aveva espresso l'opinione che in questi tipi di archi l'emissione di elettroni dal catodo avvenisse per effetto autoelettrico, in virtù del campo molto elevato che sussiste in immediata vicinanza del catodo. Il relatore ha sottoposto questa ipotesi a un rigoroso controllo matematico valendosi della legge quantistica dell'emissione autoelettrica, ed è venuto alla conclusione che la densità di corrente al catodo dovrebbe essere a meno di uno o due ordini di grandezza superiore a quella che effettivamente si constata, perchè l'interpretazione proposta da Langmuir potesse accettarsi; si deve quindi rinunciare anche a una simile interpretazione.

M. Pierucci riferisce circa *ricerche sull'arco elettrico con particolare riguardo alla produzione delle altissime temperature*. Riassume dapprima i risultati delle indagini spettroscopiche da lui fatte iniettando nell'arco le sostanze più svariate e usandone diverse altre non metalliche come elettrodo positivo; sono notevoli i fenomeni di inibizione messi così in rilievo e lo straordinario allargamento osservato per alcune righe di risonanza. L'uso di un elettrodo di carbone o di metallo rotante con grande velocità, per cui l'arco si distende a ventaglio, si è mostrato del pari molto vantaggioso in simili ricerche. Il relatore descrive inoltre le proprietà dell'arco con negativi multipli, specie riguardo all'altissima temperatura della base positiva, e dà notizia infine di esperienze in corso nelle quali fa cadere su questa base, mentre l'arco è acceso, la scarica nutrita d'un grosso condensatore. Qualche risultato conseguito e qualche considerazione teorica gli danno motivo di pensare che in tale modo potrebbe essere provocata anche la fusione del carbonio.

Al termine di questa ultima adunanza, il professore Seeliger, a nome dei partecipanti germanici, e il professore Valle, a nome di quelli italiani, esprimono al presidente Vallauri i più caldi ringraziamenti, rendendosi interpreti dell'ammirazione di tutti i colleghi per il grandioso Istituto Galileo Ferraris e per la mole delle importanti ricerche che sotto l'impulso di lui vi si compiono ininterrottamente da parte di valenti studiosi. Essi esprimono in pari tempo il più vivo compiacimento proprio e dei colleghi per l'esito quanto mai brillante e conclusivo del convegno.

Il professore Vallauri risponde mettendo in luce, per quanto riguarda l'Istituto, i meriti dei suoi collaboratori e confermando che la serie, già da tempo avviata, di questi ristretti e concludenti convegni scientifici italo-germanici sarà continuata durante la guerra con sicuro vantaggio delle due nazioni dell'Asse e sarà indubbiamente e largamente sviluppata dopo la pace vittoriosa.

Gio. V., R. D.

LETTERE AL DIRETTORE

A proposito del calcolo operatorio.

La lettera del professore Wagner contenuta nel fascicolo di marzo-aprile suggerisce che si ritorni sull'argomento.

I metodi di calcolo operatorio e simbolico devono essere classificati così: 1) quelli di antico tipo, di Boole, Forsyth e altri, che si basano sull'uso empirico dell'operatore $\Delta = d/dt$, trattato come un simbolo di calcolo senza giustificazione, e che soltanto per opera di un'intuizione superiore come quella che aveva Heaviside possono dare risultati corretti; 2) quelli che fanno intervenire esplicitamente la trasformata esponenziale (di Laplace e sua inversa) secondo Carson, van der Pol, Doetsch, Wagner, e non vanno più oltre perché non la sostituiscono con algoritmi di calcolo più concisi; 3) il metodo degli operatori $f(\Delta)$ di cui ho dato le regole e le leggi nei miei lavori del 1904 e 1905, e di cui nuove dimostrazioni sono state date da Wiener nel 1928, e che poi è stato largamente adoperato dagli autori che mi hanno seguito, oltre che dai fisici atomici a partire dai lavori di Born e Wiener. In questo terzo metodo si parte bensì dalle trasformate esponenziali per fondare la teoria, ma si perviene a regole e a teoremi i quali insegnano a fare uso dei simboli $f(\Delta)$ in modo corretto e con rigore.

Fermarsi alle trasformate del tipo di Laplace è certamente possibile ma vale lo stesso come fare uso dei passaggi al limite e dei procedimenti di esaustione rinunciando alle notazioni del calcolo infinitesimale. L'integrale complesso di cui fa uso il professore Wagner coincide, se non erro, con quello che avevo introdotto e discusso nella mia memoria del 1905. Credo di essere stato il primo a fare uso della trasformata di Laplace per gli scopi del calcolo operatorio: gli autori successivi come Doetsch e Wagner hanno ripreso gli stessi risultati, e li hanno estesi con ricerche pregevoli, ma senza passare agli algoritmi più efficaci e più concisi.

Allo stato attuale della scienza, gli sviluppi in serie del calcolo operatorio non sono più campati in aria; da me e da S. L. Straneo sono stati dati teoremi rigorosi per distinguere quando è che quegli sviluppi sono validi e quando non lo sono.

Mi riserbo di ritornare sull'argomento con esempi comparativi.

Roma, 30 maggio 1942-XX.

GIOVANNI GIORGI.

Sopra un nuovo oscillatore piezoelettrico.

La maggior parte degli oscillatori piezoelettrici sin qui attuati poco si discosta dai circuiti classici proposti dal Pierce; gli schemi successivamente posti allo studio conservano infatti, quale più quale meno, il concetto informatore di tali circuiti (1) *e, mediante opportuni artifici, se pure a prezzo di una maggiore complicazione, ne migliorano le caratteristiche, cioè essenzialmente la stabilità di frequenza, giungendo per altro a risultati degni del massimo rilievo.*

Con l'avvento dei moderni elementi di quarzo (2) *la causa di un'eventuale instabilità di frequenza di un oscillatore piezoelettrico va ricercata nei mezzi adoperati per mantenere l'elemento di quarzo in oscillazione; di qui la necessità di riesaminare il problema.*

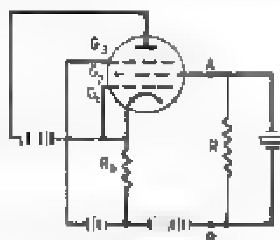


Fig. 1. — Oscillatore piezoelettrico a resistenza negativa.

Nel considerare la possibilità di costituire una disposizione che eliminasse tutto quanto non fosse strettamente necessario al funzionamento dell'oscillatore, con particolare riguardo a quegli elementi che creano instabilità di frequenza, è risultato un principio, di cui si dà notizia, notevolmente diverso da quello degli schemi classici del Pierce e dei derivati, e che, tra l'altro, sembra rimarchevole anche per la sua semplicità concettuale.

Poichè, nelle condizioni di funzionamento normale l'elemento di quarzo si comporta come un circuito oscillatorio a risonanza di corrente, è apparso opportuno investigare le possibilità offerte da un oscillatore costituito da una resistenza negativa a comando di corrente (facilmente ottenibile con un pentodo di comuni caratteristiche) e dall'elemento di quarzo.

Una disposizione che rientra nel tipo indicato è riportata nella figura 1. Come si potrebbe facilmente dimostrare, se i parametri differenziali del tubo presentano opportuni valori tra i punti A e B si manifesta una resi-

(1) Fanno eccezione talune disposizioni (si vedano ad esempio C. BORSARELLI: A. F. 1936, V, p. 763, P. PONTECORVO: A. F., 1938, VII, p. 365), le quali però, analogamente a quella di Pierce, comprendono capacità e induttanza complementari.

(2) Si adottano modalità di taglio che procurano un coefficiente di temperatura della frequenza di risonanza sensibilmente nullo entro un ampio intervallo di temperatura, elettrodi costituiti da sottilissimi strati metallici aderenti al quarzo (ottenuti per spruzzamento catodico), l'elemento di quarzo essendo sospeso mediante fili di seta nel vuoto.

stenza differenziale negativa a comando di corrente, il cui valore è dato da

$$r_n = \frac{1 - g_{23} + R_K}{g_{22}},$$

essendo

$$g_{23} = \left(\frac{dI_2}{dV_3}\right)_{V_1,\, V_4 = \mathrm{cost}}$$

e

$$g_{22} = \left(\frac{dI_2}{dV_2}\right)_{V_1,\, V_4 = \mathrm{cost}},$$

ove I_2 *è la corrente dell'elettrodo* G_2; V_1, V_2, V_3, V_4 *sono le tensioni applicate rispettivamente agli elettrodi* G_1, G_2, G_3 *ed all'anodo;* g_{22}, g_{23} *la conduttanza differenziale dell'elettrodo* G_2 *e la transconduttanza differenziale tra gli elettrodi* G_2 *e* G_3.

Soddisfatta la diseguaglianza $|r_n| > R_e$, *ove* R_e *è la resistenza equivalente in serie del circuito applicato ai morsetti AB, un sistema a risonanza di corrente (e quindi anche un risonatore piezoelettrico) entra e si mantiene in oscillazione.*

La resistenza R, che figura nel circuito, è predisposta per permettere il passaggio della corrente continua che fluisce all'elettrodo G_2 *e deve essere di valore sufficientemente elevato per assicurare la condizione di stabilità (a corrente continua) del sistema* (3).

Il circuito è così ridotto alla più semplice espressione, essendo costituito dalla resistenza negativa (tubo elettronico) e dal risonatore (quarzo). La resistenza negativa, collegata ai capi del risonatore piezoelettrico, sopperisce alle perdite di questo in maniera da mantenere le oscillazioni.

In tal modo una notevole parte delle cause di perturbazioni della stabilità di frequenza risultano eliminate, giacchè in uno schema del genere vengono ad essere aboliti sia il circuito oscillatorio, sia ogni altra capacità e induttanza complementare. Tutti elementi questi le cui inevitabili variazioni nel valore (per temperatura e per altre cause) provocano variazioni nella frequenza generata.

Nell'oscillatore costituito secondo il principio accennato, nell'ipotesi di disporre di un elemento di quarzo perfetto, variazioni nella frequenza potrebbero essere dovute soltanto a variazioni nei parametri del tubo, essenzialmente nella resistenza differenziale negativa (4).

(3) Come è noto, per potere tracciare la caratteristica $I = f(V)$ di una resistenza negativa a comando di corrente e quindi anche per potere portare il sistema in un determinato punto della caratteristica (compreso nel tratto a pendenza negativa) è indispensabile che la resistenza interna R_i della sorgente della tensione V sia maggiore del valore assoluto della resistenza differenziale negativa.

(4) Scegliendo per le tensioni applicate ai diversi elettrodi valori opportuni è possibile ottenere che la resistenza differenziale negativa vari poco

I risultati sperimentali già rilevati portano ad affermare che tali cause di variazione nella frequenza possono essere contenute entro limiti estremamente ristretti.

In conclusione, ove si impieghi un elemento di quarzo di taglio e sospensione speciale, l'oscillatore proposto, unitamente alla massima semplicità, sembra particolarmente adatto a fornire una notevolissima stabilità di frequenza.

Notizie particolareggiate sul circuito equivalente relativo alla disposizione su riferita ed altre che fondano sullo stesso principio, nonchè i risultati di un ciclo di rilievi sperimentali, verranno riferiti nel seguito.

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris.

ANDREA PINCIROLI.

---

al variare singolarmente, oppure contemporaneamente (caso in cui le diverse tensioni siano ottenute mediante un partitore), entro limiti abbastanza estesi, delle tensioni applicate agli elettrodi (A. PINCIROLI: R. C. XLII Riunione A. E. I., 1937, III, p. 232).

Agli effetti della stabilità di frequenza è pure d'uopo che, in regime oscillatorio, venga utilizzata soltanto una piccola regione della superficie caratteristica, tale da potersi considerare piana. Per questo basta scegliere opportunamente il punto di funzionamento del tubo e limitare l'ampiezza delle oscillazioni, il secondo punto, nella disposizione di cui si dà notizia, può essere facilmente ottenuto con disposizioni note (A. PINCIROLI: A. F. 1941, X, p. 644).

RECENSIONI

AMPLIFICATORI

T. TANASESCU — **Progetto di amplificatori in classe C.** (H. F. Techn. u. El. Ak., giugno 1941, LVII, 6, pag. 151-154, con 8 fig.).

Nell'ipotesi di una relazione lineare fra la corrente anodica e la tensione risultante di griglia, si possono costruire senza difficoltà diagrammi che permettono di dedurre dai valori noti di alcune delle grandezze, le quali definiscono le condizioni di funzionamento, i valori di tutte le altre.

Le grandezze che si considerano sono le seguenti:

v_g, V_{gM}, V_{g0} valore istantaneo, valor massimo e componente continua della tensione di griglia;

v_a, V_{aM}, V_{a0} valore istantaneo, valor massimo e componente continua della tensione anodica;

i_M massima corrente anodica istantanea ammissibile;

W_d potenza dissipata sull'anodo;

I_{a0}, I_{aM} componente continua e ampiezza della componente alternativa a frequenza fondamentale della corrente anodica;

R_a resistenza di carico anodico;

$$u = \frac{V_{aM}}{V_{a0}} = \frac{R_a I_{aM}}{V_{a0}}$$

η rendimento anodico

ϑ angolo di circolazione della corrente anodica;

$$\gamma = \mu \frac{V_{gM}}{V_{a0}} - \frac{V_{g0}}{V_{aM}}$$ (μ coefficiente di amplificazione del tubo);

$$\frac{I_{aM}}{I_{a0}} = \frac{\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta \cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta - \vartheta\cos\vartheta};$$

$$F = \frac{I_{a0}}{i_M} = \frac{\operatorname{sen}\vartheta - \vartheta\cos\vartheta}{1 - \cos\vartheta}.$$

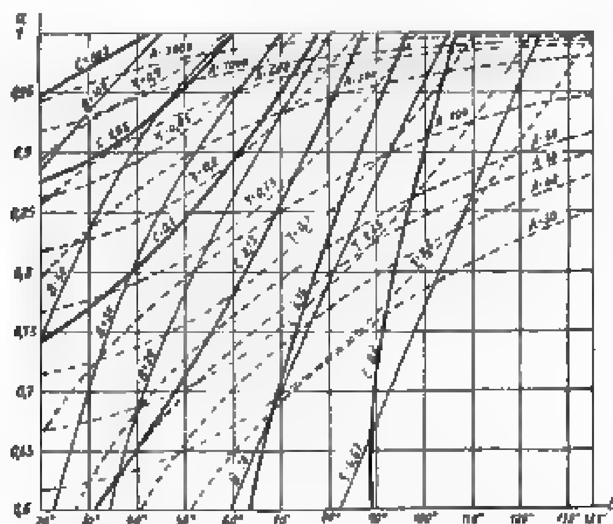


Fig. 1. — Diagramma per il caso in cui siano conosciuti V_{00} e W_d.

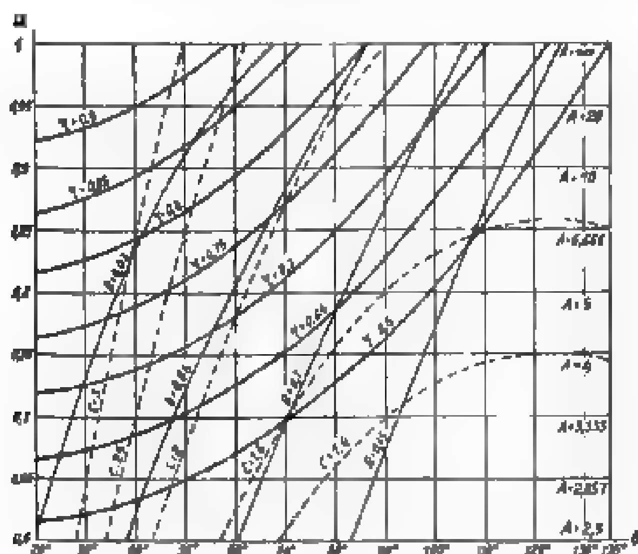


Fig. 2. — Diagramma per il caso in cui siano conosciuti V_{00} e i_M

Il primo diagramma (fig. 1) presuppone la conoscenza di V_{00} e di W_d; inoltre si devono fissare i valori di altre due grandezze appartenenti al gruppo u, θ, R_0, i_M, γ, η. Se si avverte che nel diagramma alcune

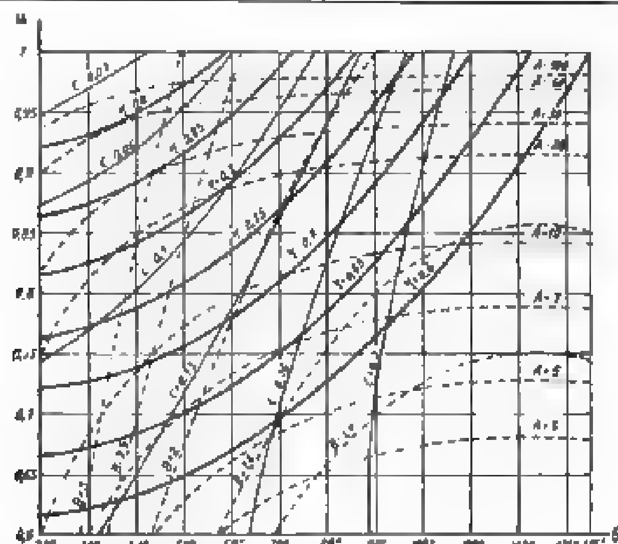


Fig. 3. — Diagramma per il caso in cui siano conosciuti V_{a0} e R_a.

delle grandezze del gruppo sono rappresentate direttamente e le altre sono implicite nelle variabili ausiliarie che seguono, ove R_1 è il rapporto fra μ e la pendenza del tubo

$$A = (\gamma + 1) \frac{V_{a0}^2}{R_1 W_d} = \frac{1}{F\left(1 - \frac{uf}{2}\right)(1 - u)}$$

$$B = i_M \frac{V_{a0}}{W_d} = \frac{1}{F\left(1 - \frac{uf}{2}\right)}$$

$$C = R_a \frac{W_d}{V_{a0}^2} = u\left(\frac{1}{f} - \frac{u}{2}\right),$$

si vede che fissando il valore di due di esse si determina un punto del piano, dalla conoscenza del quale si possono dedurre i valori delle rimanenti grandezze.

Analogamente si procede per l'uso del diagramma della figura 2, nel quale si presuppone la conoscenza dei valori di V_{a0} e di i_M e le variabili ausiliarie sono

$$A = \frac{\gamma + 1}{i_M} \frac{V_{a0}}{R_1} = \frac{1}{1 - u},$$

$$B = \frac{W_d}{V_{a0}\, i_M} = F\left(1 - \frac{uf}{2}\right)$$

$$C = \frac{R_a\, i_M}{V_{a0}} = \frac{u}{fF}.$$

e per l'uso del diagramma della figura 3, nel quale le grandezze supposte note sono V_{a0} e R_a e si introducono le variabili

$$A = \frac{R_a}{R_i}(1 + \gamma) = \frac{u}{jF(1 - u)}$$

$$B = \frac{R_a i_M}{V_{a0}} = \frac{u}{jF}$$

$$C = \frac{R_a W_d}{V_{a0}^2} = u\left(\frac{1}{j} - \frac{u}{2}\right).$$

Viene inoltre brevemente esposto come il procedimento si possa modificare, quando si supponga che la corrente anodica vari con legge esponenziale anzichè con legge lineare in funzione della tensione risultante di griglia, e quali siano le correzioni da apportare per tener conto della corrente di griglia. *Ga. Pa.*

CONVERTITORI, RADDRIZZATORI.

H. A. W. KLINKHAMER — **Un raddrizzatore per piccole centrali telefoniche.** (Rev. techn. Philips, febbraio 1941, VI, 2, pag. 39-45, con 13 fig.).

L'alimentazione delle piccole centrali telefoniche presenta alcuni requisiti speciali a cui non è facile soddisfare, anche perchè la sorveglianza e la manutenzione, non potendo essere affidate al personale per ragioni di economia, devono essere rese automatiche. Nella rete telefonica olandese, in particolare, è richiesto che la tensione di alimentazione sia compresa tra 57 e 63 V, anche per variazioni piuttosto sensibili della tensione di rete e per qualunque carico, inoltre è opportuno che la batteria, la quale, in parallelo generalmente con un convertitore o con un raddrizzatore, provvede all'alimentazione come organo di riserva, sia ricaricata nel più breve tempo possibile, affinchè la continuità di funzionamento dell'impianto sia garantita nel modo migliore; infine perchè le batterie si conservino in buono stato, conviene che esse siano caricate alcune volte al mese a una tensione alquanto superiore a quella normale.

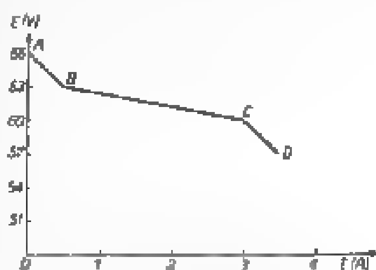


Fig. 1. — Forma ottima della caratteristica del raddrizzatore.

È evidente che un raddrizzatore a strato di sbarramento del tipo solito, connesso alla rete attraverso un trasformatore, non può soddisfare assolutamente alle condizioni richieste.

Il problema della ricerca del tipo adatto non si presenta molto facile, tenuto anche conto del fatto che la caratteristica richiesta al raddrizzatore (fig. 1) è sensibilmente lontana dalla caratteristica effettiva dei raddrizzatori a secco. Si osservi che ha importanza non soltanto l'andamento del tratto centrale *BC*, in cui si trova il punto di funzionamento in circostanze normali, ma anche quello dei due tratti estremi. Conviene infatti che il tratto finale *CD* abbia una pendenza piuttosto forte per impedire il sovraccarico degli elementi raddrizzatori. Anche il tratto iniziale *AB* è bene che sia a forte pendenza: in tal caso si verifica infatti la fortunata circostanza che, durante il periodo di scarso carico, che

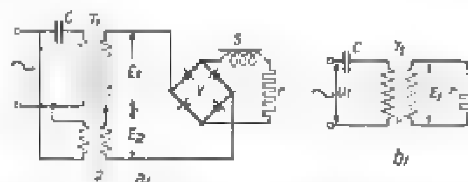


Fig. 2. — *a*) Schema del raddrizzatore. *b*) Schema semplificato usato originariamente.

avviene regolarmente ad ogni fine di settimana, la batteria venga caricata come è desiderabile per la buona manutenzione a una tensione alquanto superiore a quella di regime.

Il laboratorio della Philips ha studiato con successo la possibilità di modificare l'impianto di alimentazione preesistente, usando raddrizzatori a strato di sbarramento del tipo al selenio, appositamente costruiti dalla ditta stessa. Nello schema originariamente usato (fig. 2*b*) tra la rete ed il complesso raddrizzatore era interposto un trasformatore a nucleo di ferro soprassaturo, in modo che la tensione E_1 al variare della tensione di rete rimanesse costante. Anche la tensione erogata rimaneva in ultima analisi costante, essendo parimenti indipendenti dalle escursioni della tensione di rete le cadute di potenziale negli elementi raddrizzatori e nell'avvolgimento del trasformatore. Questa costanza della tensione erogata non si conservava però più al variare del carico di utilizzazione. Nello schema modificato (fig. 2*b*), insieme con la tensione E_1 detta sopra, lavora la tensione E_2 di un piccolo trasformatore T_2 a induzione normale che, dimensionato opportunamente, consente che per correnti normali la somma dei due vettori E_1 ed E_2 resti costante. Per correnti più intense la caratteristica si allontana sensibilmente da quella desiderata, ma, come si vedrà, migliorando.

Il calcolo della caratteristica finale del raddrizzatore, eseguito dall'autore con l'uso di diagrammi vettoriali, è confermato dall'esperienza, nei limiti degli errori tollerabili. La figura 3 mostra appunto l'interessante caratteristica ottenuta in sede sperimentale. Si vede subito — confrontando con la figura 1 — che il tratto *BC* della curva ha la pen-

denza desiderata. Per forti correnti si nota invece un ramo *FD*, anch'esso assai utile, legato al ramo precedente da un cappio i cui punti sono di funzionamento instabile. Quando il punto di funzionamento va da *B* verso *C*, qui giunto, salta in *F* e prosegue verso *D*. Quando invece il punto segue la curva nel cammino in senso inverso, giunto da *D* in *F*, prosegue verso *G*, altro punto instabile come *C*, e di lì salta allora in *B* Cosicchè quando la tensione di batteria in seguito all'aumento di carico,

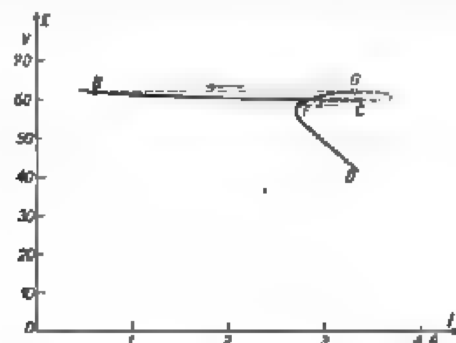


Fig. 3. — Caratteristica sperimentale del raddrizzatore.

è costretta a discendere al disotto di 60 V, il raddrizzatore lavora nel ramo *DFG* e, questo è l'importante, vi si mantiene, anche quando periodo di punta è trascorso, favorendo così l'immediata ricarica della batteria con la massima intensità possibile: in tal modo la tensione della batteria giunge a 63 V (punto *G*) È solo in questo momento che la corrente erogata dal raddrizzatore salta bruscamente al valore minimo corrispondente al punto *B*

L'induttanza di livellamento, che si vede nella figura 2 ha lo scopo di prevenire le interruzioni di corrente che si avrebbero quando la tensione del raddrizzatore non raggiunge il valore della forza controelettromotrice della batteria. Le induttanze in effetti sono due una delle quali a nucleo di ferro. Per l'effetto combinato di esse l'interruzione è impedita anche per piccole correnti

Il rendimento dell'apparecchiatura a regime è all'incirca 65 %. Il fattore di potenza è 0,57, ma essendo la corrente in anticipo sulla tensione, ne consegue un miglioramento del cos φ della rete. *R. M*

TELEVISIONE E TRASMISSIONE DELLE IMMAGINI.

E. Hudec — **Trasmissione di immagini con modulazione di frequenza.** (E. N. T., gennaio-febbraio 1941, XVIII, 1-2, pag 12-27, con 21 fig.)

Per ridurre i dannosi effetti delle interferenze, e soprattutto delle evanescenze, nella trasmissione transatlantica di immagini per mezzo



Fig. 1. — Schema di massima del trasmettitore e del ricevitore d'immagini

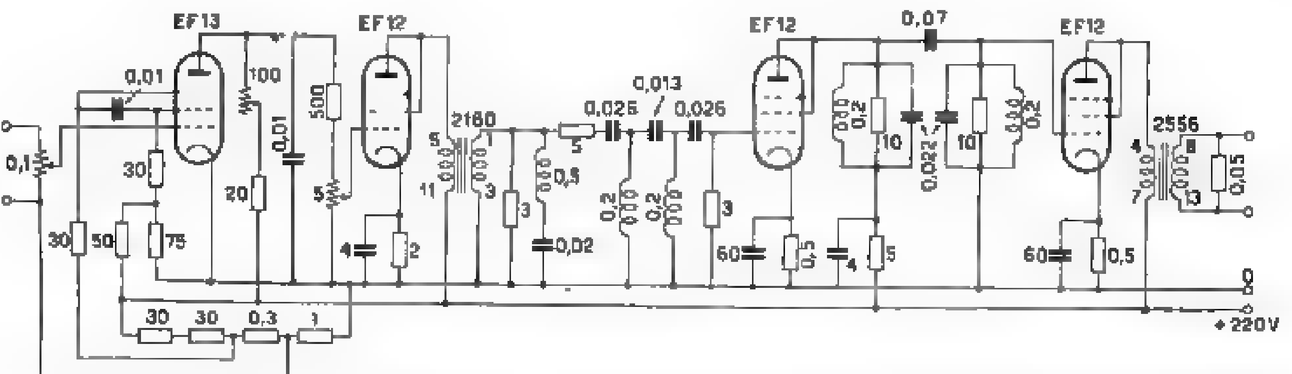


Fig. 2. — Multivibratore sincronizzato e discriminatore (resistenze in ohm, induttanze in henry, capacità in microfarad)

di onde corte, si è ricorsi ad un particolare sistema di modulazione di frequenza, che era stato proposto a tale scopo e brevettato nel 1930 da Ilberg e Schröter. Il segnale radio viene modulato in ampiezza con una tensione a frequenza acustica, avente ampiezza costante e frequenza istantanea variabile proporzionalmente all'intensità luminosa da trasmettere; in seguito ad un accordo tra l'amministrazione postale tedesca, la « Radio Corporation of America » di Nuova York e la « Transradio Internacional » di Buenos Aires si è convenuto di fare corrispondere 1600 Hz al nero e 2000 Hz al massimo bianco.

Gli schemi di massima del trasmettitore e del ricevitore sono riprodotti nella figura 1. L'analisi dell'immagine viene comandata da un segnale della frequenza di 1000 Hz con scarti non superiori a $1 \cdot 10^{-8}$ (laddove sarebbe sufficiente anche il limite $1 \cdot 10^{-5}$), fornito dalla « Physikalisch-Technischen Reichsanstalt » (P. T. R.). Detto segnale all'arrivo alla stazione trasmittente viene purificato dalle interferenze varie che può avere raccolto sulla linea e demoltiplicato per comandare l'analizzatore d'immagini. La cellula fotoelettrica poi non viene collegata ad un normale amplificatore, ma è montata in un braccio di un ponte alimentato a 3000 Hz dalla terza armonica della frequenza campione; illuminando la cellula il ponte si sbilancia e si ha all'uscita un segnale, proporzionale all'illuminazione, che viene inviato in un normale amplificatore. (Anche in questo stadio risulta in tal modo conservata la possibilità di trasmettere un'illuminazione uniforme senza dover ricorrere ad amplificatori a corrente continua). Successivamente il segnale viene applicato ad un rivelatore a diodo e la tensione continua così ottenuta, che è proporzionale all'illuminazione della cellula fotoelettrica, comanda un tubo variatore di reattanza collegato ad uno dei due oscillatori di un generatore a battimenti per frequenze acustiche. In uscita da quest'ultimo si ha pertanto un segnale di ampiezza costante con frequenza variabile nel modo desiderato; esso viene adoperato per modulare in ampiezza nel modo normale il trasmettitore radio. Per mezzo di un oscillografo, il cui asse dei tempi è comandato dal segnale campione, si può sorvegliare la modulazione di frequenza ottenuta.

Nel ricevitore è utilizzato un altro ingegnoso espediente che ha permesso un notevole miglioramento nella chiarezza della ricezione. Si era constatato sperimentalmente che abbastanza spesso, in seguito ad evanescenza selettiva, la portante veniva quasi soppressa o fortemente spostata di fase in modo che l'uscita del ricevitore era costituita quasi esclusivamente dalla seconda armonica della frequenza acustica di modulazione; col sistema di trasmissione finora descritto la seconda armonica non veniva utilizzata e nell'immagine risultava una macchia nera. Nel ricevitore attuato, invece, il segnale, dopo essere stato selezionato, amplificato e rivelato, ed avere attraversato un limitatore che elimina le variazioni d'intensità residue dopo l'azione del comando automatico di volume, viene usato per sincronizzare un multivibratore che fornisce all'uscita un segnale di frequenza variabile tra 1600 e 2000 Hz, sincro-

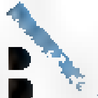
nizzato sia con un segnale di eguale frequenza, sia con un eventuale segnale armonico. L'uscita del multivibratore viene collegata ad una rete discriminatrice costituita da un circuito risonante in serie, accordato su 1600 Hz, seguito da due cellule passa-alto pure per 1600 Hz ed infine, nello stadio seguente, da due circuiti risonanti accordati su 2400 Hz ed accoppiati capacitivamente. Questa rete, in relazione anche con la forma d'onda fornita dal multivibratore e con la leggera variazione d'intensità dipendente dalla frequenza, fornisce un segnale variabile da un valore quasi nullo per 1600 Hz ad un massimo per 2000 Hz con distorsione non lineare trascurabile e con un comportamento buono anche in regime transitorio. Questa parte dell'apparecchiatura è rappresentata nella figura 2. Il segnale viene poi raddrizzato e filtrato con un filtro passa-basso e applicato al ricevitore di immagini.

Data l'utilizzazione della fondamentale e della seconda armonica, non si può effettuare un'energica selezione del segnale dopo la rivelazione; viene invece usato un amplificatore a media frequenza con selettività molto marcata e con taglio subito oltre $\pm$ 2000 Hz, in modo da ottenere, già a $\pm$ 2500 Hz, 7 neper di attenuazione.

Vengono riportate immagini varie e figure con campi in bianco e nero, linee strette e così via, ottenute con l'apparecchiatura descritta. I risultati appaiono molto buoni e viene riferito che anche in momenti di forti parassiti e violente evanescenze, che perturbavano fortemente le normali comunicazioni radio, il servizio di trasmissione di immagini ha potuto proseguire quasi indisturbato. La sola perturbazione residua, che viene anche chiaramente indicata in alcune delle figure speciali riportate, è dovuta alla trasmissione radio per vie diverse. Quando, ad esempio, si passa da un campo nero ad uno bianco, può avvenire che con tempuscoli di ritardo giunga, per qualche via supplementare ancora un segnale di nero e per un breve istante prevalga sul segnale di bianco dando così macchie e sbavature di nero al confine tra nero e bianco. Il fenomeno è pure avvertito nel caso di sottili linee nere in campo bianco. L'effetto di tali echi ritardati è però limitato anche nel caso di figure complicate e potrebbe, se divenisse noioso, venire combattuto con sistemi opportuni.

[*L'apparecchiatura americana è eguale nelle grandi linee, ma diversa nei particolari e specialmente per quanto riguarda il modo di utilizzare in ricezione la seconda armonica.* — n. d. r.].

G. C.



VOL. XI - N. 8-9 (PUBBLICAZIONE MENSILE) AGOSTO-SETTEMBRE 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO

DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA



ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2/2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

A.F. XI-8-9 AGO.-SET. 1942

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

Vol. XI   Agosto-Settembre 1942-XX   N. 8-9

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'Associazione Elettrotecnica Italiana
Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità:* Milano (2/2), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3.1189.

Abbonamento annuo . . L. 60
per i soci A.E.I. o S.I.F » 40
Un numero separato . » 6

Annate arretrate: I (1932), L. 30; II (1933), III (1934), IV (1935), V (1936), VI (1937), L. 40 ciascuna; le successive, L. 60 ciascuna.

SOMMARIO

Vol. XI Agosto-Settembre 1942-XX N. 8-9

ALTA FREQUENZA

Resistenze differenziali negative.

Fra i dispositivi elettronici adottati per procurare resistenze differenziali negative, quelli ottenuti con tubi a campo frenante destano particolare interesse a causa della notevole costanza delle caratteristiche: in codesti tubi un campo elettrico frenante, agendo sulla ripartizione degli elettroni fra i vari elettrodi, fa sì che ad un incremento positivo della tensione applicata ad una coppia di questi corrisponda un incremento negativo della corrente.

Proprietà assai importanti di una resistenza differenziale negativa sono la sua permanenza nel tempo e la invariabilità, entro certi limiti, anche al cambiare delle tensioni applicate agli elettrodi del tubo. Tali proprietà si possono praticamente ottenere con le suddette resistenze differenziali negative « a campo frenante », adottando per i vari elettrodi tensioni scelte sulla base dell'andamento della resistenza in funzione delle tensioni stesse. In un lavoro che compare nel presente fascicolo, il professore PINCIROLI studia, con l'ausilio di considerazioni di carattere fisico, l'origine di tale andamento, ricavato per via sperimentale, e reca quindi un contributo interessante all'indagine dei fenomeni in esame.

Con codesto articolo bene si collega la successiva nota dell'ingegnere FRANCINI, dedicata al funzionamento dei tubi elettronici a campo frenante come amplificatori. essa pone tra l'altro in rilievo l'importanza pratica dell'argomento, ciò che può riuscire utile a chi non sia molto addentro a tali questioni. Vi si mostra anzi tutto la possibilità di raggiungere, coi tubi considerati, amplificazioni dello stesso ordine di grandezza di quelle conseguibili coi pentodi normali, e s'illustrano poi alcune applicazioni in casi dove occorre ottenere una tensione di uscita in fase con la tensione di entrata. vengono portati ad esempio un invertitore di fase, un duplicatore di frequenza aperiodico e un voltmetro elettronico per corrente continua ciascuno dei quali presenta caratteristiche apprezzabili.

Tutti i risultati si sono ottenuti non con tubi elettronici speciali, sì bene con tubi ordinari, ed è presumibile che l'adozione di particolarità costruttive adatte consentirebbe un esito ancora migliore. Ma così, coi dati che vengono forniti, l'attuazione può essere più immediata, e riesce più prossimo alle applicazioni il contributo recato da codesti due studi, che si rivolgono a un campo di ricerche molto attraente sotto l'aspetto fisico e pure ricco di interessanti possibilità pratiche.

Immagini ultracustiche.

Durante le prime ricerche sugli ultrasuoni l'attenzione degli studiosi si fermò più specialmente sulle caratteristiche inerenti alla loro propagazione, perchè, essendo possibile sperimentare con lunghezze d'onda relativamente piccole, si era indotti ad istituire confronti con la propagazione delle onde luminose. In un secondo tempo l'interesse dei ricercatori si concentrò sulle caratteristiche energetiche della radiazione ultracustica e l'indagine degli effetti fisici e chimici, prodotti fruendo di elevate densità di energia, condusse ad applicazioni interessanti, anche di carattere tecnico.

Nel campo della prima categoria di indagini, la scoperta dell'effetto Lucas e Biquard [1] ha consentito di attuare vari metodi per rendere visibili i fasci ultrasonori, in senso normale alla direzione di propagazione, ed ha fornito nuovi mezzi per lo studio dei relativi fenomeni. In questo tema « Alta Frequenza » ha già pubblicato un contributo nel quale sono descritti esperimenti di « ottica ultracustica » del tutto simili a quelli di ottica delle radiazioni luminose [2].

L'analogia che esiste fra le leggi da cui dipendono il comportamento dei raggi luminosi e quello dei raggi ultrasonori, ha condotto a pensare se non si possano ottenere vere e proprie immagini ultracustiche di oggetti irradiati da ultrasuoni. L'ingegnere BARBIER descrive ora un'apparecchiatura sperimentale con la quale è stato possibile convertire le immagini ultracustiche in visibili per via elettrica. Egli mostra alcune fotografie di immagini di semplici oggetti irradiati da ultrasuoni ed accenna a talune applicazioni che, sebbene sembrino immediatamente attuabili soltanto in parte, lasciano tuttavia intravedere la possibilità di nuove interessanti ricerche.

LA REDAZIONE.

[1] Esperimenti sugli ultrasuoni - A. F., 1938, VII, p. 657.
[2] A. GIACOMINI: Alcuni esperimenti di ottica degli ultrasuoni - A. F., 1938, VII, p. 660.

RESISTENZE DIFFERENZIALI NEGATIVE A CAMPO FRENANTE

ANDREA PINCIROLI

Si riportano e si discutono andamenti caratteristici di resistenze differenziali negative a campo frenante, in funzione della tensione applicata ai vari elettrodi. Con l'ausilio di considerazioni di carattere fisico, si spiega l'origine degli andamenti riscontrati sperimentalmente.

1. - Introduzione.

Nell'ambito delle comunicazioni elettriche trovano campi di applicazione sempre più vasti e fecondi le resistenze differenziali negative a campo frenante (1) di cui nella figura 1 si riporta lo schema tipico. La ragione di ciò sembra dovuta al fatto che tali resistenze offrono la possibilità di risolvere, in modo particolarmente semplice, numerosi problemi, quali l'attuazione di oscillatori ad elevata stabilità di frequenza, la conversione di frequenza nei radioricevitori, la costituzione di resistenze differenziali negative tarate (di particolare interesse nel campo delle misure radioelettriche) e molti altri (2).

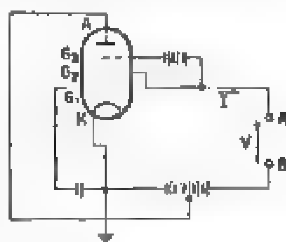


Fig 1. — Schema tipico di resistenza differenziale negativa a campo frenante

(1) Si è prescelta la denominazione di resistenze differenziali negative a campo frenante in contrapposizione a quelle a emissione secondaria, per indicare le resistenze differenziali negative ottenute con tubi elettronici nei quali un campo elettrico (frenante) agisce sulla ripartizione degli elettroni fra i vari elettrodi Tali tubi in opportune condizioni di alimentazione, presentano una transconduttanza differenziale negativa tra una coppia di elettrodi

(2) A. Pinciroli: Stabilità di frequenza degli oscillatori a transconduttanza differenziale negativa del tipo a campo frenante - R. C. XLII Riunione A. E. I., 1937, III, p. 232.

A. Pinciroli: Oscillatori a transconduttanza negativa a campo frenante nella conversione di frequenza - A. F., 1940, IX, p. 581.

A. Pinciroli. Resistenze differenziali negative tarate - A. F., 1941, X, p. 644.

A. Pinciroli. Sopra un nuovo oscillatore piezoelettrico - A. F., 1942 XI, p. 341.

G. Francini: Tubi amplificatori a transconduttanza negativa - A. F. 1942, XI, p. 369 (in questo stesso fascicolo)

In tutte le applicazioni, di cui si è fatto cenno, è essenziale che la resistenza differenziale negativa sia costante, tale requisito può essere

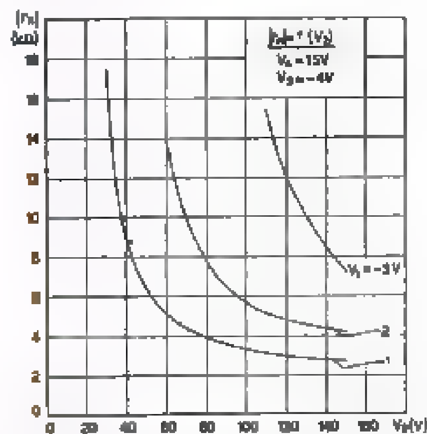


Fig. 2. — Andamento della funzione $|r_n| = f(V_2)$, per V_3 e V_4 costanti e per diversi valori di V_1.

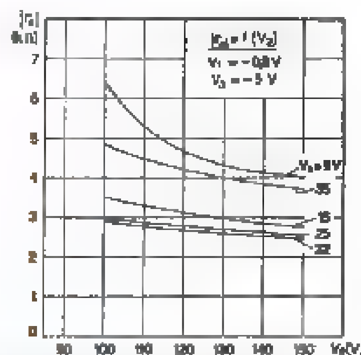


Fig. 3. — Andamenti della funzione $|r_n| = f(V_2)$, per V_1 e V_3 costanti e per diversi valori di V_4.

raggiunto assegnando ai vari elettrodi tensioni prescelte in base alla conoscenza dell'andamento della resistenza in funzione della tensione applicata agli elettrodi stessi. Poichè scopo della presente nota è quello

di spiegare l'origine di tali andamenti caratteristici (riscontrati sperimentalmente), per compiutezza, nelle figure 2, 3, 4, 5 e 6, si riportano i risultati sperimentali ([3]).

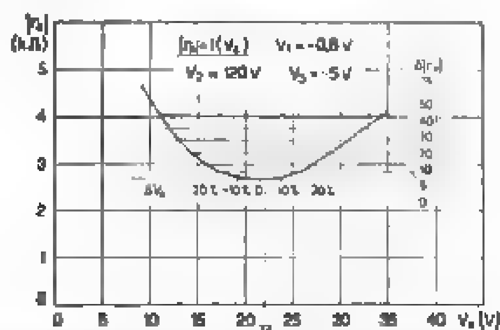


Fig. 4. — Andamento della funzione $|r_n| = f(V_a)$, per V_1, V_2 e V_3 costanti. Sono pure indicati gli scostamenti percentuali di $|r_n|$ e di V_a rispetto al più piccolo valore assunto da $|r_n|$.

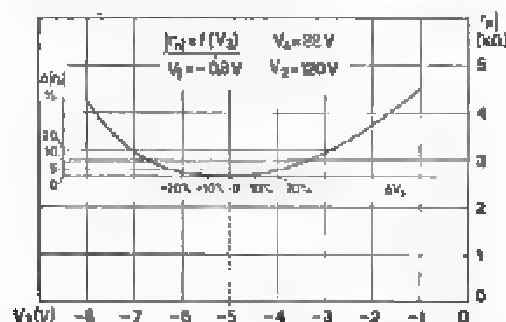


Fig. 5. — Andamento della funzione $|r_n| = f(V_3)$ per V_1, V_2 e V_a costanti. Sono pure indicati gli scostamenti percentuali di $|r_n|$ e di V_3 rispetto al più piccolo valore assunto da $|r_n|$.

Dall'esame delle figure si possono fare le deduzioni seguenti: per $V_2 > 100$ V e per $|V_1| < 2$ V $|r_n|$ ([4]) varia poco con V_2 (fig. 2), per un dato valore di V_a, $|r_n|$ varia poco con V_2 (fig. 3), per un dato valore di V_2, al crescere di V_a, $|r_n|$ diminuisce, passa per un minimo e poi aumenta (fig. 4); comportamento analogo si ha per la $|r_n| = f(V_3)$ (fig. 5); si nota infine che la $|r_n| = f(V_1)$, a partire dal valore di V_1

([3]) I risultati sono relativi a un pentodo EF6. Le misure sono state effettuate con metodo a ponte (A. Pinciroli, A. F., 1934, III, p. 5). Risultati in tutto simili si riscontrano in pentodi di altro tipo (A. Pinciroli, R. C. XLII Riunione A. E. I., 1937, III, p. 232).

([4]) Con $|r_n|$ si intende il valore assoluto di r_n.

a cui corrisponde l'inizio della corrente di griglia ($V_1 = -0,8$ V) sino al valore di alcuni volt, varia in misura limitata (fig. 6).

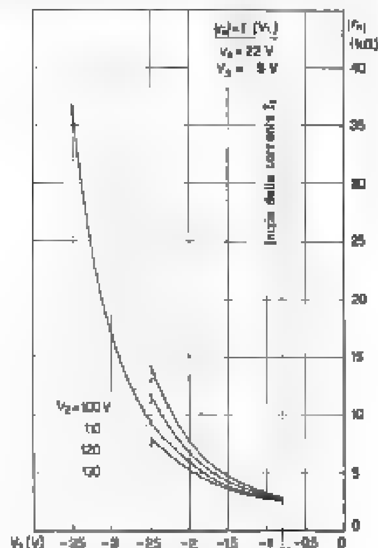


Fig. 6. — Andamento della funzione $|r_p| = f(V_1)$, per V_3 e V_4 costanti e per diversi valori di V_2.

Per addivenire alla interpretazione degli andamenti sperimentali illustrati è utile affrontare, se pure in via approssimata, lo studio dell'andamento del potenziale negli spazi interelettrodici del tubo.

2. - Andamento del potenziale e ripartizione del flusso elettronico.

Manifestamente, in assenza di elettroni, l'andamento del potenziale negli spazi interelettrodici è rettilineo (fig. 7, curva *a*); in presenza di elettroni assume invece andamento curvilineo.

Supposto che attraverso la griglia G_1 passi un certo numero di elettroni, alcuni vengono assorbiti dalla griglia G_2 (costituendo una parte della corrente I_2, denominata corrente diretta e indicata con I_{2D}), i restanti l'attraversano e sono soggetti ad un campo frenante. Gli elettroni, che raggiungono lo spazio interelettrodico G_2-G_3, creano una carica spaziale, la quale modifica l'andamento del potenziale (curva *b*).

Quando per effetto della carica spaziale, gli elettroni vengono frenati fino alla velocità zero, nello spazio interelettrodico G_2-G_3 si origina

un catodo virtuale, la cui posizione è individuata dal punto E (curva d); in tale ipotesi, il numero di elettroni che abbandona il catodo virtuale è determinato dal potenziale effettivo [8] di G_3 e dal potenziale di G_2.

Consideriamo ora separatamente gli elettroni che, abbandonato il catodo virtuale, si dirigono rispettivamente verso G_3 e verso G_2.

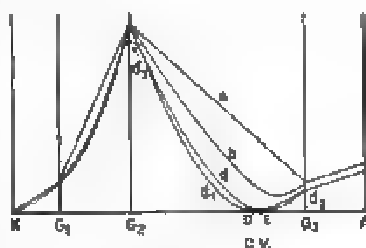


Fig. 7. — Andamento del campo elettrico negli spazi interelettrodici di un tubo (pentodo) a campo frenante.

Ammesso che la curva d rappresenti l'andamento del potenziale, nell'ipotesi che gli elettroni uscenti dal catodo virtuale si dirigano tutti verso l'elettrodo G_3, nel caso in cui una parte di essi si diriga verso l'elettrodo G_2, nella regione G_2-$C.V.$ aumenta la carica spaziale, l'andamento del potenziale assume di conseguenza una nuova configurazione (curva d_1), ed il catodo virtuale si sposta verso sinistra, ad esempio nel punto D.

Praticamente tutti gli elettroni, che si dirigono verso la griglia G_2, la raggiungono, eventualmente dopo pendolazioni attraverso alle spire della griglia stessa (costituendo la seconda parte della corrente I_2, denominata corrente di ritorno e indicata con I_{2R}).

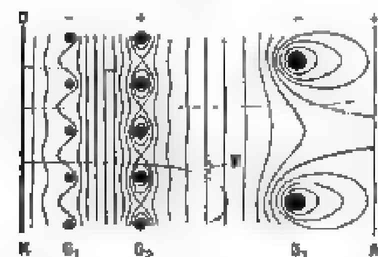


Fig. 8. — Andamento (approssimato) di linee equipotenziali in un tubo (pentodo) a campo frenante.

Gli elettroni diretti verso la griglia G_3 sono in numero relativamente piccolo (dato dalla differenza tra il numero degli elettroni diretti verso il catodo virtuale e quello degli elettroni che dal catodo virtuale ritornano verso la griglia G_2), creano quindi una carica spaziale minore di quella esistente dall'altra parte del catodo virtuale e l'andamento del potenziale subisce solo una piccola modificazione (curva d_2).

Gli elettroni secondari eventualmente emessi dalla griglia G_2, alterano l'andamento del potenziale nella vicinanza della griglia stessa (curva d_3), tali elettroni infatti, essendo dotati di piccola velocità (10 ÷ 20 volt equivalenti), diminuiscono

[8] Come è noto, in un tubo elettronico il numero di elettroni che attraversa una delle griglie dipende dall'influenza di tutti i potenziali dei vari elettrodi sulla griglia considerata. Manifestamente lo stesso effetto può aversi applicando alla griglia che si considera un opportuno potenziale, denominato « potenziale effettivo ».

il potenziale nello spazio compreso tra i conduttori che costituiscono la griglia G_2.

Nella figura 8 è riprodotta la struttura elettrodica del tubo e, approssimativamente, alcune linee equipotenziali del campo elettrico in assenza di elettroni nella stessa figura sono riprodotte tre traiettorie elettroniche caratteristiche che esemplificano le considerazioni sopra sviluppate.

3. - Traiettorie elettroniche.

La particolare distribuzione del potenziale nelle vicinanze della griglia G_2 incurva la traiettoria degli elettroni che l'attraversano (fig. 8). Decomposta la velocità degli elettroni in due componenti, l'una parallela all'asse del catodo (componente trasversale) e l'altra normale (componente radiale) questa viene ridotta dal campo frenante esistente fra G_2 e G_3, mentre la prima conserva la sua grandezza (nel seguito si indicherà con φ l'angolo compreso tra il vettore velocità e la normale al catodo). La traiettoria degli elettroni risulta quindi parabolica e può incontrare l'anodo oppure presentare il suo vertice nello spazio interelettrodico G_2-G_3 secondo il valore dell'angolo φ (5), la velocità degli elettroni al passaggio della griglia G_2 e infine il valore del campo frenante (che dipende dalla tensione V_3).

In base alle considerazioni svolte si deduce che gli effetti della deviazione degli elettroni, nel caso in cui esista il catodo virtuale, sono i seguenti: 1) la componente radiale della velocità è più piccola della velocità stessa, il catodo virtuale si sposta quindi verso la griglia G_1, 2) il gradiente di potenziale vicino ed alla sinistra del catodo virtuale, sarà tanto minore, quanto maggiore è il numero di elettroni che entra nello spazio interelettrodico G_2-G_3 3) il numero di elettroni che ritorna al catodo reale è molto piccolo, infatti di tutti gli elettroni che riattraversano la griglia G_2, soltanto quelli per cui $\varphi = 0$ possono raggiungere il catodo.

4. - Origine della resistenza differenziale negativa.

Ci si propone di esaminare la resistenza differenziale che il dispositivo della figura 1 presenta tra i due morsetti terminali A e B.

Posto:

$$[1] \qquad r' = \frac{dV_2}{dI_2} \qquad r'' = \frac{dV_3}{dI_3},$$

la resistenza differenziale risulta

$$[2] \qquad r_d = \frac{r' \cdot r''}{r' + r''}.$$

(5) Si veda l'appendice.

In un primo tempo si supporrà la corrente totale I_t costante, tale ipotesi rendendo più agevole l'interpretazione dei vari fenomeni.

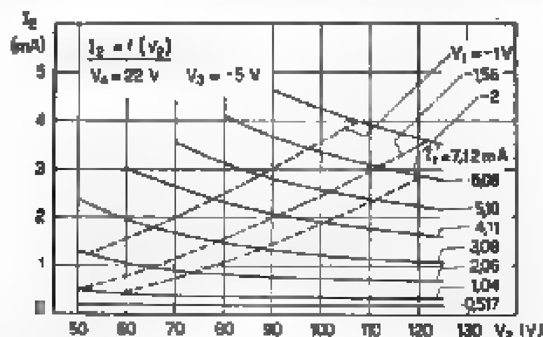


Fig. 9. Famiglia di curve $I_2 = f(V_2)$ per V_4 e V_3 costanti e per diversi valori di I_t. Le curve a tratti rappresentano la stessa funzione per diversi valori di V_1 (in luogo di I_t)

In questa ipotesi si possono considerare separatamente le resistenze differenziali r' ed r''. Si deduce facilmente che r' è negativa; basta infatti osservare che un incremento (positivo) della tensione V_2 fa aumentare la velocità degli elettroni che entrano nello spazio interelettrodico G_2-G_3

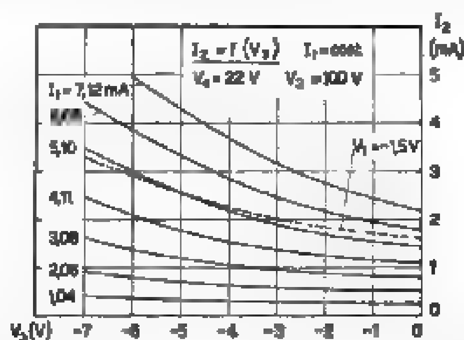


Fig. 10. – Famiglia di curve $I_2 = f(V_3)$ per V_4 e V_2 costanti e per diversi valori di I_t. La curva a tratti rappresenta la stessa funzione per un dato valore di V_1 (in luogo di I_t).

e avvicinare il catodo virtuale alla griglia G_3: aumenta quindi la corrente che, attraverso la griglia G_3, raggiunge l'anodo e diminuisce quella che raggiunge G_2. L'andamento decrescente della curva $I_2 = f(V_2)$ per I_t = cost., riportata nella figura 9, si accorda con le deduzioni.

È facile vedere che anche r'' risulta affetta da segno negativo. Infatti, analogamente al caso precedente, ad un incremento (positivo) di V_3 corrisponde un avvicinamento del catodo virtuale alla griglia G_3;

si ha quindi un aumento di I_a ed una diminuzione di I_g, previsione che viene confermata dall'andamento della caratteristica $I_2 = f(V_2)$ per I_t = cost., riportata nella figura 10 ([7]).

A differenza dell'ipotesi I_t = cost., in pratica I_t varia con V_2 e le funzioni $I_2 = f(V_2)$ e $I_2 = f(V_a)$ sono rappresentate dalle curve a tratti riportate rispettivamente nelle figure 9 e 10. In questo caso r' è positiva, mentre r'' si mantiene negativa e minore, in valore assoluto, di r'; la resistenza r_g risulta quindi negativa ([8]).

8. - Interpretazione dell'andamento della resistenza differenziale negativa.

Consideriamo la funzione

$$r_g = f(V_1) .$$

Diminuendo (in valore assoluto) la polarizzazione della griglia G_1, si ottengono i seguenti effetti: 1) un aumento della corrente totale, 2) un aumento della corrente I_{kD} ([9]) (nello stesso rapporto della variazione della corrente totale), 3) un aumento del numero degli elettroni che entrano nello spazio interelettrodico G_1-G_2 e di conseguenza uno spostamento del catodo virtuale verso la griglia G_2; 4) un aumento del numero degli elettroni con angolo di deviazione relativamente grande (nel rapporto della corrente totale).

L'avvicinarsi del catodo virtuale alla griglia G_2 (punto 3) causa un aumento del gradiente di potenziale fra il catodo virtuale e G_2, mentre l'aumento del numero degli elettroni con grandi angoli di deviazione (punto 4) causa una diminuzione del gradiente stesso. La variazione del gradiente di potenziale può quindi, in determinate condizioni, risultare piccola, e la distribuzione (percentuale) delle correnti uscenti dal catodo virtuale può risultare indipendente dalla tensione della griglia G_1, mentre il valore numerico delle due correnti varia nel rapporto della variazione della corrente totale.

Dimostrato che I_g è proporzionale a I_t, essendo I_3 praticamente nulla, anche I (fig. 1) è proporzionale a I_t; essendo $r_g = dV/dI$, per determinare l'andamento di r_g in funzione della tensione applicata alla griglia G_1, basta conoscere la funzione $I_t = f(V_1)$. Questa funzione, per un

([7]) Dall'esame della figura 9 si rileva che, per il punto definito da $V_2 = 22$ V, $V_3 = 100$ V, $V_1 = -5$ V, $I_t = 5{,}1$ mA, r' risulta uguale a 47 kΩ, mentre l'esame della figura 10 permette di desumere che, per lo stesso punto, $r'' = -2{,}44$ kΩ. Queste due resistenze risultano in parallelo e quindi la resistenza differenziale tra la griglia G_2 ed il catodo risulta $r_g = -2{,}34$ kΩ.

([8]) Per il medesimo punto di funzionamento considerato nella nota ([7]) risultano $r' = 20$ kΩ ed $r'' = -3{,}08$ kΩ. La resistenza differenziale fra la griglia G_2 ed il catodo risulta quindi $r_g = -3{,}64$ kΩ.

([9]) Come si è già detto, I_{kD} è costituita dagli elettroni che raggiungono direttamente la griglia G_2.

tratto alquanto esteso della caratteristica, risulta $I_t = K_1 (V_1 + K_2)^{3/2}$ e [10] quindi: $I = f(V)(V_1 + K_2)^{3/2}$, dove $f(V)$ è una funzione generica.

In conclusione l'espressione della resistenza differenziale negativa ha la seguente forma

$$|r_n| = \frac{1}{|f'(V)(V_1 + K_2)^{3/2}|},$$

oppure:

[3]
$$|r_n| = \frac{C}{(V_1 + K_2)^{3/2}},$$

ove

$$C = \frac{1}{f'(V)}.$$

La [3] giustifica l'andamento iperbolico dei risultati sperimentali riportati nella figura 6.

Passiamo a studiare la funzione

$$|r_n| = f(V_2).$$

Aumentando la tensione della griglia G_2 si ha un aumento sia della corrente totale I_t, sia della velocità degli elettroni. Il primo di questi aumenti produce uno spostamento del catodo virtuale verso la griglia G_2, il secondo, invece, uno spostamento verso la griglia G_3. Analogamente al caso precedente, si hanno due cause che influiscono in modo opposto sulla corrente I_{g2}. La variazione effettiva del gradiente di potenziale può di conseguenza, in determinate condizioni, risultare piccola; in tale ipotesi, la distribuzione delle correnti uscenti dal catodo virtuale risulta poco dipendente dalla tensione della griglia G_2. La resistenza differenziale negativa dipende quindi dal valore numerico delle due correnti I_{g2} e I_a (in altre parole dalla grandezza della corrente totale).

In base a quanto si è detto, nota la funzione $I_t = f(V_2)$, si può determinare l'andamento della curva $|r_n| = f(V_2)$. Essendo l'equazione della caratteristica statica del tubo, per un tratto alquanto esteso, data da: $I_t = K_1 (K_3 + K_4 V_2)^{3/2}$ [11], e perciò: $I = f_1(V)(K_3 + K_4 V_2)^{3/2}$, dove $f_1(V)$ è una funzione generica, la resistenza differenziale negativa risulta:

$$|r_n| = \frac{1}{f'_1(V)(K_3 + K_4 V_2)^{3/2}},$$

oppure:

[4]
$$|r_n| = \frac{C_1}{(K_3 + K_4 V_2)^{3/2}}.$$

---

(10) J. KAMMERLOHER: Hochfrequenztechnik I. C. F. Winter'sche Verlagshandlung. Leipzig, 1938.

(11) Loc. cit. nota (10).

ove

$$C_1 = \frac{1}{f'_1(V)} .$$

La relazione [4] giustifica l'andamento iperbolico dei risultati sperimentali riportati nella figura 2.

Per ultimo consideriamo le funzioni

$$|r_n| = f(V_2) \quad \text{ed} \quad |r_n| = f(V_a) .$$

Come si è detto [13], le tensioni V_2 e V_a determinano il potenziale effettivo della griglia G_2, si può quindi ritenere che l'influenza delle due tensioni V_2 e V_a sul valore di $|r_n|$ sia equivalente e trattare i due casi insieme.

Ci si propone anzitutto di dimostrare l'esistenza di una regione, relativamente estesa, delle funzioni $|r_n| = f(V_a)$ ed $|r_n| = f(V_2)$, in corrispondenza della quale $|r_n|$ assume il più piccolo valore.

Per un dato valore della tensione V_a, aumentando (in valore assoluto) V_2 si hanno i seguenti fatti: il catodo virtuale si sposta verso la griglia G_1, il potenziale effettivo della griglia G_2 diventa sempre più piccolo (al limite, zero), a mano a mano un numero sempre più grande di elettroni ritornano alla griglia G_1. In questo caso la resistenza differenziale $|r_n|$ comprende soltanto r', risulta quindi positiva.

Per un dato valore della tensione V_a, diminuendo (in valore assoluto) V_2, il catodo virtuale si sposta verso la griglia G_2: si raggiunge poi una regione in cui la maggior parte degli elettroni va all'anodo. In questo caso, essendo la corrente di ritorno molto piccola, una variazione della tensione V_2 produce solo un piccolo cambiamento della distribuzione delle correnti uscenti dal catodo virtuale. La resistenza differenziale negativa diventa allora sempre più grande in valore assoluto con il crescere della tensione effettiva della griglia G_2; con l'approssimarsi della condizione limite ($I_{1R} = 0$), r_n passa per il valore infinito e diventa positiva. Infatti, r' che, come si è detto, in generale è positiva, diventa maggiore del valore assoluto di r''.

Fra i due casi estremi ora considerati, deve esistere una regione in cui I_{1R} ed I_a siano in tale rapporto che le variazioni dV_2 e dV_a producano la più grande variazione della corrente di ritorno, e quindi una piccola $|r_n|$. L'estensione di questa regione dipende dalla distribuzione del campo elettrico tra il catodo virtuale e l'anodo e quindi dal valore assoluto delle tensioni V_2 e V_a. Le deduzioni, a cui si è pervenuti, vanno d'accordo con i risultati sperimentali illustrati rispettivamente dalle figure 4 e 5.

La famiglia di curve $I_1 = f(V_a)$ per $I_1 = \text{cost.}$, riportata nella figura 11, permette di determinare il valore della tensione anodica a

[13] Si veda la nota [6].

cui corrisponde il più piccolo valore di $|r_n|$, valore che si manifesta in corrispondenza della maggiore distanza tra due curve adiacenti; tenendo

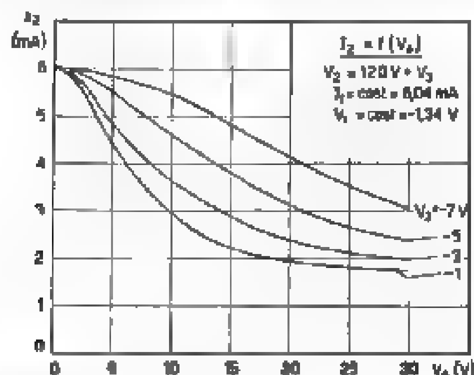


Fig. 11 — Famiglia di curve $I_2 = f(V_4)$ per V_1, V_2 e I_1 costanti e per diversi valori di V_3

infatti presente che $|r_n| = |dV/dI| = |dV_2/dI_2|$ (essendo $dV_4 = dV_2$), la massima distanza tra due curve adiacenti corrisponde al massimo valore assunto da dI_2 e quindi al più piccolo valore di $|r_n|$.

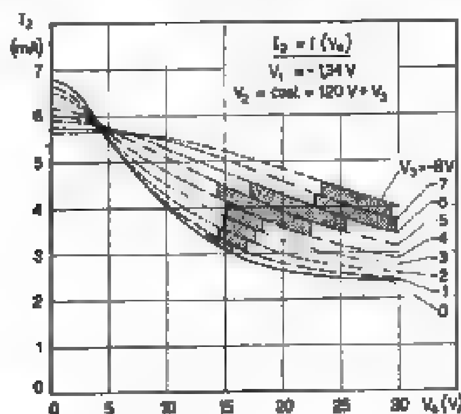


Fig. 12. — Famiglia di curve $I_2 = f(V_4)$ per V_1 e V_2 costanti e per diversi valori di V_3.

La famiglia di curve ora considerata si riferisce alla condizione ideale I_1 = cost., le effettive condizioni di funzionamento sono invece illustrate dalla famiglia di curve riportata nella figura 12 dalla quale si desumono le osservazioni seguenti

1) Per ottenere il minimo valore della resistenza differenziale negativa (che come si è detto, si ha in corrispondenza della più grande distanza fra due curve adiacenti) si deve aumentare la tensione V_a quando si diminuisce la tensione V_3 (in senso algebrico).

2) Il più piccolo valore (assoluto) della resistenza differenziale negativa e l'estensione del tratto in cui la resistenza è quasi costante, dipendono da ambedue le tensioni V_a e V_g.

Le regioni tratteggiate (tra due curve adiacenti) sono quelle in corrispondenza delle quali $|r_a|$ risulta praticamente costante (a meno del 5 %) al variare di V_a tra due valori corrispondenti agli estremi delle regioni tratteggiate stesse.

Torino — Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris

APPENDICE

Distribuzione delle correnti I_2 e I_a in funzione dell'angolo φ.

Si riportano considerazioni atte a chiarire quanto è stato esposto riguardo alle traiettorie elettroniche e si discutono gli effetti prodotti dalla emissione secondaria della griglia G_2, effetti fino ad ora trascurati.

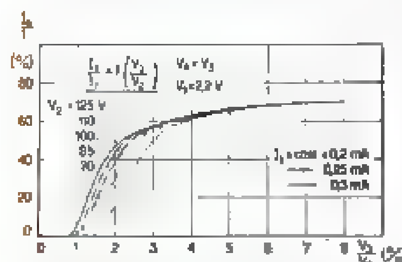


Fig. 11. — Famiglia di curve $I_a/I_t = f(V_a/V_2)$ per V_1 e V_a costanti e per diversi valori di V_2.

Data una certa corrente spaziale I_t, se una parte di essa viene assorbita dalla griglia G_2, misurando $I_a/I_t = f(V_a/V_2)$ per I_t = cost e riportando in grafico l'ordinata è proporzionale al numero di elettroni la cui deviazione è minore di φ_{en} (13).

Rothe e Kleen (14) hanno dimostrato che I_a/I_t dipende dal rapporto V_a/V_2 ed è indipendente dal valore assoluto delle due tensioni, con la limitazione che non esistano elettroni secondari ($V_a < 20$ V).

Nel nostro caso, utilizzando tensioni fino a oltre 100 V, non si può trascurare l'effetto prodotto dalla presenza di elettroni secondari. Per

(13) φ_{en} rappresenta il massimo valore di φ che ancora permette agli elettroni di raggiungere l'anodo.

(14) H. Rothe u. W. Kleen: Stromverteilung. Telefunken-Röhre, 1937, IX, p. 90.

determinare tale effetto consideriamo le curve $I_a/I_t = f(V_3/V_2)$ riportate nella figura 13, esse mostrano i seguenti fatti: 1) per $I_t = 0{,}2$ mA non si ha catodo virtuale fra G_2 e G_3, infatti, per due distinti valori di I_t, precisamente 0,25 mA e 0,3 mA, si ha la stessa curva, 2) per valori di V_2 maggiori di 20 V si hanno curve distinte e, per un dato valore di V_3/V_2, I_a/I_t aumenta con V_2; 3) al crescere di V_3/V_2 il rapporto I_a/I_t aumenta e tende al valore 0,75, oltre un certo valore di V_3/V_2 la corrente spaziale che direttamente raggiunge la griglia G_2 è all'incirca il 25 % di I_t e risulta poco dipendente da V_2; 4) le curve hanno origine in corrispondenza di una tensione V_3 di $1{,}1 \div 1{,}3$ V, valore che, approssimativamente, corrisponde al potenziale di contatto (nel seguito indicato con V_c).

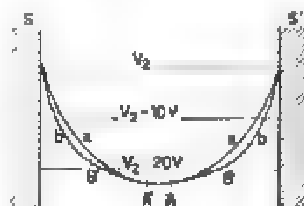


Fig. 14. — Andamento del potenziale tra due porzioni di spire adiacenti della griglia G_2, in assenza (curva a) e in presenza (curva b) di elettroni secondari

In base al punto 2) la differenza fra i risultati qui riferiti e quelli ottenuti da Rothe e Kleen non può avere che una sola causa, l'esistenza di elettroni secondari. Questi producono una carica spaziale, che ha il suo massimo sulla linea di potenziale $V_2 = 10 \div 20$ V, e rendono più pianeggiante l'andamento del potenziale nella parte mediana posta fra due maglie adiacenti della griglia, riducendo il numero degli elettroni con grandi angoli di deviazione. Nella figura 14, S ed S' rappresentano due porzioni di spire adiacenti, la curva a indica l'andamento del potenziale in assenza di elettroni secondari, la curva b in presenza di questi.

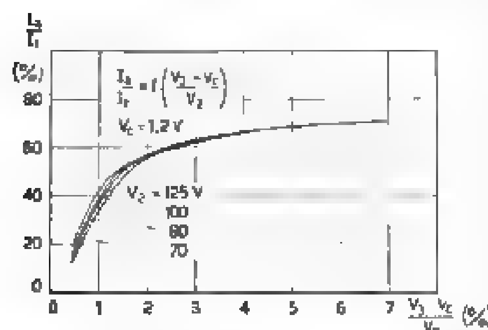


Fig. 15. — Andamento della funzione $I_a/I_t = f[(V_3 - V_c)/V_2]$ per $V_c = 1{,}2$ V e per diversi valori di V_2.

In base al punto 3) il numero di elettroni che raggiunge direttamente la griglia G_2 è costante e questi, entro certi limiti, fanno uscire fuori elettroni secondari in numero tanto maggiore quanto più grande è la tensione V_2.

Il valore degli angoli di deviazione può essere determinato in base alle considerazioni seguenti. Perchè un elettrone possa superare il campo frenante esistente tra G_2 e G_3 e raggiungere l'anodo, deve possedere una velocità la cui componente radiale, proporzionale a $\sqrt{V_2} \cos \varphi$, sia più grande di $\sqrt{V_2 - V_3}$ volt equivalenti.

Si può quindi scrivere la disuguaglianza

$$\sqrt{V_3}\cos\varphi \geq \sqrt{V_3 - V_5}\,,$$

cioè

$$\varphi \leq \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{V_5}{V_3}}\,.$$

Supposto che il rapporto I_a/I_t, per grandi valori di V_3/V_5, si approssimi a 0,75, si può determinare il numero di elettroni con angolo di deviazione φ_{eff} in base alla caratteristica $I_a/I_t = f[(V_3 - V_4), V_3]$ (fig. 15). Tale determinazione per $V_3 = 100$ V e per $V_4 = 1{,}2$ V è riportata nella figura 16. Si potrebbe dimostrare che la derivata prima della funzione $I_a/I_t = f(\varphi)$ (figura 17) fornisce l'immagine della distribuzione degli angoli. Dall'esame della figura si nota che la maggior parte degli elettroni viene deviata con angoli fra 2° e 8°.

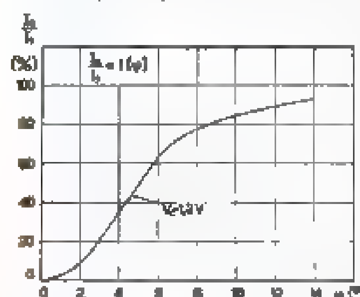


Fig. 16. — Andamento della funzione $I_a/I_t = f(\varphi)$ per $V_4 = 1{,}2$ V

In base alle considerazioni sopra riportate, si perviene alla conclusione che il potenziale tra due generiche maglie adiacenti della griglia G_3 in presenza di elettroni secondari deve avere l'andamento schematizzato nella figura 14 (curva *b*). Esso consta di un tratto orizzontale AA' di piccola estensione e di due tratti AB e $A'B'$, alquanto più estesi del primo, lungo i quali il potenziale varia rapidamente. Manifestamente gli elettroni che attraversano il tratto AA' non subiscono deviazione ($\varphi = 0$) mentre quelli che attraversano i tratti AB e $A'B'$ subiscono deviazioni accentuate ($\varphi = 2° \div 8°$).

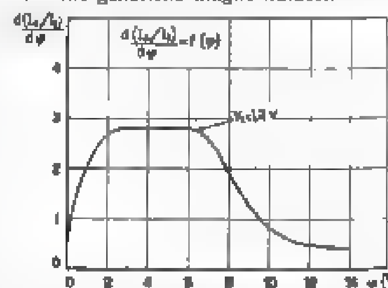


Fig. 17. — Distribuzione degli angoli di deviazione degli elettroni che attraversano la griglia G_3

TUBI AMPLIFICATORI A TRANSCONDUTTANZA NEGATIVA

GIUSEPPE FRANCINI

Si prendono in esame i tubi a transconduttanza negativa nel funzionamento come amplificatori, istituendo un confronto col comportamento dei triodi. Si mostra che la presenza di una griglia schermo consente di ottenere un comportamento analogo a quello del pentodo; in questo caso risulta lecito ammettere la costanza della resistenza interna anche in regime non lineare. Si indicano alcune applicazioni dei tubi a transconduttanza negativa, nelle quali è essenziale la proprietà di tali tubi di fornire una tensione di uscita in fase con la tensione di entrata.

1. - Generalità.

Nei normali tubi elettronici la corrente anodica, che costituisce la corrente utile, viene regolata mediante una griglia la quale, secondo la disposizione, può agire in due diverse maniere e cioè comandare il flusso elettronico totale emesso dal catodo, oppure modificare la ripartizione della corrente totale fra l'anodo e un altro elettrodo a potenziale positivo (griglia di campo) (1). Il primo tipo di comando trova applicazione nella maggior parte dei tubi amplificatori, di cui il più semplice esempio è offerto dal triodo. Il secondo tipo richiede la presenza di almeno quattro elettrodi ed è caratteristico del tetrodo a griglia di campo. Infine i due comandi si trovano riuniti nei tubi convertitori di frequenza (esodi, eptodi, ottodi).

Per i tubi a comando per ripartizione di corrente sussiste una seconda possibilità, che è quella di usarli come amplificatori assumendo come corrente utile la corrente della griglia di campo invece che quella anodica. Tale possibilità, già segnalata da Schottky (2), soltanto da pochi anni è stata presa in attenta considerazione, per lo più dal punto di vista dell'attuazione di resistenze negative (3).

(1) La ripartizione di corrente, nei tubi che vengono presi in esame, è ottenuta per mezzo di un campo frenante.
(2) W. Schottky: Archiv f. Elektr., 1919, VIII, p. 299.
(3) E. W. Herold: Proc. I. R. E., 1935, XXIII, p. 1201.
A. Pinciroli: R. C. XLII Riunione A. E. I., 1937, III, n. 236.

Il principale aspetto sotto il quale le proprietà esterne di tali tubi si diversificano da quelle degli amplificatori di tipo normale è il segno negativo della transconduttanza (fra la griglia di campo e la griglia di comando).

Dell'origine della transconduttanza negativa ci si rende conto considerando il tubo rappresentato schematicamente nella figura 1 (4). Gli elettroni che escono di fra le spire della prima griglia possono essere distinti in due gruppi. L'uno comprende tutti quelli che cadono direttamente sulla seconda griglia, essi costituiscono una corrente la quale, dipendendo in misura notevole soltanto da V_2, non interessa agli effetti della transconduttanza. L'altro gruppo comprende quegli elettroni che, dotati di sufficiente velocità e di direzione conveniente, passano attraverso alle spire della seconda griglia e si dirigono verso l'anodo. Per raggiungere effettivamente l'anodo essi devono possedere una velocità abbastanza grande da permettere di superare il minimo di potenziale prodotto dalla terza griglia. Perciò gli elettroni la cui velocità è inferiore a un certo limite invertono il senso del moto e attratti di nuovo dalla seconda griglia, cadono su di essa. Evidentemente il numero di questi elettroni, che concorrono a formare la corrente I_2, dipende dal potenziale V_3 della terza griglia. Precisamente un aumento, in senso algebrico, di V_3 (e quindi una diminuzione del valore assoluto se V_3 è negativo) provoca un aumento della corrente I_a e una diminuzione della corrente I_2, dando luogo a una transconduttanza differenziale, $g_m = \partial I_a / \partial V_3$, di segno negativo.

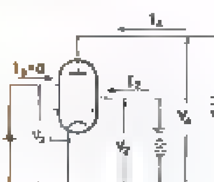


Fig. 1 — Connessione di un pentodo come tubo a transconduttanza negativa.

Nel seguito si prendono in esame i principali aspetti del funzionamento dei tubi a comando per ripartizione di corrente come amplificatori e si segnalano alcune applicazioni.

2. - Regime lineare.

Nel funzionamento del tubo, rappresentato nella figura 1, come amplificatore, l'anodo interviene soltanto in maniera indiretta ed è mantenuto a potenziale costante. La terza griglia ha funzioni di comando, il suo potenziale, variabile, è mantenuto sempre negativo quindi la cor-

(4) Poichè non esistono tetrodi a griglia di campo di costruzione moderna, conviene usare come tubo a ripartizione di corrente un pentodo. La prima griglia, il cui compito non è essenziale, viene mantenuta a potenziale costante, determinato in base alla corrente totale che si desidera, normalmente essa viene connessa direttamente al catodo.

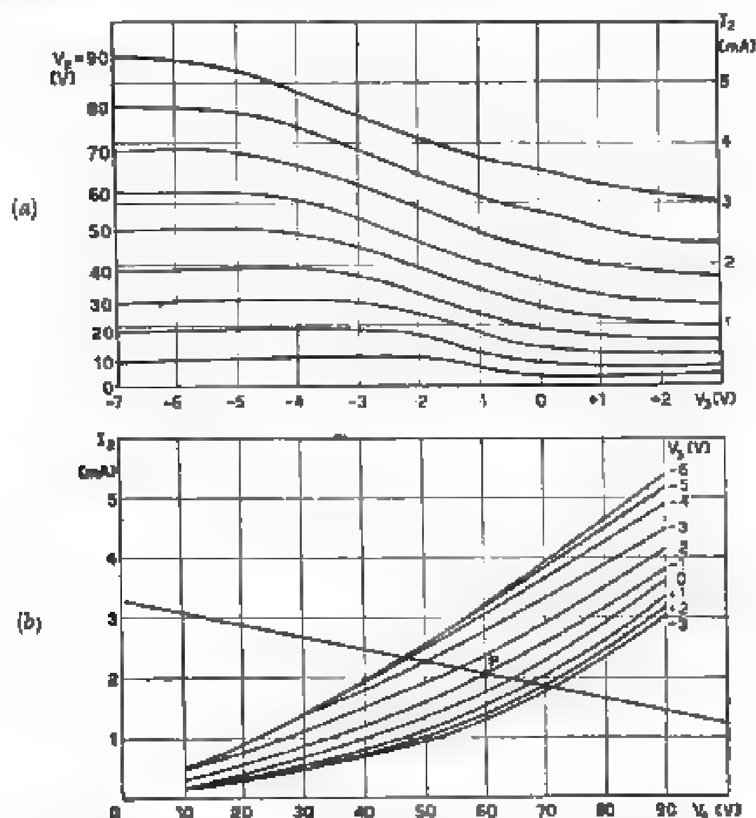


Fig. 2. — Famiglie di caratteristiche di un tubo a transconduttanza negativa (pentodo EF6) per $V_1 = 0$, $V_a = 10$ V *a*) caratteristiche mutue (G_3-G_2); *b*) caratteristiche di griglia di campo (G_2)

rente I_3 è nulla. Il carico utile viene inserito, come si è detto, nel circuito della seconda griglia invece che nel circuito anodico e quindi, per lo studio delle proprietà amplificatrici del tubo, interessa soltanto l'andamento della corrente I_2 in funzione delle tensioni applicate agli elettrodi. Poichè V_1 e V_a sono costanti, I_2 risulta in generale funzione di V_2 e V_3.

$$I_2 = f(V_2, V_3)\,. \qquad [1]$$

Nella figura 2 sono riportate le famiglie di caratteristiche relative a un tubo di tipo amplificatore di tensione (EF6). Le curve della figura 2*a* corrispondono alla famiglia delle caratteristiche mutue di un triodo e le curve della figura 2*b* alla famiglia delle caratteristiche anodiche. Nel triodo le due famiglie hanno andamento simile per la costanza del coeffi-

ciente di amplificazione, ciò non avviene per il tubo a transconduttanza negativa.

Durante il funzionamento, V_3 e V_2 subiscono variazioni v_3 e v_2 intorno ai valori di riposo. La determinazione del valore numerico dell'amplificazione può essere effettuata supponendo v_3 e v_2 molto piccole. In tal

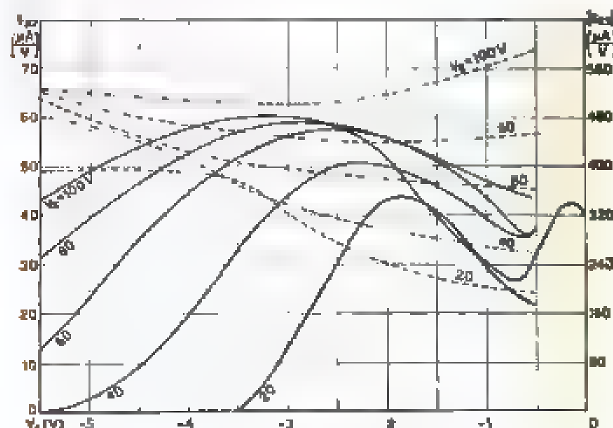


Fig. 3. — Andamento dei parametri caratteristici di un tubo a transconduttanza negativa (pentodo EF6) in funzione di V_3, per diversi valori di V_2. Le curve a tratto continuo si riferiscono alla transconduttanza $|g_{23}|$, quelle a tratti alla conduttanza g_{22}.

caso, invece che all'equazione generica [1], si ricorre all'equazione lineare

$$i_2 = g_{23} v_3 + g_{22} v_2 \quad (5)$$ [2]

Confrontando con l'equazione analoga relativa al triodo, si deduce che la conduttanza g_{22} corrisponde all'inverso della resistenza interna e g_{23} alla transconduttanza. Mentre però in un triodo ambedue i parametri sono sempre positivi, nella [2] g_{22} è positiva e g_{23} è, entro un ampio campo di valori di v_3 e v_2, negativa.

Nella figura 3 sono riportati gli andamenti di g_{22} e $|g_{23}|$ (6) rilevati

---

(5) Si danno come parametri caratteristici la conduttanza e la transconduttanza, perchè essi compaiono nel modo più naturale derivando la [1]. Il coefficiente di amplificazione non presenterebbe nessun particolare vantaggio, non essendo una costante del tubo, come avviene nel triodo.

(6) Con $|g_{23}|$ si intende il valore assoluto di g_{23}.

sperimentalmente sul medesimo tubo (7). Nella figura si osserva che g_{22} varia di poco al variare di V_2, specialmente per valori elevati di V_2. La transconduttanza $|g_{23}|$ presenta un massimo per un valore di V_2 debolmente negativo. Un massimo si ha pure in funzione di V_3 (fig. 4).

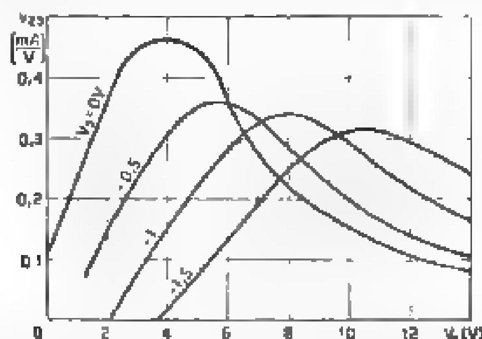


Fig. 4. – Andamento della transconduttanza di un tubo a transconduttanza negativa (pentodo EF6) in funzione di V_3, per diversi valori di V_2, $V_1 = 20$ V.

Dalla [2] si ottiene immediatamente l'espressione dell'amplificazione per un carico costituito da una resistenza pura di valore R

[3] $$A = \frac{V_u}{V_e} = -\frac{Rg_{23}}{1 + Rg_{22}} = \frac{R\,|g_{23}|}{1 + Rg_{22}}.$$

L'amplificazione ha segno positivo, cioè la tensione di uscita V_u è in fase con la tensione di entrata V_e.

I valori della corrente, della transconduttanza della conduttanza sono dello stesso ordine di grandezza di quelli corrispondenti in un triodo di tipo amplificatore di tensione e quindi il comportamento, a parte la fase opposta della tensione di uscita, è analogo, l'amplificazione ottenibile è circa 6 (8).

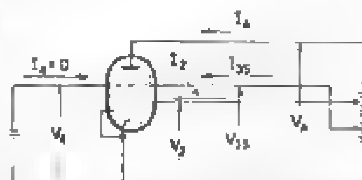


Fig. 5. – Connessione di un eptodo come tubo a transconduttanza negativa

(7) Il valore della tensione anodica è leggermente diverso da quello delle figure 2 a e 2 b.

L'andamento della transconduttanza con un minimo in prossimità della tensione V_2 nulla si è riscontrato costantemente su un gruppo di tubi EF6, non si è invece riscontrato in un altro gruppo di tubi EF6 di costruzione leggermente diversa.

(8) Per esempio nel punto P della figura 2 b si ha: $V_2 = 60$ V, $I_2 = 2$ mA, $g_{23} = 410$ μA/V, $g_{22} = 48$ μA/V. Con un carico di 50 000 Ω si richiede una tensione di alimentazione di 160 V e si ottiene un amplificazione di 5,7 volte.

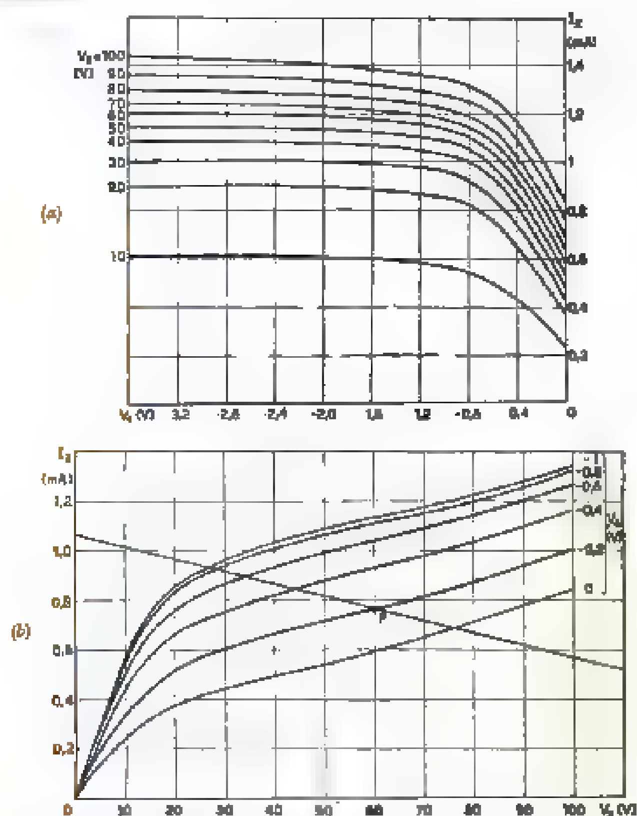


Fig. 6. — Famiglia di caratteristiche di un tubo a transconduttanza negativa (eptodo [illegible]) per $V_1 = 0$, $V_{35} = 10$ V, $V_a = 120$ V: a) caratteristiche mutue (G_1-G_a); b) caratteristiche di griglia di campo (G_3).

Per ottenere maggiori amplificazioni, in base alla [3] la transconduttanza deve essere grande e la conduttanza piccola. Questo secondo punto, in analogia con i tetrodi e pentodi normali, può essere raggiunto per la presenza di un'ulteriore griglia che funzioni da schermo. Secondo il criterio esposto si può ricorrere alla disposizione rappresentata nella figura 5 (eptodo) nella quale le griglie 3 e 5 funzionano da schermo.

Nelle figure 6 e 7 sono riportate le famiglie di caratteristiche rela-

tive a una pentagriglia (6A8-GT), corrispondenti a quelle delle figure 2 e 3. La tensione anodica non è affatto critica e può variare da 50 a 250 V

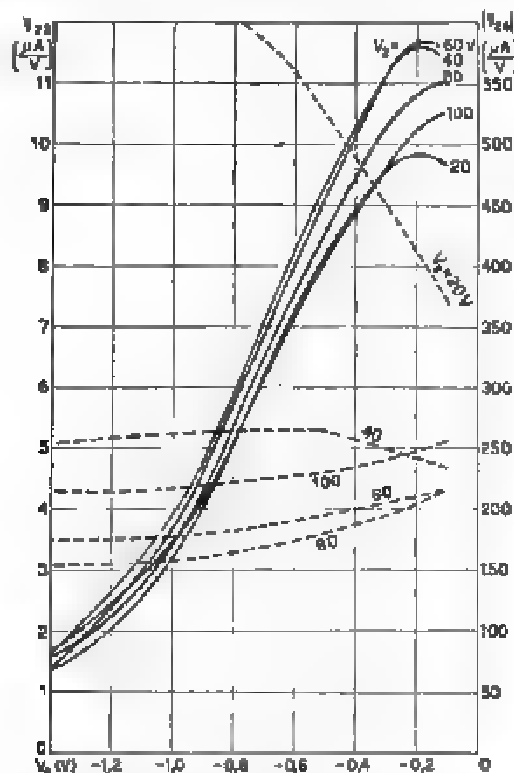


Fig. 7. — Andamento dei parametri caratteristici di un tubo a transconduttanza negativa (eptodo 6A8-GT) in funzione di V_1, per diversi valori di V_3. Le curve a tratto continuo si riferiscono alla transconduttanza g_{34}], quelle a tratti alla conduttanza g_{33}

senza alterare di più dell'uno per cento il valore della transconduttanza. È invece molto sentita l'influenza della tensione applicata alla terza e alla quinta griglia; essa agisce sulla forma delle caratteristiche in maniera analoga alla tensione anodica nel pentodo già considerato; scegliendo opportunamente il valore è possibile ottenere pendenze assai elevate, fino a 1,2 mA/V

L'ordine di grandezza della corrente, della transconduttanza, della conduttanza è lo stesso di quello degli elementi corrispondenti in un pentodo amplificatore di tensione L'amplificazione ottenibile è circa 60 (⁸)

(⁸) Per esempio nel punto P della figura 6 b si ha. V_3=60 V, I_3=0,77 mA,

Particolarmente interessante è il confronto della figura 2 *b* con la 6 *b*: le curve riportate nella prima rivolgono la convessità verso il basso, analogamente alle caratteristiche anodiche di un triodo, mentre le curve della seconda figura rivolgono la convessità verso l'alto, analogamente alle caratteristiche anodiche di un pentodo. Le curve vengono assimilate alle caratteristiche di un pentodo, e non a quelle di un tetrodo a griglia schermante, perchè sono poco appariscenti le anomalie dovute all'emissione secondaria. Infatti lo scambio di elettroni secondari fra la seconda e la terza griglia, il solo che può alterare la corrente I_3, è di piccola entità per la piccolezza della superficie emittente.

3. - Regime non lineare.

Se le tensioni V_1 e V_2 subiscono variazioni ampie, occorre tenere conto della curvatura delle caratteristiche, ciò avviene specialmente nello studio della distorsione e del rendimento. Le famiglie di caratteristiche relative al pentodo e al tubo pentagriglia già considerati, riportate nelle figure 2 e 6, corrispondono a un'equazione generica del tipo della [1]. Perchè l'equazione possa presentare qualche utilità per le applicazioni, occorre precisarne ulteriormente la forma. Nello studio dell'equazione del triodo $I_a = f(V_a, V_g)$ si ottiene una semplificazione notevole, valida con grande approssimazione, ponendo $I_a = f(V_a + \mu V_g)$ con μ costante. Per il tubo a ripartizione di corrente non è possibile effettuare una semplificazione della stessa importanza. Poco giovano allo scopo le relazioni che sono state dedotte per la ripartizione di corrente ([10]), piuttosto complesse ed essenzialmente adatte per il calcolo della corrente nel punto di funzionamento.

Conviene quindi esaminare per via empirica la possibilità di semplificazioni. Anzitutto dalle figure 2 *a* e 6 *a* si deduce che non è lecito introdurre un coefficiente di amplificazione costante. Infatti in tale ipotesi le curve dovrebbero sovrapporsi per traslazione orizzontale. Se però si rinuncia a scrivere un'equazione valida per qualsiasi valore delle tensioni e si esamina il comportamento locale, si può scrivere

$$i_3 = f_1(v_0)\, v_2 + f_2(v_0) \qquad [4]$$

Secondo la [4] le caratteristiche riportate nelle figure 2 *b* e 6 *b* dovrebbero essere costituite da segmenti rettilinei e la pendenza di tali segmenti dovrebbe essere funzione di V_1; eseguendo qualche verifica per le curve della figura 2 *b* nell'ipotesi più sfavorevole che il rapporto fra v_4 e v_3 sia uguale all'amplificazione massima (circa 6, come si è visto) la [4] risulta effettivamente in accordo con i rilievi riportati.

g_{31} = 550 mA/V, g_{33} = 4 μA/V. Con un carico di 200 000 Ω e una tensione di alimentazione di 214 V si ottiene un'amplificazione di 35 volte.

([10]) Per esempio in H. ROTHE u. W. KLEEN, Grundlagen und Kennlinien der Elektronenröhren - Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1940.

Per il tubo pentagriglia si osserva che le caratteristiche, oltre ad essere mediamente rettilinee (per $V_2 > 30$ V), sono anche parallele fra loro e quindi si può scrivere

$$i_2 = g_{22} v_2 + f(v_3) , \tag{5}$$

con g_{22} costante. Anche qui eseguendo alcune verifiche della [5] ammettendo la massima amplificazione si trovano risultati approssimati a meno di qualche percento. Si può dire che il tubo presenta resistenza interna costante anche in regime non lineare. L'osservazione analoga, che si potrebbe fare per il pentodo normale, ha un campo di validità molto più ristretto. Infatti nel pentodo, qualunque sia il carico utile e qualunque sia il punto di funzionamento, per tensioni di griglia molto grandi interviene sempre la curvatura delle caratteristiche anodiche mentre nel caso in esame, scelti opportunamente il carico utile e il punto di funzionamento, la tensione V_2 non scende mai sotto al limite di validità della [5]; ciò è possibile perchè, sia aumentando, sia diminuendo indefinitamente la tensione V_4, le caratteristiche tendono a configurazioni limiti che racchiudono tutto l'insieme delle curve. Tale proprietà delle curve, comune a tutti i tubi a ripartizione di corrente, di essere racchiuse in una zona limitata, ha un'influenza sfavorevole sul rendimento come amplificatore. Infatti da essa discende che, scelta la retta di carico, per quanto si faccia variare la tensione di comando, I_2 e V_2 subiscono soltanto piccole variazioni relative, e quindi il rendimento risulta piccolo. Per esempio sulla retta di carico indicata nella figura 2*b*, assumendo le massime escursioni possibili di I_2 e V_2, cioè nelle condizioni più favorevoli, il rapporto fra la potenza alternata fornita al carico e la potenza continua di alimentazione della seconda griglia risulta minore di 1,5 %. Ancora minore risulta il rendimento complessivo, tenuto conto anche della potenza dissipata sull'anodo. L'ordine di grandezza del rendimento esclude la possibilità di usare tubi a pendenza negativa come amplificatori di potenza, a meno di ricorrere a costruzioni speciali nelle quali si riesca a ridurre la corrente di riposo.

4. - Applicazioni di tubi a pendenza negativa.

La proprietà caratteristica dei tubi a transconduttanza negativa di fornire, funzionando come amplificatori, una tensione di uscita in fase con la tensione di entrata, permette di risolvere numerosi problemi propri della radiotecnica in maniera più semplice di quella solita e con minori limitazioni, consentendo in generale di eliminare un trasformatore destinato a effettuare un'inversione di fase, oppure un tubo elettronico avente lo stesso scopo. Un esteso campo di applicazione è offerto dagli oscillatori [11], nei quali l'uso di un tubo a transconduttanza

---

[11] A. Pinciroli, R. C. XLII Riunione A. E. I., 1937, III, n. 232

negativa appare la soluzione più naturale perchè consente di ottenere l'accoppiamento per mezzo di un semplice condensatore.

Nel seguito vengono descritte brevemente alcune applicazioni in parte nuove, in parte già note ma per le quali è stato possibile ottenere risultati di particolare rilievo grazie all'uso di un tubo con griglia schermante.

a) Invertitore di fase. — Le due tensioni uguali e in opposizione di fase, che occorrono per il comando di stadi in controfase, vengono generalmente ottenute mediante un trasformatore a secondari simmetrici, talvolta viene anche usata l'inversione di fase a triodo. Inconvenienti del sistema a trasformatore sono il costo elevato e la difficoltà di ottenere una caratteristica uniforme su un ampio campo di frequenza, del sistema a triodo la necessità di usare un tubo in più e la difficoltà di ottenere due tensioni di forma uguale, in quanto che soltanto in una interviene la distorsione dovuta al triodo stesso.

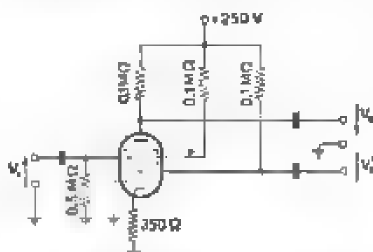


Fig. 8 — Schema di invertitore di fase a transconduttanza negativa.

Nel caso che lo stadio finale non richieda potenza di comando sensibile appare conveniente l'uso di un tubo a transconduttanza negativa connesso secondo lo schema della figura 8 [11]. Tale tubo effettua l'amplificazione del segnale e fornisce le due tensioni in opposizione di fase, sostituendo l'insieme del trasformatore a secondari simmetrici (o del triodo invertitore) e di un tubo preamplificatore.

Le tensioni utili si manifestano agli estremi di due resistenze inserite l'una nel circuito della seconda griglia, l'altra nel circuito anodico. Una volta fissato opportunamente il valore della prima resistenza, la seconda viene scelta di valore uguale: ciò è sempre possibile, qualunque sia il valore che assume in conseguenza la tensione anodica, perchè quest'ultima ha scarsa influenza sul funzionamento. Le due tensioni utili risultano allora, come è richiesto, di forma d'onda uguale e di fase opposta perchè a ogni variazione di I_2 corrisponde una variazione uguale e opposta di I_a. Per ottenere l'esatta uguaglianza delle due variazioni, occorre assicurare la costanza della corrente I_{g1}. Ciò si ottiene effettuando l'alimentazione della terza e quinta griglia attraverso una resistenza di

[11] L'applicazione dei tubi a transconduttanza negativa al comando degli stadi in controfase, già nota da qualche tempo, appare effettivamente conveniente soltanto con l'uso di un tubo a forte amplificazione come quello indicato.

valore elevato rispetto alla resistenza interna di tali elettrodi. Il sistema di alimentazione (a corrente costante) differisce sostanzialmente da quello (a tensione costante) adottato di regola per le griglie schermo dei pentodi

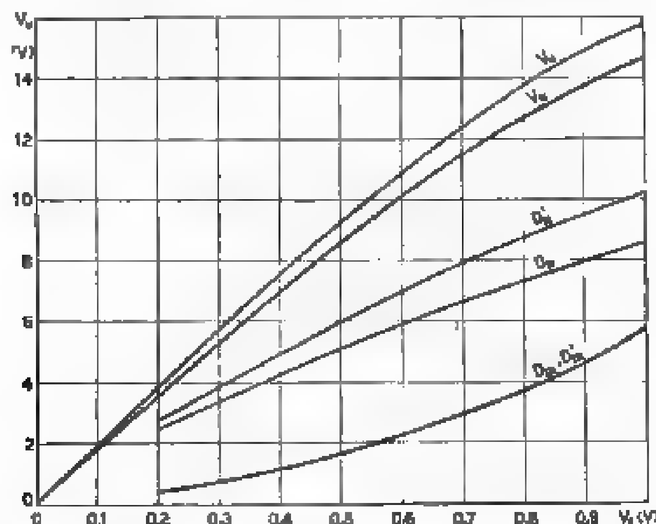


Fig. 9 — Risultati sperimentali relativi all'invertitore di fase V_u, V'_u, tensioni di uscita, D_{II}, D'_{II}, D_{III}, D'_{III} distorsioni di seconda e terza armonica delle due tensioni di uscita, V_e, tensione di entrata.

amplificatori; sarebbe dannosa l'inserzione di un condensatore di disaccoppiamento.

Nella figura 9 sono riportati i risultati essenziali dell'invertitore di fase. La caratteristica di frequenza, non riportata, è simile a quella di un amplificatore a resistenza e capacità.

b) Duplicatore di frequenza aperiodico. — Quando occorra effettuare la duplicazione di frequenza in un campo di frequenze relativamente ampio, si deve evitare l'uso di circuiti oscillatori, in tal caso si ricorre, come è noto, a una disposizione simmetrica nella quale, operata la distorsione, si neutralizza la fondamentale.

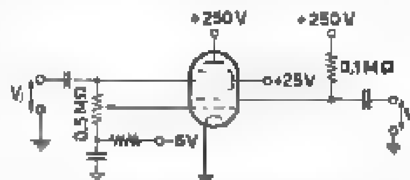


Fig. 10. — Schema di duplicatore di frequenza aperiodico.

In maniera più semplice e con maggiore indipendenza della frequenza si ottiene lo stesso risultato col circuito rappresentato nella figura 10. Il segnale è applicato alla quarta griglia del tubo, la cui tensione di polarizzazione è tale che la tensione di uscita, agli

estremi della resistenza R, risulta affetta da una componente di seconda armonica di notevole ampiezza. Anche la prima griglia ha funzioni di comando; ad essa, che lavora in regime lineare, viene applicata, mediante il partitore indicato nella figura, una parte del segnale tale da produrre nel circuito della seconda griglia una corrente che compensi esattamente la componente fondamentale della corrente dovuta alla tensione applicata alla quarta griglia.

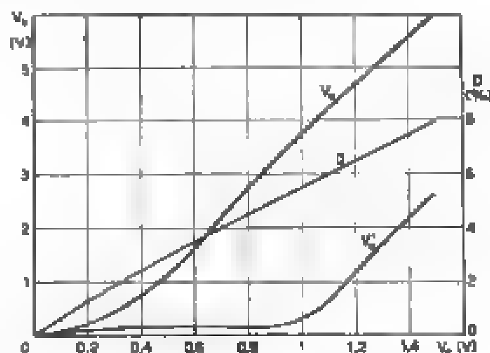


Fig. 11. — Risultati sperimentali relativi al duplicatore di frequenza. V_i, tensione di entrata a frequenza $f = 400$ Hz. V_u, tensione di uscita a frequenza $2f$. D, distorsione globale della tensione di uscita, V'_u, residuo di tensione a frequenza f all'uscita.

Il tubo a ripartizione di corrente è particolarmente adatto per l'applicazione come duplicatore di frequenza, sia perchè consente di effettuare la compensazione senza l'uso di trasformatori, sia perchè è atto a fornire una tensione di uscita affetta da distorsione, prevalentemente di seconda armonica, che può essere una percentuale elevata della fondamentale. Dalla figura 7 si vede infatti che, per valori della tensione della quarta griglia intorno a 0,4 V, le caratteristiche sono approssimativamente quadratiche (andamento lineare della pendenza). Per quanto il duplicatore possa funzionare regolarmente con segnali di varia ampiezza, esiste un'ampiezza per la quale il funzionamento è ottimo. Infatti, passando da grandi a piccoli segnali, la seconda armonica risulta meno inquinata dalle armoniche di ordine superiore, d'altra parte anche la seconda armonica diventa piccola rispetto alla fondamentale e quindi più difficile la compensazione.

Nella figura 11 sono riportati alcuni risultati sperimentali, che mostrano la possibilità di ottenere una tensione di frequenza doppia di quella applicata al dispositivo, con forma d'onda abbastanza pura (distorsione minore del 5 %). Va rilevato che l'ampiezza della tensione di

uscita a frequenza doppia può risultare di alcune volte maggiore della tensione d'entrata (circa quattro volte).

Portando il tubo a lavorare in un punto di massimo della pendenza negativa, è anche possibile ottenere una distorsione prevalentemente di terza armonica e quindi la triplicazione della frequenza. Esperimenti fatti in questo senso hanno dato risultati inferiori a quelli ottenuti per la duplicazione, ma ancora degni di rilievo.

c) *Voltometro per corrente continua.* — L'attitudine del tubo a transconduttanza negativa a fornire due uscite in controfase si presta alla costruzione di un voltometro per corrente continua. Lo schema è riprodotto nella figura 12 [13].

Quando $V_e = 0$, il microamperometro indica zero, grazie alla scelta opportuna dei componenti del circuito; comunque può essere portato esattamente sullo zero variando R_k.

Quando $V_e \neq 0$, detta g_{a4} la transconduttanza (positiva) fra l'anodo e la quarta griglia, se R_1 e R_2 sono grandi rispetto alla resistenza interna del microamperometro, si ha:

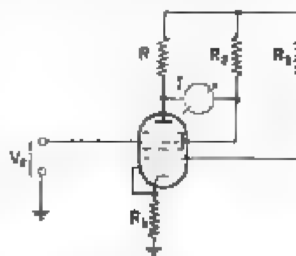


Fig. 12. — Schema di voltometro per corrente continua.

$$[6] \qquad I = (g_{a4} - g_{24}) V_e = (g_{a4} + |g_{24}|) v_e \cong 2 |g_{24}| V_e \ [14]$$

La sensibilità come voltometro è proporzionale a g_{24} e alla sensibilità del microamperometro. È stato possibile, in condizioni non critiche, ottenere una deviazione di 100 μA con tensione d'entrata di 0,1 V, con legge lineare. Un limite è posto dalla instabilità dello zero dovuta specialmente alle inevitabili variazioni delle tensioni di alimentazione. L'effetto delle variazioni della tensione può essere praticamente eliminato scegliendo in modo opportuno V_{35} (ciò è dovuto al particolare andamento di g_{24} in funzione di V_{35} e di V_2).

Nelle condizioni sopra accennate, per una variazione della tensione di alimentazione da — 5 % a + 5 % l'indicazione varia meno di 1 μA in ogni punto della scala. Più sentite sono le variazioni della tensione V_f applicata al filamento, il cui effetto può essere attenuato usando la stessa sorgente per l'alimentazione sia del filamento, sia degli elettrodi.

---

(13) Lo schema è analogo a quello proposto in: L. A. Du Bridge e H. Brown: R. S. I., 1933, IV, p. 532. Purtuttavia il funzionamento è in realtà diverso, perchè nel voltmetro di Du Bridge e Brown, dato il punto di funzionamento, la corrente della griglia schermo serve solo a bilanciare la corrente anodica.

(14) Infatti, con grande approssimazione, si può porre $g_{a4} = |g_{24}|$.

5. - Conclusioni.

I tubi a transconduttanza negativa con l'introduzione di una griglia schermante, consentono di ottenere amplificazioni dell'ordine di grandezza di quelle ottenibili col pentodo normale, perciò, quando sia utile avere la concordanza di fase fra tensione di uscita e tensione di entrata spesso forniscono la soluzione più conveniente. Non è inutile osservare che un amplificatore a transconduttanza negativa richiede un minor numero di componenti di un pentodo (mancano i condensatori di disaccoppiamento della griglia schermo e del catodo il secondo condensatore è inutile perchè la resistenza catodica non è percorsa da corrente alternata).

Le già numerose applicazioni dei tubi a transconduttanza negativa potrebbero presumibilmente essere ancora estese qualora si disponesse di tubi di costruzione speciale.

Lo scrivente ringrazia il professore Pinciroli per l'interessamento al presente lavoro

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris.

L'OTTICA DEGLI ULTRASUONI E LE IMMAGINI ULTRACUSTICHE

OSVALDO BARBIER

Dopo aver accennato alle analogie esistenti fra la propagazione delle radiazioni luminose e quella degli ultrasuoni, si descrive un'apparecchiatura sperimentale che consente di ottenere immagini ultracustiche di oggetti immersi in un liquido: la « conversione » di esse in immagini visibili viene attuata per via elettrica. Si mostrano i risultati conseguiti e si indicano le possibilità di applicazione alla visione attraverso mezzi non trasparenti per le radiazioni luminose.

Introduzione.

Nello studio dei fenomeni ondulatori il parametro caratteristico della propagazione, in un mezzo nel quale siano presenti ostacoli, è il rapporto fra la lunghezza d'onda e le dimensioni di questi ultimi. Per valori abbastanza piccoli del rapporto suddetto le modalità di propagazione possono ritenersi approssimativamente definite dalle leggi dell'ottica geometrica. Quando tale rapporto aumenta oltre un certo limite le leggi dell'ottica geometrica non sono invece più valide e si hanno i noti fenomeni di diffrazione.

Mentre in ottica le radiazioni hanno lunghezze d'onda assai piccole rispetto alle dimensioni degli oggetti che usualmente ci circondano, in acustica le lunghezze d'onda sono dell'ordine del decimetro, sicchè si è ordinariamente in presenza di notevoli manifestazioni di codesti fenomeni. Soltanto con lunghezze d'onda molto piccole, e quindi adoperando ultrasuoni, può ritenersi che, anche con dispositivi sperimentali di dimensioni ridotte, la diffrazione non intervenga in misura rilevante. È in questo caso possibile attuare sperimentalmente un'acustica geometrica analoga all'ottica geometrica.

Le prime esperienze in tal senso furono eseguite già da Lord Rayleigh [1] con ultrasuoni di un centimetro di lunghezza d'onda, generati mediante un fischio di Galton, usando come rivelatore una fiamma sensibile. Più recentemente, con i metodi basati sulla diffrazione della luce

---

(1) LORD RAYLEIGH: Theory of sound - MacMillan, London, 1929, v. II, p. 141.

per effetto degli ultrasuoni, sono stati sviluppati vari procedimenti per rendere visibili i fasci di raggi ultrasonori in senso normale alla direzione di propagazione. Ciò ha consentito di eseguire brillanti esperienze di ottica degli ultrasuoni (R. Bär, E. Hiedemann e collaboratori (2), A. Giacomini (3)); i procedimenti consentono però, come si è detto, soltanto la visibilità dei fasci ultrasonori.

Stabilita la possibilità di attuare un ottica geometrica degli ultrasuoni, vien fatto di pensare se non sia possibile ottenere vere e proprie immagini acustiche analoghe a quelle ottiche.

Un dispositivo per conseguire la visione di oggetti anche attraverso mezzi non trasparenti alla luce, mediante rivelazione, per via elettrica, delle immagini acustiche, fu già descritto dallo scrivente (4). Successivamente si è occupato della questione R. Pohlman (5) che è riuscito ad ottenere sperimentalmente immagini acustiche osservabili col metodo di cui si dirà in seguito.

Qualunque sia il procedimento adottato per conseguire lo scopo, si deve ovviamente irradiare con ultrasuoni l'oggetto di cui si desidera l'immagine, le onde elastiche incidenti sull'oggetto, del quale si suppone che la resistenza acustica specifica sia sensibilmente diversa da quella del mezzo nel quale è immerso, vengono parzialmente rinviate, per riflessione e diffusione; un dispositivo costituito da un sistema di specchi, o di lenti acustiche, può fornire un'immagine ultrasonora dell'oggetto. Questa immagine deve poi essere convertita in immagine visibile.

Mentre si preciserà più avanti come attuare la « conversione », è opportuno soffermarsi sulle caratteristiche dell'immagine ultracustica.

Ad ogni punto dell'oggetto dovrebbe corrispondere, nell'immagine, un analogo punto coniugato. Notoriamente per effetto della diffrazione l'immagine di ogni elemento, anzichè essere rigorosamente puntiforme, è invece costituita da una figura di diffrazione formata da una zona centrale, ove l'intensità è massima, e da una serie di anelli nei quali, alternativamente, l'intensità della radiazione passa per dei massimi e dei minimi. Per ottenere immagini sufficientemente particolareggiate è necessario quindi che le figure di diffrazione dei singoli punti non si sovrappongano.

In ottica, come misura del potere risolutivo, viene assunta la metà dell'angolo che dal centro del sistema ottico sottende il disco centrale dell'immagine di diffrazione; per angoli abbastanza piccoli esso è espresso dalla relazione

$$\Phi = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} .$$

(2) Vedasi ad esempio
E. Hiedemann. Grundlagen und Ergebnisse der Ultraschallforschung. W. de Gruyter, Berlin, 1939, p. 88.
(3) A. Giacomini. A. F., 1938, VII, p. 660.
(4) O. Barbier. Brevetto italiano n. 370101 (1939).
(5) R. Pohlman. Z. f. Phys., 1939, CXIII, p. 697.

nella quale λ è la lunghezza d'onda della radiazione e D l'apertura del sistema ottico.

Tanto per avere un'idea del modo in cui influisce la lunghezza d'onda sulle dimensioni del sistema ottico-acustico, si dirà che, qualora si desiderino distinte le immagini di due sorgenti puntiformi, in acqua, distanti fra loro 2 m e collocate alla distanza di 100 m dal posto di osservazione, emettenti suoni alla frequenza di 10 000 Hz ($\lambda = 15$ cm), l'apertura del sistema ottico-acustico dovrebbe essere di ben 9 m. Se le due sorgenti emettono invece ultrasuoni alla frequenza di 1 MHz ($\lambda = 0{,}15$ cm) le dimensioni dello specchio si riducono a 0,90 m.

Come si è accennato, l'immagine acustica deve essere in qualche modo rivelata. È quindi necessario conseguire la visibilità degli ultrasuoni in senso longitudinale, e cioè nella stessa direzione della propagazione.

Nel dispositivo del Pohlman le immagini acustiche, ottenute per mezzo di specchi concavi, reticoli zonali o lenti al tetracloruro di carbonio, erano rivelate mediante procedimento basato sull'azione direttiva esercitata da un campo sonoro su una sospensione di particelle di forma non sferica. Nel caso particolare trattavasi di una sospensione, in xilolo, di lamelle di alluminio, aventi in media la lunghezza di 20 μ e lo spessore di 1,5 μ. Ogni lamella si comporta in tali condizioni similmente ad un disco di Rayleigh: sotto l'azione del campo ultrasonoro essa tende a porsi con il proprio piano parallelo al fronte dell'onda.

Le lunghezze d'onda adoperate erano di 0,33 mm o di 0,55 mm. Gli ultrasuoni venivano generati mediante un quarzo del diametro di 30 mm avente frequenza fondamentale di 800 kHz, eccitato sulla 3ª o sulla 5ª armonica da un generatore di alta frequenza, che poteva erogare una potenza massima di 400 W.

Una cella rettangolare piatta, di cui una parete era costituita da un foglio di rame dello spessore di 0,01 mm e l'altra era munita di una finestra circolare di vetro, veniva riempita di xilolo contenente in sospensione le lamelle di alluminio. Collocando la cella con la parete di rame verso la lente, ed illuminando la sospensione attraverso la finestra con luce parallela, per effetto del campo sonoro, la cui intensità era variabile da zona a zona, le lamelle di alluminio si orientavano riflettendo verso la direzione di osservazione, in misura variabile, la luce incidente. L'immagine appariva così luminosa su fondo scuro.

La sensibilità di un dispositivo di rivelazione del genere è abbastanza elevata. Tuttavia non v'è dubbio che essa risulti limitata in confronto con un eventuale procedimento di rivelazione elettrica, con il quale la conversione dell'immagine acustica in immagine luminosa può giovarsi dell'amplificazione.

Scopo del presente lavoro è di mostrare i risultati conseguiti in una serie di esperienze, nelle quali la conversione è stata attuata mediante

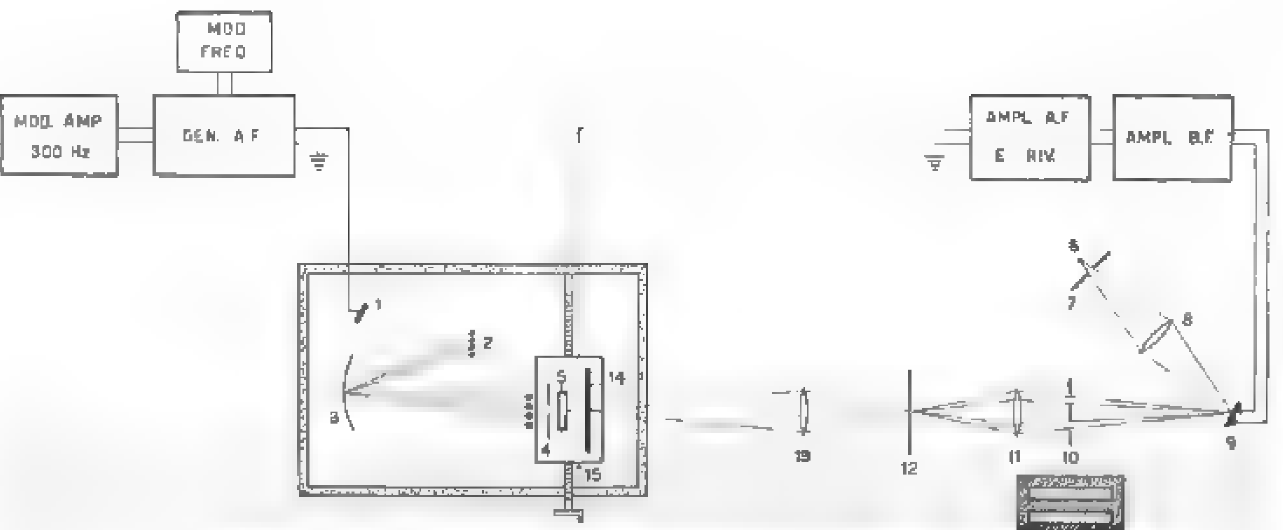


Fig. 1. — Schema della disposizione sperimentale per ottenere e rendere visibili immagini ultracustiche: 1) quarzo generatore di ultrasuoni; 2) oggetto irradiato; 3) specchio concavo; 4) schermo con foro analizzatore; 5) quarzo ricevitore di ultrasuoni; 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13) dispositivo modulatore della luce; 14) lastra fotografica; 15) carrello traslatore.

analisi per via elettrica dell'immagine ultracustica e successiva trasformazione in immagine visibile. Una comunicazione preliminare sull'argomento è stata fatta di recente in altra sede (4).

Apparecchiature sperimentali.

Il principio informatore del dispositivo adoperato è il seguente (fig 1 e 2).

Un generatore di alta frequenza alimenta un proiettore a quarzo piezoelettrico, il quale emette, in acqua, ultrasuoni alla frequenza di

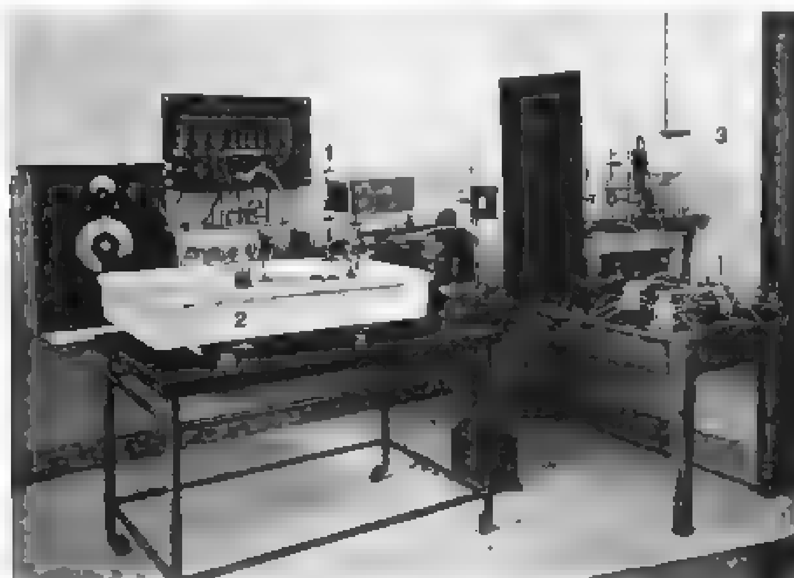


Fig 1. — Apparecchiatura usata per ottenere immagini ultracustiche: 1) generatore di alta frequenza, 2) vasca; 3) dispositivo modulatore della luce.

2 3 MHz, cui corrisponde una lunghezza d'onda di 0,65 mm. Davanti al generatore possono essere situati schermi nei quali sono intagliate aperture di varia forma, ovvero gli oggetti di cui si desiderano le immagini acustiche

Queste vengono ottenute mediante uno specchio sferico concavo, avente il diametro di 110 mm e distanza focale di 150 mm. Il potere risolutivo, che dipende, come si è detto, dal diametro dello specchio e

(4) O. Barbier: Attuazione di un metodo per rivelare immagini ultracustiche - Acta Pont. Acad. Sci., (in corso di pubblicazione).

dalla lunghezza d'onda degli ultrasuoni, risulta di 0,0072 radianti. L'immagine prodotta viene analizzata per zone mediante un ricevitore piezoelettrico, anch'esso a quarzo, del quale viene limitata la superficie attiva con un opportuno diaframma forato. Il ricevitore è montato su un supporto mobile in modo da poter esplorare tutta l'immagine. La tensione oscillatoria ricavata ai capi del quarzo viene condotta, dopo amplificazione, a comandare un dispositivo di modulazione di una sorgente di luce. Un pennello di luce modulata delle stesse dimensioni trasversali del foro esploratore, viene proiettato su una lastra fotografica che si muove solidalmente con il dispositivo esploratore dell'immagine. In corrispondenza dell'intensità ultracustica, che compete ad ogni areola elementare esplorata, varia l'illuminamento del dischetto luminoso proiettato sulla lastra fotografica, ove pertanto risulta trasferita l'immagine acustica.

Segue una descrizione più minuziosa delle singole parti componenti l'apparecchiatura.

Generatore di alta frequenza. — Esso è un ordinario oscillatore del tipo a tre punti, attuato con tubo F.I.V.R.E. tipo 807. La polarizzazione di griglia è automatica, ma vi è anche una polarizzazione catodica di sicurezza. La potenza utile è di 25 W, la frequenza può variare da $2 \cdot 10^6$ a $3 \cdot 10^6$ Hz.

Il generatore di ultrasuoni a quarzo è inserito su un secondario, accoppiato in modo variabile all'induttanza del circuito oscillatorio anodico. Il secondario è accordato sulla frequenza di risonanza del quarzo con la capacità propria esistente fra le armature dello stesso, nonchè del relativo sostegno, senza che si renda necessaria l'aggiunta di alcun condensatore d'accordo. L'accoppiamento, come si è accennato, è variabile in modo da adattare l'impedenza del quarzo a quella ottima di carico del tubo. Per porsi in tali condizioni si è tenuto presente che la resistenza equivalente di una piastrina di quarzo alla frequenza di risonanza, ed emettente ultrasuoni soltanto da una delle facce, è espressa dalla relazione di Langevin (7)

$$R = \frac{\alpha^2 l^2 \varrho_0 V_0}{4\, \delta^2 S} \quad \text{unità C G S.e.s.},$$

nella quale $\alpha = 1/8 \cdot 10^{-11}$ cm²/dine è la compressibilità del quarzo, l il suo spessore, ϱ_0 e V_0 sono rispettivamente la densità e la velocità di propagazione del suono nel mezzo entro il quale il cristallo oscilla, $\delta = 6{,}45 \cdot 10^{-8}$ unità C. G. S. e. s. è la costante piezoelettrica, S è la superficie della piastrina.

Nel caso presente trattavasi di una piastrina circolare del diametro di 30 mm, avente una frequenza fondamentale di risonanza di $2{,}3 \cdot 10^6$ Hz

(7) P. BIQUARD: Rev. d'Acoustique, 1934, III, p. 104.

(l = 0,125 cm), ed emettente ultrasuoni nell'acqua, per la quale la resistenza acustica specifica è $\varrho_0 V_0 = 1{,}48 \cdot 10^5$ g/(sec · cm²). La resistenza equivalente del quarzo è risultata quindi di 28 000 Ω. Tale valore è stato introdotto nel calcolo per il dimensionamento del circuito oscillante.

Si è curato che la schermatura del generatore fosse ottima onde evitare l'influenza diretta dei segnali sull'amplificatore, al quale è collegato il ricevitore di ultrasuoni.

Il generatore di alta frequenza è modulato a frequenza acustica (300 Hz), cosicchè risultano modulati anche gli ultrasuoni generati dal quarzo. In tal modo si è potuto disporre, all'uscita dell'amplificatore di ricezione, di un segnale avente la frequenza desiderata per il comando del dispositivo modulatore della luce, senza la necessità di adoperare nell'amplificatore medesimo la reazione od una separata eterodina.

In parallelo con il condensatore d'accordo, che si trova nel circuito oscillatorio anodico, è inoltre possibile collegare, dall'esterno, un piccolo condensatore rotante della capacità di qualche micromicrofarad, in modo da conseguire anche una modulazione di frequenza della tensione applicata al generatore di ultrasuoni. Verrà chiarito nel seguito lo scopo di detta modulazione.

Generatore e ricevitore di ultrasuoni. Tanto per il generatore quanto per il ricevitore sono state usate piastrine di quarzo. Il sostegno di esse (fig. 3), che è eguale nei due casi, è costruito in modo che una faccia risulta a contatto del liquido, mentre l'altra è a contatto dell'aria.

In tali condizioni il quarzo emette quasi esclusivamente nel liquido, e l'energia irradiata è quattro volte quella che si avrebbe da una stessa parte del quarzo, se questo fosse immerso completamente nel liquido ed emettesse quindi ultrasuoni da entrambe le facce ([8]). Le armature di ogni piastrina sono ottenute per metallizzazione. La tensione ad alta frequenza viene applicata fra l'armatura interna e quella esterna, quest'ultima è connessa a terra.

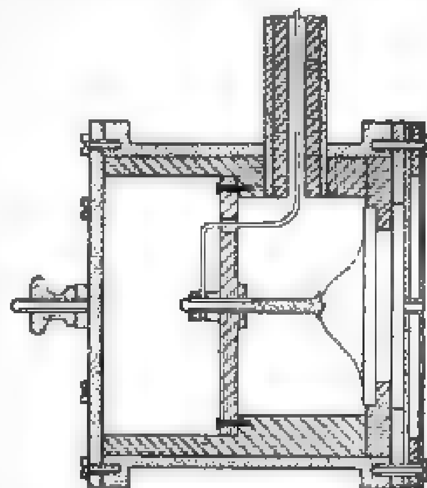


Fig. 3. — Sezione del generatore (ricevitore) di ultrasuoni

Allo scopo di limitare la superficie attiva del quarzo ad una piccola zona, avente le dimensioni dell'area elementare esplorata, il ricevitore

([8]) Loc. cit. nota ([7]).

è schermato da un diaframma. Quest'ultimo, come appare dalla figura 3, è costituito da due lastre di lamierino di ottone, fra le quali è lasciata una intercapedine d'aria. Un tubicino che attraversa il diaframma costituisce il foro esploratore. Siccome il diaframma è pieno d'aria, esso riflette quasi perfettamente gli ultrasuoni mentre questi attraversano il tubicino giungendo sul quarzo. Per l'esplorazione dell'immagine il ricevitore è montato su un carrello mobile, sia orizzontalmente sia verticalmente

L'immagine acustica viene solitamente esplorata per linee orizzontali.

Amplificatore. — È costituito da uno stadio amplificatore in alta frequenza, seguito da una rivelatrice. La tensione di bassa frequenza ottenuta è amplificata e comanda il dispositivo di modulazione della sorgente luminosa.

Dispositivo di conversione dell'immagine acustica. — La modulazione della sorgente di luce è conseguita per mezzo di un equipaggio di oscillografo Siemens. L'immagine di una fenditura luminosa 7 (fig. 1) viene proiettata, per mezzo della lente 8, attraverso lo specchietto mobile 9, sulla parte centrale di uno schermo 10 munito di due finestre rettangolari. La luce uscente da queste è concentrata da una lente 11 sul foro dello schermo 12. L'immagine del foro viene a sua volta proiettata dalla lente 13 sopra la lastra fotografica 14, che è situata in una camera oscura solidale con il carrello mobile 15 portante anche il quarzo esploratore 5. Il dischetto luminoso ottenuto sulla lastra ha lo stesso diametro del foro esploratore.

Nelle condizioni di riposo dell'equipaggio oscillografico e cioè quando sull'areola esplorata non sono presenti ultrasuoni, non passa luce attraverso la doppia finestra 10. Quando invece viene esplorata una zona dell'immagine acustica ove siano presenti ultrasuoni, lo specchietto compirà oscillazioni di frequenza eguale a quella con cui questi sono modulati e di ampiezza proporzionale alla loro intensità. L'immagine della fenditura luminosa non coinciderà più, in tal caso, con la zona centrale opaca dello schermo 10, per conseguenza il fascetto luminoso proiettato sulla lastra fotosensibile risulterà modulato in conformità dei « chiaroscuri » dell'immagine acustica.

Esperienze eseguite.

La figura 4 mostra la vasca nella quale sono state eseguite le esperienze.

Fin dalle prove preliminari si sono presentate difficoltà, causate dalla non uniforme emissione da parte dei vari punti della superficie del quarzo generatore di ultrasuoni. Alcune zone infatti risultavano non emettenti, ovvero emettevano in misura molto ridotta. Ciò dava luogo ad immagini parzialmente mancanti e quindi deformate.

Variando però leggermente la frequenza le zone che in precedenza irradiavano scarsamente tornavano ad emettere in modo normale, mentre viceversa risultava ridotta l'emissione da altre zone. Al fine di ovviare all'inconveniente si è ricorsi ad una modulazione in frequenza del generatore nel modo che si è già descritto.

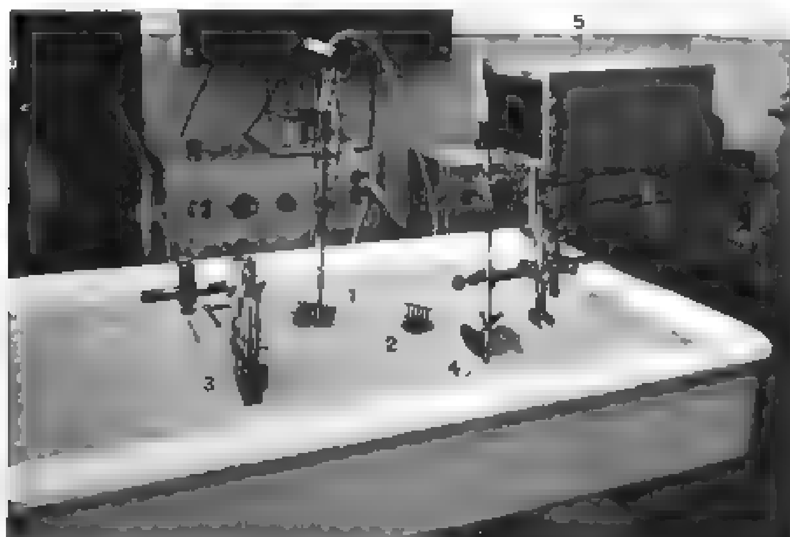


Fig. 4. — Vasca per gli esperimenti di ottica degli ultrasuoni: 1) quarzo generatore; 2) oggetto 3) specchio; 4) quarzo ricevitore; 5) lastra fotografica

Essendo la velocità di esplorazione dell'immagine piccola in confronto con quella con la quale veniva variata la frequenza, l'uniformità del campo risultò notevolmente migliorata.

Le immagini sono state ottenute, sia usando come oggetto la stessa sorgente di ultrasuoni schermata da diaframmi aventi fenditure di varie forme, sia usando come oggetti reticoli costituiti da barrette metalliche In tal caso il proiettore ultrasonoro era collocato in modo che gli oggetti medesimi venissero investiti dagli ultrasuoni. La potenza prelevata dal generatore era di soli 3 ÷ 4 W

Le immagini ottenute da oggetti, costituiti da aperture emittenti ultrasuoni, che trovano il loro analogo ottico nelle immagini di fenditure illuminate in luce parallela, sono mostrate nelle figure 5, 6, 7, 8.

La figura 5 si riferisce ad un intaglio, del quale lo specchio concavo forniva una immagine acustica ingrandita nel rapporto 1,5 : 1; la figura riproduce tale immagine in grandezza naturale. Il foro usato per l'analisi aveva il diametro di 1,7 mm

La successiva figura 6 mostra invece l'immagine di un intaglio a croce ottenuta nelle medesime condizioni salvo che il foro analizzatore aveva il diametro di 0,5 mm. Si osserva che non è più rilevabile la rigatura dovuta all'esplorazione per linee orizzontali.

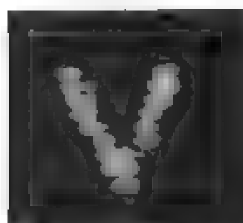


Fig. 5. — Immagine ultracustica di un intaglio, ottenuta con un foro di analisi del diametro di 1,7 mm.

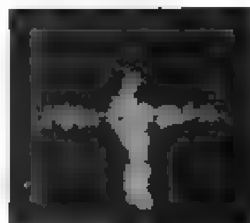


Fig 6. — Immagine ultracustica di un intaglio, ottenuta con un foro di analisi del diametro di 0,5 mm.



Fig. 7. — Immagine di una serie d'intagli da 2 mm, ottenuta con un foro di analisi del diametro di 1 mm.

La figura 7 finalmente riguarda l'immagine di una serie di intagli larghi 2 mm. L'ingrandimento acustico è quello stesso dei casi precedenti; il foro analizzatore era di 1 mm di diametro.

Allo scopo di illustrare i fenomeni inerenti alla trasmissione di radiazioni elastiche attraverso mezzi di diversa resistenza acustica specifica, si è proceduto alla rivelazione di un'immagine ultracustica, del tipo di quelle già mostrate, avendo però posto sul cammino del fascio ultrasonoro una lamina metallica a facce piane e parallele. Se lo spessore di questa è eguale a un multiplo intero di mezze lunghezze d'onda (misurate nel metallo) è noto (*) che, prescindendo dall'assorbimento subito dagli ultrasuoni nell'attraversare la lamina, il coefficiente di trasmissione, cioè il rapporto fra l'energia uscente dalla lamina e quella entrante, è uguale all'unità, malgrado il notevole divario fra le resistenze acustiche specifiche dell'acqua e del metallo. Si osservi che la lamina colpita dalla radiazione ultrasonora non vibra come una membrana od una piastra ma si comporta in maniera analoga ad una lastra trasparente nel caso dei raggi luminosi: un pennello di raggi ultrasonori, che colpisce la lamina, interessa soltanto un'area corrispondente alla sezione trasversale di esso.

La figura 8 è l'immagine di un diaframma munito di tre fenditure. Essa è stata ottenuta interponendo, fra lo specchio e l'oggetto, alla distanza di 5 cm, una lamina di zinco di spessore 0,8 mm. Analogo risultato è stato ottenuto ponendo invece la medesima lamina in pros-

---

(*) Vedasi ad esempio
G. W. Stewart a. R. B. Lindsay: Acoustics - Van Nostrand New York, 1930, p. 100.

simità del quarzo analizzatore; in questo caso l'esplorazione dell'immagine acustica avveniva quindi dietro la lamina.

La velocità di propagazione del suono nello zinco essendo 3810 m/sec. lo spessore di 0,8 mm corrisponde, per la frequenza usata, a circa mezza lunghezza d'onda



Fig. 8. — Immagine di tre fenditure, ottenuta attraverso una lamina di zinco di spessore 0,8 mm.

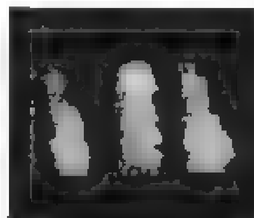


Fig. 9 — Immagine di tre lastrine di ottone larghe 5 mm, investite obliquamente dal fascio ultrasonoro.

Se invece di adoperare una lamina di spessore opportuno viene interposto fra l'oggetto ed il sistema ottico-acustico un diaframma di spessore qualsiasi, esso potrà essere attraversato dagli ultrasuoni, e sarà ancora rivelabile un'immagine acustica. Naturalmente le perdite per riflessione, nei successivi passaggi degli ultrasuoni da un mezzo all altro, saranno più cospicue.

Per ottenere immagini di oggetti irradiati da ultrasuoni, che trovano il loro analogo ottico nelle immagini di oggetti illuminati, anzichè luminosi, si è proceduto modificando lievemente la disposizione sperimentale così come risulta dalla figura 3.

Le immagini che così si ottengono (fig 9) sono, come si vede, altrettanto bene definite, come quelle relative alle fenditure. Nel caso illustrato trattavasi di tre lastrine di ottone larghe 5 mm investite obliquamente dal fascio ultrasonoro; lo specchio concavo dava un immagine acustica della stessa grandezza dell'oggetto

Dalle esperienze sulle quali si è riferito è risultato che il potere risolutivo conseguibile è in buon accordo con quello calcolato. Ciò conferma quanto è stato in particolare rilevato da R. Pohlman.

Con riferimento all'analogia si può aggiungere che, come lo stesso Pohlman osserva, non esiste qualche cosa di analogo al colore delle immagini ottiche poichè, anche ammesso di irradiare l'oggetto con ultrasuoni aventi uno spettro di frequenza esteso, non esiste un assorbimento selettivo della radiazione ultrasonora. Le immagini quindi sono del tipo bianco e nero con i corrispondenti mezzi toni.

Inoltre i corpi aventi una bassa resistenza acustica specifica (gomma, legno e così via) e quindi un piccolo coefficiente di riflessione appaiono oscuri; quelli aventi un alta resistenza acustica specifica (vetro, metalli)

si mostrano invece riflettenti o diffondenti, secondo la natura della superficie. Infine la maggior parte di essi appare più o meno trasparente, cosicchè è possibile ottenere anche immagini dell'interno dei corpi solidi.

A questo riguardo è però da notare che le frequenze da usare dovranno essere alquanto più elevate affinchè, tenuto conto della maggior velocità di propagazione degli ultrasuoni, la lunghezza d'onda sia abbastanza piccola e, per effetto della diffrazione, il potere risolutivo non ne risulti ridotto.

Circa la qualità delle immagini ottenute osserviamo infine che migliori risultati potranno certamente essere conseguiti, sia rendendo automatici i movimenti del dispositivo esploratore, sia con l'uso di un generatore di ultrasuoni che abbia un campo di radiazione più uniforme.

Applicazioni.

Fra le diverse applicazioni che gli ultrasuoni hanno avuto è da annoverare l'esame dei solidi per accertarne l'omogeneità. Tali metodi presentano, in confronto con altri che fanno uso dei raggi X, il vantaggio di permettere di rivelare anche inomogeneità che non sarebbe possibile rivelare con questi ultimi.

Secondo un primo gruppo di metodi ([10]) si esamina per via ottica, in un liquido, il fascio ultrasonoro dopo che ha attraversato il solido, per accertare se abbia incontrato ostacoli lungo il percorso. L'esame del fascio ultrasonoro viene fatto per tramite di un pennello luminoso, che si propaga nel liquido in direzione normale a quella di propagazione degli ultrasuoni.

Con tali metodi non è però possibile accertare irregolarità di struttura che interessino soltanto zone interne al perimetro della sezione trasversale del fascio di ultrasuoni. La limitazione sopra citata decade se si procura la visibilità longitudinale del fascio di ultrasuoni. In questo ordine di idee S. Sokoloff ([11]) ha ottenuto lo scopo mediante rivelazione del movimento della superficie di separazione fra il liquido e l'aria per effetto della pressione di radiazione degli ultrasuoni che, usciti dal campione in esame, attraversano una vaschetta contenente uno strato di liquido.

Allo scopo di determinare la posizione della falla anche lungo l'asse del solido in esame, R. Pohlman ([12]) si è servito del procedimento già descritto, conseguendo l'immagine acustica del solido in esame immerso in xilolo. Conoscendo la distanza focale del sistema ottico-acustico e la distanza alla quale si forma l'immagine acustica della inomogeneità, si calcola la posizione di quest ultima.

([10]) S. Sokoloff: Phys. Z. 1935, XXXVI, p. 142.
H. K. Muller: El. Bahnen, 1938, XIV, p. 205.
A. Giacomini e A. Bertini: Ricerca Scientifica 1939, X, p. 921.
([11]) S. Sokoloff: J. techn. Physics U. S. S. R., 1935, II, p. 522.
([12]) Loc. cit. nota (4).

Si prospetta quindi l'opportunità di esaminare il solido mediante analisi per via elettrica di un fascio parallelo di ultrasuoni, che abbia attraversato il solido stesso, oppure esaminando una vera e propria immagine acustica dell'interno del solido. È necessario naturalmente che il campo ultrasonoro sia molto uniforme, ciò che potrà essere ottenuto mediante l'uso di cristalli di quarzo opportunamente tagliati ([18]). La sensibilità consentita dal procedimento permetterebbe l'indagine anche attraverso notevoli spessori di materiale.

Poichè con la soluzione proposta l'immagine non è direttamente visibile, e quindi la regolazione delle distanze non può essere fatta preventivamente, sarà opportuno, al contrario del dispositivo del Pohlman, adoperare sistemi ottico-acustici aventi grande profondità di campo.

Non sarebbe però possibile accertare la posizione, lungo l'asse, dell'eventuale difetto. Tuttavia, è lecito prevedere che risulterà abbastanza semplice disporre due sistemi ottico-acustici vicini, allo scopo di ottenere due immagini prese da diversi punti di vista. Lo stesso quarzo ricevente potrebbe, nel proprio movimento, esplorarle ambedue. Si otterrebbe così una fotografia di tipo stereoscopico dell'interno del solido. Con facili accorgimenti sarebbe possibile, dall'esame di essa, risalire alla posizione assiale dell'irregolarità.

Si accenna brevemente ad un altro genere di applicazioni cui potrebbero dar luogo le immagini acustiche: si tratta della visione subacquea.

Durante la guerra del 1914-1918 M. P. Langevin ed M. C. Chilowsky ([14]) si servirono notoriamente per primi degli ultrasuoni per la rivelazione di ostacoli subacquei.

Una migliore soluzione del problema potrebbe essere conseguita ottenendo immagini ultracustiche del campo esplorato.

Poichè occorre conseguire al minimo portate di qualche centinaio di metri, non è naturalmente possibile usare frequenze così elevate e quindi lunghezze d'onda così piccole come in esperienze di laboratorio; ciò a causa della rilevante attenuazione. Per effetto della maggiore lunghezza d'onda saranno in conseguenza più notevoli i fenomeni diffrazionali. Si noti però che in tal caso gli oggetti da osservare hanno generalmente dimensioni considerevoli, per cui il rapporto fra la lunghezza d'onda e le dimensioni di questi può ancora assumere valori convenienti perchè le immagini ultracustiche risultino ben definite.

La figura 7, per esempio, potrebbe anche rappresentare l'immagine di un insieme di barre verticali, larghe ciascuna 2 m e collocate alla distanza di 300 m dal posto di osservazione.

Se per conseguire una maggior portata la frequenza degli ultrasuoni viene ridotta a un decimo ($0{,}23 \cdot 10^6$ Hz) lo stesso potere risolutivo si consegue decuplicando le dimensioni del sistema ottico-acustico, che

([18]) Loc. cit. nota ([8]).
([14]) M. P. Langevin e M. C. Chilowsky: Brevetto francese n. 502913 (1918).

raggiunge in tal caso il diametro di 1,10 m. Questo potrebbe essere attuato mediante uno specchio, l'immagine ultracustica verrebbe ottenuta dietro di esso con dispositivi formalmente analoghi a quelli usati nei telescopi catottrici.

Quando, per aumentare la portata, venga ulteriormente ridotta la frequenza degli ultrasuoni, dovendosi contenere entro limiti ragionevoli le dimensioni dello specchio, si raggiungerà infine il limite per il quale l'immagine ultracustica sarà del tipo ultramicroscopico: dall'esame di essa non potranno più essere rilevate le particolarità dell oggetto ma soltanto la sua presenza. Ciò tuttavia potrà ancora riuscire utile in molti casi

Quanto sopra è naturalmente subordinato alla necessità di accelerare convenientemente il procedimento di esplorazione ed il successivo trattamento dell'immagine fotografica in modo che l osservazione di questa riesca tempestiva in relazione alle conseguenze che se ne debbono trarre.

L'analisi dell'immagine acustica potrà essere ottenuta anche per mezzo di un disco di Nipkow, analogamente a quanto avviene nella televisione; la registrazione potrà avvenire eventualmente anche a distanza per mezzo di un analogo dispositivo a disco, ovvero sullo schermo fluorescente di un tubo a raggi catodici.

L'autore ringrazia vivamente il senatore Luigi Lombardi ed il professore Amedeo Giacomini per l'interessamento ed i consigli ricevuti durante lo svolgimento di questo lavoro.

Roma - Istituto Nazionale di Elettroacustica «O. M. Corbino».

LETTERE AL DIRETTORE

Sul calcolo della capacità distribuita delle bobine.

Ripassando i numeri di « Alta Frequenza », ho riletto l'articolo di Luigi Sacco, pubblicato nel giugno del 1940, che tratta della capacità distribuita delle bobine; dubitando che possa riuscire non molto chiaro lo studio di tale tema mi permetto esporre alcune idee, più col fine di interessare qualcuno dei collaboratori, che non col proposito di portare innovazioni nell'argomento.

A. J. Palermo, nei « Proc. I. R. E. » del 1934 a pag. 897, stabilisce una formula molto semplice per il calcolo della capacità propria di un solenoide e per questo tiene conto della capacità distribuita fra le spire. Se la bobina avesse due spire (fig. 1), la capacità per unità di lunghezza sarebbe

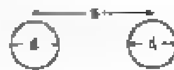


Figura 1.

$$K = \frac{1}{3{,}66 \text{ arccosh} \dfrac{s}{d}}$$

e la capacità totale fra le due spire

$$C_1 = \pi D K ,$$

essendo D il diametro dell'avvolgimento. Quindi in un modo artificioso dà come dimostrato che la capacità sia indipendente dal numero delle spire.

Nel citato articolo di L. Sacco si espongono alcune formule in cui si tiene conto, oltre che della capacità fra spire successive, delle capacità che possono avere queste verso terra. La deduzione di tali formule appare un un poco complicata, per cui può essere utile dare di esse una dimostrazione semplice.

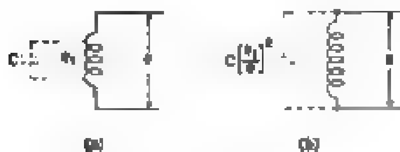


Figura 2.

Per facilitarla consideriamo i due circuiti della figura 2, equivalenti quando C è molto piccola. Si può vedere l'equivalenza perchè ad esempio, nei due circuiti i condensatori consumano la stessa potenza reattiva $C\omega e_1^2 = C(e_1/e)^2 \omega e^2$.

Consideriamo ora una bobina di N spire con una capacità $C_s = \pi DK$ *fra due spire successive. Poichè la tensione fra spira e spira è* $e_s = e/N$, *e il numero degli spazi fra le spire è* $N - 1$, *si ha come capacità equivalente della bobina:*

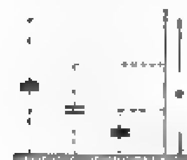


Figura 3.

$$C_0 = C_s \frac{1}{N^2}(N-1) = \frac{N-1}{N^2}\pi DK\,,$$

che è la formula di L. Sacco.

Si può anche tenere molto facilmente conto dell'effetto di terra (fig. 3). Se K_t *è la capacità verso terra per unità di lunghezza dell'avvolgimento, la capacità equivalente di tutta la bobina risulta.*

$$C_0 = \int_0^l K_t\,dx\left(\frac{x}{l}\right)^2 = K_t\frac{l^3}{3\,l^2} = \frac{K_t\,l}{3} = \frac{C_t}{3}\,,$$

se l è la lunghezza del filo della bobina con un estremo a terra.

Tanto nello studio di A. J. Palermo quanto in quello di L. Sacco si considerano solamente le capacità fra spire contigue e, mentre L. Sacco deduce le sue formule rigorosamente dalle sue premesse, A. J. Palermo le deduce, a mio modesto modo di vedere, semplicemente come può.

Si possono ritenere tali calcoli anche solo puramente approssimati, non avendo tenuto conto delle capacità fra spire non contigue?

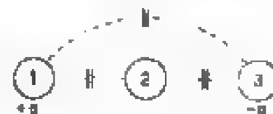


Figura 4

Esaminiamo un caso semplice: una bobina di tre spire (fig. 4) L'effetto della capacità C_{13} *sarà irrilevante in confronto con le* C_{12} *e* C_{23}?

Non è probabile, perchè, quantunque la C_{13} *sia più piccola che le* C_{12} *e* C_{23} *non soltanto perchè la distanza è doppia ma altresì per l'effetto schermante della spira a intermedia, purtuttavia la tensione* e_{13} *è doppia delle tensioni* e_{12} *ed* e_{23}, *per cui la potenza reattiva per unità di capacità della* C_{13} *sarà quattro volte maggiore di quella delle* C_{12} *e* C_{23}.



Figura 5.

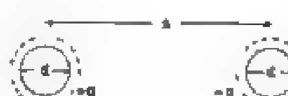


Figura 6.

La formula rigorosa della capacità fra due conduttori paralleli, tenendo conto dell'effetto di vicinanza (fig. 5), è.

$$K = \frac{\pi\varepsilon_0}{\operatorname{arccosh}\frac{s}{d}}\,;$$

se però non si tenesse conto dell'effetto di vicinanza (fig. 6), si arriverebbe all'espressione.

$$K = \frac{\pi\varepsilon_0}{\log_e \frac{2s}{d}}$$

Per i valori $s/d = \begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases}$ *si ha.*

$$\operatorname{arccosh} \frac{s}{d} = \begin{cases} 1{,}32 \\ 1{,}76 \end{cases} \quad e \quad \log \frac{2s}{d} = \begin{cases} 1{,}39 \\ 1{,}79 \end{cases};$$

come si vede non è grande errore supporre che le cariche siano uniformemente distribuite.

Possiamo ora calcolare con facilità la capacità propria di una bobina di tre spire (fig. 4). Per ragioni di simmetria nella spira centrale non si ha carica e la distribuzione dei potenziali è come se i conduttori 1 e 3 soli stessero in presenza; poichè la tensione fra 1 e 3 è 2/3 di quella esistente fra gli estremi della bobina, si ricava.

$$[1] \qquad C_0 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{\pi\varepsilon_0}{\log_e \frac{4s}{d}} \pi D$$

Paragoniamo ora i risultati delle tre formule.

	Palermo	Sacco	[1]
$s/d = 2$	1	0,22	0,30
$s/d = 3$	1	0,22	0,32

Calcoli uguali si possono fare per una bobina di cinque spire (fig. 7):

$$[2] \qquad \begin{aligned} 2\pi\varepsilon_0 \cdot 2e_1 &= q_1 \log_e \frac{8s}{d} + q_2 \log_e 3, \\ 2\pi\varepsilon_0 \cdot e_1 &= q_1 \log_e 3 + q_2 \log_e \frac{4s}{d}, \end{aligned}$$



Figura 7

ove le q indicano le cariche per unità di lunghezza; la capacità equivalente sarebbe:

$$[3] \qquad C_0 = \frac{q_1 \cdot 4e_1 + q_2 \cdot 2e_1}{(5e_1)^2} \pi D = \frac{1}{25}\left(4\frac{q_1}{e_1} + 2\frac{q_2}{e_1}\right)\pi D$$

Applicando quest'ultima formula al caso $s/d = 2$, *si deduce:*

Palermo	Sacco	[3]
1	0,16	0,33.

Come conseguenza finale, non credo utilizzabile nè l'una nè l'altra delle due formule e gradirei qualsiasi notizia o commento sul tema della capacità propria delle bobine.

Madrid, febbraio 1942.
Marconi Española.

ANTONIO COLINO.

***

Sono grato all'ingegnere Colino per le sue osservazioni, che ritengo pienamente giustificate. Infatti, quando la bobina considerata è isolata agli estremi, oppure è collegata ad un circuito simmetrico rispetto alla terra, od ha il centro a terra, oltre al flusso verso terra e tra spire adiacenti si dovrebbe considerare anche il flusso tra le spire simmetriche rispetto al centro, il che porta certamente ad un incremento nella capacità residua. In effetto una certa discrepanza con la mia teoria per il caso di bobine di molte spire viene rilevata nella mia memoria in fondo al paragrafo 19 ed è precisamente attribuita ad una deficiente valutazione della capacità tra le spire.

Nel caso di bobine con un capo collegato alla terra viene a mancare il flusso tra le spire simmetriche, che risulta sostituito dal flusso verso terra, o, se si vuole, verso le spire simmetriche virtuali costituenti la bobina immagine rispetto ad un piano metallico a potenziale zero, cui sia collegato l'estremo a terra della bobina. In tale caso la mia teoria riprende la sua validità.

E' tuttavia per me poco chiara la valutazione dei coefficienti di potenziale riportati nella lettera precedente. Se il sistema dell'ingegnere Colino si scrive

$$V_1 = p_{11} q_1 + p_{12} q_2$$
$$V_2 = p_{12} q_1 + p_{22} q_2$$

si deduce che egli ha trovato per i coefficienti p.

$$p_{11} = \frac{\log_e \frac{8s}{d}}{2\pi\varepsilon_0}, \quad p_{22} = \frac{\log_e \frac{4s}{d}}{2\pi\varepsilon_0}; \quad p_{12} = \frac{\log_e 3}{2\pi\varepsilon_0}.$$

Con tali valori, posto $s/d = 2$, si trova infatti, per il rapporto $C_0/(\pi D K)$, il valore 0,33 di fronte a quello 0,26 della formula da me proposta. (Sarei grato all'ingegnere Colino, se volesse indicare con quale procedimento abbia potuto stabilire le relazioni [2]).

Osservo in proposito che, deducendo dal sistema esposto il rapporto tra le cariche lineari q_1 e q_2, esso risulta.

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{2 \log_e \frac{4s}{d} + \log_e 3}{\log_e \frac{8s}{d} - 2 \log_e 3}.$$

che diventa $q_1/q_2 = 5{,}35$, *se si fa* $s/d = 2$, *e* $q_1/q_2 = 8{,}8$ *per* $s/d = 1{,}5$, *questi valori non mi sembrano senz'altro plausibili.*

Se si considera infatti che l'equazione di continuità dà:

$$\frac{dI}{dl} = -\frac{dQ}{dt} = -j\omega Q\,,$$

se ne deve dedurre che anche gli incrementi dI/dl, *sulle due spire, sono tra loro nel rapporto di circa 5 : 9, il che sembra meritevole di giustificazione, od almeno di conferma sperimentale.*

E' probabile che la considerazione della capacità tra spire simmetriche possa consentire, nel calcolo della capacità residua, un'approssimazione superiore a quella della mia memoria. In questa, tuttavia, l'introduzione della capacità tra spire simmetriche non adiacenti avrebbe complicato irrimediabilmente la trattazione matematica del problema, che è già notevolmente complessa anche trascurando tale capacità.

Praticamente ritengo che la presenza della capacità verso terra attenui, nella maggior parte dei casi, le discrepanze qui notate, le quali perdono ancora di importanza se si considerano le sole proprietà radiative delle bobine.

Una teoria rigorosa e generale delle bobine alimentate a radiofrequenza non mi risulta finora che sia stata pubblicata. Una tale teoria credo riuscirebbe notevolmente complessa, anche quando si cercasse di semplificarla con ipotesi più o meno plausibili, ed offrirebbe anche notevoli difficoltà sperimentali; in ciò sia, a mio parere, la relativa scarsità di risultati finora raggiunti su questo argomento.

Roma, 20 marzo 1942-XX.

LUIGI SACCO.

* * *

Le formule [2] che figurano nella mia lettera precedente sono state dedotte nel seguente modo.

Un filo rettilineo molto lungo, con una carica q *per unità di lunghezza, dà luogo, in un punto a distanza* D, *a una funzione potenziale*

$$V = c - \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\log_e D\,;$$

per un fascio di conduttori paralleli si ha:

$$V = c - \sum_i \frac{q_i}{2\pi\varepsilon_0}\log_e D_i\,.$$

Se si applica questa formula al caso di una bobina di cinque spire con il centro a terra (fig. 1), si ha per ragioni di simmetria:

$$q_3 = 0\,, \qquad q_4 = -q_2\,, \qquad q_5 = -q_1\,.$$

4

da cui

$$V = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \log_e \frac{D_2}{D_1} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \log_e \frac{D_4}{D_2}.$$

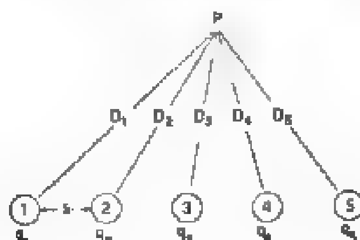


Figura 1.

Da questa, introducendo le condizioni limite nella periferia dei conduttori 1 e 2, si deducono finalmente:

$$V_1 = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \log_e \frac{8s}{d} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \log_e 3$$

$$V_2 = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \log_e 3 + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \log_e \frac{4s}{d}.$$

Analogamente si ricavano le equazioni corrispondenti per il caso di sette spire:

$$2\pi\varepsilon_0 V_1 = q_1 \log_e \frac{12s}{d} + q_2 \log_e 5 + q_3 \log_e 2$$

$$2\pi\varepsilon_0 V_2 = q_1 \log_e 5 + q_2 \log_e \frac{8s}{d} + q_3 \log_e 3$$

$$2\pi\varepsilon_0 V_3 = q_1 \log_e 2 + q_2 \log_e 3 + q_3 \log_e \frac{4s}{d}.$$

Riepiloghiamo i risultati ottenuti, nella seguente tabella, per $s/d = 2$

Numero di spire:	$N = 2$	3	5	7
Formula di L. Sacco:	$C_0/C_s = 0{,}25$	0,22	0,16	0,12
Formule di A. Colino:	$C_0/C_s = 0{,}25$	0,30	0,33	0,34 .

Credo che con questo rimanga dimostrata la forte influenza delle spire non immediatamente contigue.

È intuitivo che il gradiente dI/dl ha i valori massimi agli estremi della bobina e un valore nullo al centro, della corrente nella bobina il massimo sarà nel centro.

Che il rapporto fra i gradienti in due punti distanti fra loro di una spira sia di 5, oppure di 10, non credo debba fare troppa meraviglia; se

si confronta il gradiente della spira centrale con quello della spira contigua, si vede, senza necessità di alcun calcolo, che tale rapporto può giungere all'infinito.

Madrid, 22 aprile 1942.

ANTONIO COLINO.

***

A proposito della lettera dell'ingegnere Colino in data 22 aprile e della dimostrazione delle relazioni fornite nella sua precedente, osservo che il procedimento non appare generale, contemplando soltanto bobine con spire in numero dispari e col centro a terra, e non sembra molto rigoroso, in quanto il considerare le successive spire di una bobina come rette infinite ed uniformemente cariche (carica infinita) può essere, in molti casi pratici, assai lontano dalla realtà. Per bobine non eccessivamente corte, ad esempio, sembrerebbe più vicino alle condizioni reali il considerare le spire come circonferenze uniformemente cariche, e calcolare i potenziali per mezzo delle funzioni armoniche zonali o di Legendre (1)

Si arriva così a relazioni del tipo (per cinque spire).

$$V_1 = \frac{q_1}{2\varepsilon_0}\left[f(\theta_0) - f(\theta_2)\right] + \frac{q_2}{2\varepsilon_0}\left[f(\theta_1) - f(\theta_3)\right]$$

$$V_2 = \frac{q_1}{2\varepsilon_0}\left[f(\theta_1) - f(\theta_3)\right] + \frac{q_2}{2\varepsilon_0}\left[f(\theta_0) - f(\theta_4)\right]$$

nelle quali sia (2):

$$\operatorname{sen}\theta_n = \frac{1}{\sqrt{1 + n^2 \frac{s^2}{r^2}}}$$

e

$$f(\theta_n) = \operatorname{sen}\theta_n\left[1 - \frac{1}{4}\operatorname{sen}^2\theta_n\,(3\cos^2\theta_n - 1) + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{64}\operatorname{sen}^4\theta_n\,(35\cos^4\theta_n - 30\cos^2\theta_n + 3) \cdots\right].$$

Queste hanno il pregio di tener conto, oltre che dell'intervallo s tra le spire, del raggio r delle stesse, che le altre formule non considerano.

Sembrami, ad ogni modo, che si tratti di approssimazioni difficilmente valutabili e tali da lasciare molti dubbi sul loro valore pratico quantitativo, mentre hanno certamente interesse come criterio di orientamento.

Roma, 24 maggio 1942-XX.

LUIGI SACCO.

---

(1) V. BYERLY: Fourier series - Atheneum Press, Boston, 1893 p 153.

(2) Per $n = 0$ si farà $\operatorname{sen}\theta_0 = 1/\sqrt{1 + \rho^2/r^2}$, essendo ρ il raggio del conduttore.

RECENSIONI

ACUSTICA APPLICATA ED ELETTROACUSTICA.

K. F. DAEMER — **La riverberazione variabile.** (A. Z., novembre 1941, VI, 6, pag. 331-350, con 37 fig.)

Gli architetti ed i costruttori di sale destinate a rappresentazioni artistiche musicali sono chiamati a risolvere numerosi problemi di carattere acustico al fine di rendere l'ambiente il più possibile idoneo ad una riproduzione gradevole dei suoni che in esso si generano. Lo studio deve tener conto non soltanto dell'uso che si dovrà fare del locale (teatro, cinematografo, sala da concerti e così via), ma anche del tipo di rappresentazione (conferenza, musica sinfonica, canto e via dicendo).



Fig. 1. — Sistema con cilindri girevoli.

Per gli scopi della trasmissione radiofonica tali quesiti sono stati già da vario tempo affrontati e risolti mediante la costruzione di più ambienti, ognuno destinato ad un certo tipo di trasmissione. Il problema qui trattato è quello dell'adattamento di un'unica sala a vari tipi di rappresentazioni artistiche musicali; esso si riduce ai seguenti quattro punti.

1) Ciascun ascoltatore deve sentire con una intensità sufficiente.

2) Non devono manifestarsi echi, interferenze e variazioni di intensità.

3) Il tempo di riverberazione dev'essere compreso entro limiti ben determinati.

4) Il timbro non deve variare da punto a punto della sala; questo risultato si ottiene mediante i due seguenti accorgimenti:

a) giusta scelta delle dimensioni e della forma dell'ambiente per modo che il percorso dell'onda sonora sia minimo;

b) scelta di un appropriato rivestimento interno: questo punto si ricollega a quello del tempo di riverberazione.

Vengono descritti numerosi sistemi di regolazione del tempo di riverberazione, tratti nella maggior parte da una nota pubblicazione ([1]), e si riferisce quindi uno studio su una sala a riverberazione variabile ottenuta mediante colonne cilindriche girevoli, poste lungo le pareti e ricoperte di vari materiali assorbenti del suono (fig. 1); si riportano i risultati ottenuti

Concludendo la riverberazione variabile trova applicazione in due grandi campi il primo è quello delle sale nelle quali il tempo di riverberazione dev'essere mantenuto costante quando varia il numero delle persone o degli oggetti in esse contenuti; il secondo è quello delle sale per spettacoli di genere vario, nelle quali quindi il tempo di riverberazione va modificato caso per caso. Nelle sale di trasmissione radiofonica questa variazione è anche ottenuta talora con mezzi puramente elettrici. *M. N*

APPLICAZIONI VARIE.

L. Marton, M C. Banca e J. F Bender — **Un nuovo microscopio elettronico.** (R. C. A. Rev., ottobre 1940, V, 2, pag. 232-243, con 12 fig).

G. A. Morton — **Riassunto delle ricerche compiute con il microscopio elettronico R. C. A.** (R. C. A. Rev , ottobre 1941, VI, 2 pag 131 166 con 40 fig)

Il laboratorio per le ricerche della R. C. A ha progettato, costruito, provato e distribuito ad altri numerosi laboratori un tipo di microscopio elettronico, previsto con il criterio di renderne facile l'uso e attuato in modo che risulti estremamente poco sensibile a tutti i disturbi esterni.

Il cannone elettronico è costruito secondo la tecnica dei tubi per raggi X Il supporto del filamento (del tipo coassiale) è fissato a tenuta di vuoto e può essere facilmente tolto dal complesso dell'apparato per eseguire il cambio del filamento. L'intero cannone è spostabile rispetto all asse ottico del microscopio e può essere smontato per la pulizia.

Il corpo del microscopio è costituito da un tubo di ottone, foderato da uno schermo magnetico, all interno del quale tre robuste colonne collegano e sostengono le differenti parti in modo da formare una struttura rigida praticamente insensibile alle vibrazioni esterne.

Il sistema elettro-ottico del microscopio consta di un rocchetto condensatore, di un rocchetto obiettivo e di un rocchetto proiettore (fig. 1). I rocchetti sono completamente corazzati; le espansioni polari sono avvitate nella parte interna dell'involucro di ferro, gli avvolgimenti sono circondati da schermi di rame ermeticamente chiusi dai quali

([1]) Architectural Record Control of sound in buildings - F W Dodge, New York, 1940.

i conduttori escono attraverso passanti di vetro saldati al metallo. L'ingrandimento dell'obiettivo è di circa 100 diametri e quello del proiettore varia da 20 a 200 diametri; perciò l'ingrandimento totale massimo è di circa 20 000 diametri con elettroni aventi velocità corrispondenti a 80 kV con velocità corrispondenti a circa 30 kV l'ingrandimento può salire a 25 000 diametri.

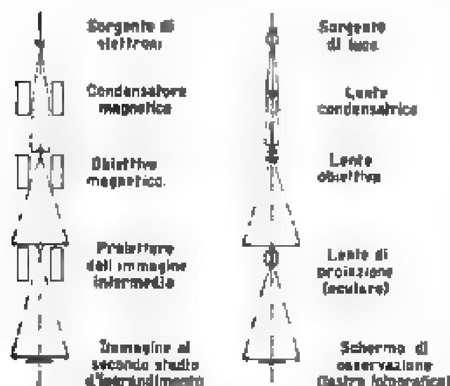


Fig. 1. — Costituzione del microscopio elettronico e schema ottico equivalente.

Due larghe finestre praticate all'estremità inferiore del tubo di ottone permettono l'osservazione binoculare dello schermo fluorescente su cui si forma la seconda immagine, un altro schermo fluorescente (provvisto di una piccola apertura), inserito tra l'obiettivo ed il proiettore ed accoppiato con un sistema ottico simile a quello del periscopio, consente di vedere anche la prima immagine dalla stessa posizione. Da questa si comanda la messa a fuoco muovendo la camera obiettiva mediante rimandi a catena

Particolare cura è stata posta nello studiare la camera porta oggetti e la camera fotografica, in modo da rendere facili l'introduzione e l'estrazione degli oggetti e delle lastre. Il principio dei due dispositivi è identico. Ciascuno di essi consta di due camere comunicanti e separabili mediante una saracinesca a tenuta di vuoto, manovrata dall'esterno. In posizione di lavoro le due camere comunicano con l'interno del corpo dell'apparato e vi si pratica il vuoto; per estrarre gli oggetti o le lastre, questi vengono portati, mediante una guida a vite nella camera più esterna, che viene aperta dopo aver chiuso la saracinesca. Per l'introduzione si compie la manovra inversa, praticando il vuoto nella camera esterna prima di aprire la saracinesca. Il vuoto nel corpo dello strumento è mantenuto da una pompa meccanica e da una pompa ad olio a diffusione a tre stadi Una pompa meccanica ausiliaria è collegata con le camere descritte.

Il potere risolutivo del sistema si aggira intorno a $100 \cdot 10^{-8}$ cm.

Nel costruire numerosi esemplari a scopo commerciale sono state introdotte alcune modificazioni per rendere il microscopio ancora più maneggevole e adatto alle necessità pratiche dei laboratori di ricerca I. disegno costruttivo è riprodotto nella figura 2. Particolarmente curati sono gli alimentatori, allo scopo di ottenere tensioni e correnti molto stabili

Con questo microscopio sono state avviate numerose ricerche, durate ormai più di un anno, allo scopo di investigare il campo di applicazione,

precisando la tecnica di ricerca, che risulta spesso interamente nuova. Le indagini furono fatte da specialisti, aggregati per l'occasione ai laboratori della R. C. A., e dirette da un comitato di scienziati e tecnici delle diverse discipline nominato dal Consiglio nazionale delle ricerche degli Stati Uniti d'America

Nel campo della biologia il primo lavoro fu inteso a perfezionare la tecnica della preparazione dei provini, che devono essere osservati nel vuoto e risultare trasparenti agli elettroni. Il porta-oggetti è formato da una reticella metallica, che sostiene una pellicola di collodio (od altra sostanza plastica, come acetato di cellulosa) dello spessore di circa $100 \cdot 10^{-8}$ cm. Questa pellicola è ottenuta distendendo una goccia di una soluzione diluita di collodio in acetato di amile su acqua distillata, in modo da formare una macchia del diametro di circa 20 cm, e quindi indurendo il collodio Furono così avviate numerose ricerche sulla morfologia e sul metabolismo dei batteri, sui virus, sulle reazioni degli anticorpi, sulla struttura dei cromosomi e così via.

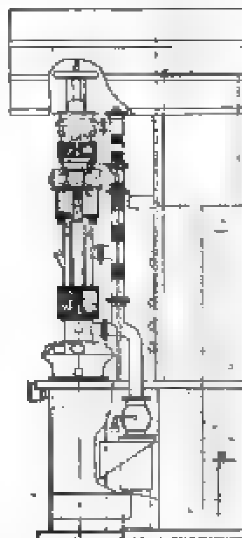


Fig 2. Il microscopio elettronico R. C. A.

Nel campo della metallurgia è stato necessario sviluppare una tecnica nuova che consentisse di ottenere una sottile pellicola riproducente esattamente la superficie del materiale in esame. Si procede in due tempi. Dapprima si deposita sul provino uno strato metallico (argento) sufficientemente spesso sicchè possa essere facilmente tolto. Il deposito si costituisce per sublimazione e successivamente si aumenta elettroplasticamente fino allo spessore di circa 0,02 mm. Sulla pellicola così ottenuta, dopo tolta dalla superficie del provino, si versa una piccola quantità di una soluzione di collodio, si lascia quindi evaporare il solvente e si immerge il tutto in una soluzione di acido nitrico, dopo due o tre ore l'argento si è completamente sciolto, lasciando sulla pellicola di collodio, che sarà lavata in acqua distillata e asciugata, l'immagine della superficie del provino. In tal modo sono stati esaminati numerosi acciai, nonchè altri materiali opachi come porcellane, quarzo, vetri ed anche parti di insetti.

Nel campo della chimica il nuovo strumento ha pure vastissime applicazioni in relazione con i problemi industriali e scientifici connessi con la ricerca della forma e delle dimensioni delle particelle, tanto nei colloidi quanto nella chimica superficiale. Così furono studiati alcuni materiali plastici e talune inclusioni colloidali

I lavori sono corredati di una ricca collezione di fotografie, scelte

fra le più suggestive e fra le più significative, quali, ad esempio, una fessura larga $100 \cdot 10^{-8}$ cm in una pellicola di nitrocellulosa, uno spirochete, un frammento di cromosoma e via dicendo. *R. S.*

CIRCUITI, QUADRIPOLI, FILTRI.

E. Hudec — **Filtro di egualizzazione per alta frequenza.** (E. N. T., marzo 1941, XVIII, 3, pag. 29-38, con 14 fig.).

Con stadi amplificatori in cascata aventi ciascuno due o più risonatori accoppiati, si ottengono filtri di banda per alta frequenza con trasmissione abbastanza uniforme nella banda passante, la larghezza di quest'ultima è però sempre sensibilmente maggiore di quella dei singoli risonatori.

Quando si richiede una banda passante più stretta di quella relativa al coefficiente di risonanza ε dei singoli risonatori (ad esempio, quando non è praticamente possibile ottenere gli alti valori di ε che sarebbero altrimenti richiesti) si può ottenere un risultato ancora abbastanza

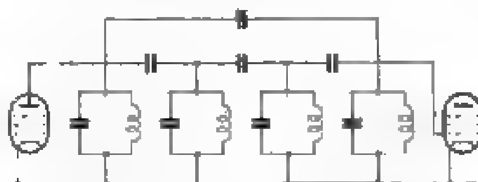


Fig. 1 — Schema del filtro di egualizzazione.

soddisfacente riducendo molto l'accoppiamento tra i singoli risonatori; si ha però una scarsa amplificazione e soprattutto una curva di risposta molto appuntita e quindi una trasmissione assai disuniforme nella banda passante.

Viene allora proposto di utilizzare in uno degli stadi uno speciale gruppo di circuiti risonanti accoppiati, che l'autore chiama filtro di egualizzazione, il quale contribuisce scarsamente alla selettività, ma, possedendo una curva di risposta con una punta di attenuazione in corrispondenza della frequenza media trasmessa, rende di nuovo di andamento abbastanza uniforme la curva totale di risposta, senza richiedere l'uso di risonatori con ε elevato. Per questo scopo vengono usati quattro risonatori accoppiati con capacità in modo normale e comportanti in più un accoppiamento supplementare con una piccola capacità tra il primo e l'ultimo, come è illustrato nella figura 1, attraverso tale accoppiamento si ha una specie di compensazione della frequenza media passante e si ottiene la curva desiderata.

Come esempio dei risultati conseguiti vengono riportate le curve della figura 2. Il disaccordo relativo $\eta = \Delta f / f_c$ è misurato in relazione

con la frequenza f_s, in corrispondenza della quale la risposta del singolo risonatore scende ad $1/\sqrt{2}$. Con cinque stadi aventi ciascuno quattro risonatori con piccolo accoppiamento, si è ottenuta la curva di risposta *a*. Si è aggiunto uno stadio con un filtro di egualizzazione presentante la curva di risposta *b*, e si è ottenuta la curva di risposta totale *c* che ha

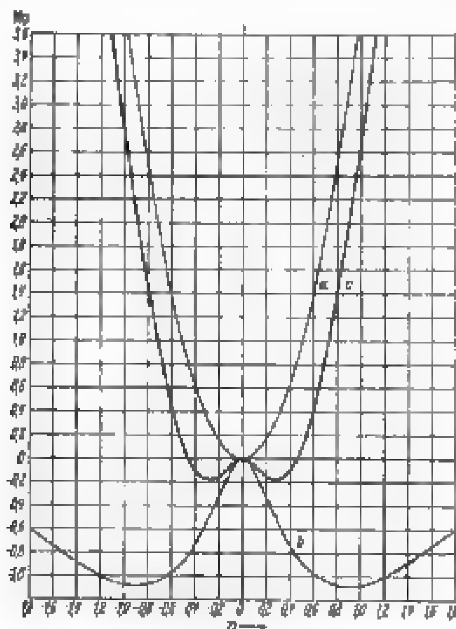


Fig. 2. — Curve di risonanza. *a*, di un amplificatore a cinque stadi, ciascuno con un filtro di banda con quattro risonatori, *b*, di un filtro di egualizzazione, *c*, del complesso dell'amplificatore e del filtro.

una larghezza relativa di banda $\eta = \pm 0{,}5$ con attenuazione $\pm 0{,}1$ neper, l'attenuazione stessa salendo a 2,7 neper per $\eta = 1$. Utilizzando, ad esempio, questo complesso per un amplificatore di media frequenza su 450 kHz, adoperando risonatori con $\varepsilon = 120$, si ha una banda passante di $\pm$ 935 Hz, ed a $\pm$ 2 kHz l'attenuazione ammonta già a 30 neper. Viene poi anche analizzato il caso di due filtri con tre risonatori seguiti da un filtro di egualizzazione. *G. C.*

J. Gensel — **Un nuovo schema equivalente per lo studio dei fenomeni transitori.** (T. F. T., maggio 1941, XXX, 5, pag. 127-131, con 10 fig.).

Per studiare la propagazione dei transitori nei circuiti elettrici si è trovato comodo considerare questi ultimi scomposti in tanti trasduttori

ideali non distorcenti, posti in parallelo. Sia dato ad esempio un sistema trasduttore che, se eccitato all'ingresso dalla funzione 1 del calcolo operatorio, fornisce in uscita una risposta rappresentata dalla curva della figura 1. Tale sistema si può imaginare composto da tante linee

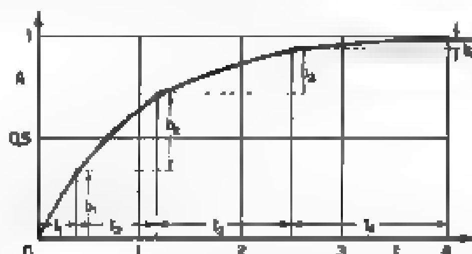


Fig. 1. — La risposta di un circuito alla funzione 1 può essere approssimata con quattro gradini di ampiezza b_1, b_2, b_3, b_4, ritardati di t_1, t_2, t_3, t_4.

ideali di lunghezza ed impedenza caratteristica diverse, collegate in serie, come è illustrato nella figura 2. Ciascuna linea trasmette dopo un tempo t_r e con ampiezza b_r la funzione 1 e la risultante è la spezzata



Fig. 2. — La funzione a gradini della figura 1 può essere ottenuta dal circuito composto di quattro linee, alimentate in serie da un generatore ideale di corrente e chiuse sulla resistenza caratteristica. Ciascuna linea ideale ha una lunghezza elettrica corrispondente ad un tempo di trasmissione t_r ed una impedenza caratteristica b_r ($r = 1, 2, 3, 4$). In uscita, con trasformatori ideali, si raccoglie la somma delle tensioni sui resistori b_r (a circuito aperto)

rappresentata nella figura 1. Con un numero infinito di linee elementari si può rappresentare qualunque curva di risposta, e già con un numero non troppo alto si ottengono approssimazioni più che soddisfacenti per molte applicazioni pratiche. Questo metodo è stato sviluppato principalmente da Strecker e Feldtkeller.

L'autore propone di introdurre negli schemi equivalenti un nuovo trasduttore ideale, che egli chiama « arpa di linee » (*Leitungsharfe*), la cui risposta alla funzione 1 è rappresentata nella figura 3 ed è caratte-

rizzata dal tempo t_0, necessario per la salita, e dal valore finale b_0. Un'arpa di linee si può imaginare costituita da tante linee infinitesime, tutte con eguale risposta e con tempi di trasmissione linearmente scaglionati nell'intervallo t_0. Collegando poi in serie un'arpa con una linea normale con eguale ampiezza b_0 e tempo di trasmissione t_1, si ritarda di t_1 la risposta del complesso.

Con questo nuovo trasduttore riesce molto più agevole approssimarsi con un numero limitato di elementi ad una caratteristica assegnata. Come esempio, con la rete a quattro gruppi illustrata nella figura 4, viene reso con approssimazione il comportamento di un circuito risonante. Con tale schema equivalente si possono calcolare i fenomeni transitori e, ad esempio, lo stabilirsi di una tensione sinusoidale di frequenza un poco diversa da quella su cui è accordato il risonatore.

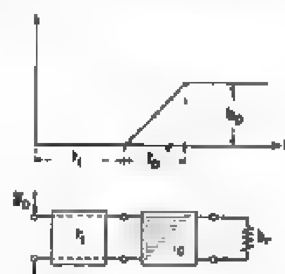


Fig. 3 Con il nuovo elemento ideale «arpa di linee» la risposta elementare diventa una linea inclinata che in un tempo t_0 raggiunge l'ampiezza b_0. Inserendo prima una linea opportuna la risposta può essere ritardata di t_1.

È da tenere presente che al circuito equivalente si intende applicata la funzione di modulazione $I_0\, e^{j(\omega - \omega_0)t}$, e la risposta con il suo modulo e la sua fase esprime la modulazione di am-

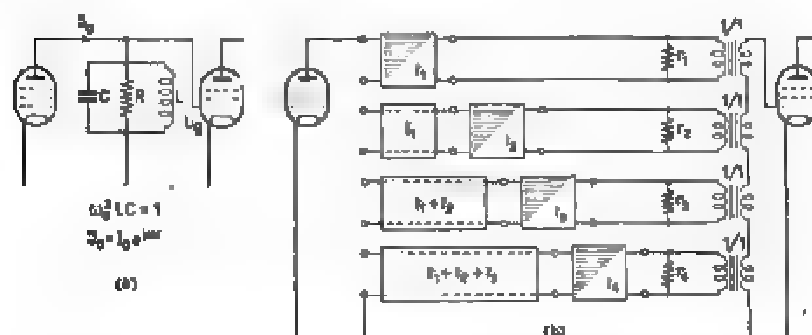


Fig. 4. Il circuito risonante *a* può in regime transitorio, venire studiato con lo schema equivalente *b*, comprendente quattro arpe di linee e tre linee ideali. $r_1 = 0{,}34\,R$, $r_2 = 0{,}38\,R$, $r_3 = 0{,}21\,R$, $r_4 = 0{,}06\,R$, $t_1 = 0{,}4\,t_0$, $t_2 = 0{,}8\,t_0$, $t_3 = 1{,}3\,t_0$, $t_4 = 1{,}5\,t_0$ $t_0 = 2\,RC$

piezza e fase della tensione U_g. Il metodo esposto è quindi particolarmente adatto per studiare fenomeni transitori per funzioni modulate. *G. C.*

J. SOMMER — **Filtri per alta frequenza con quattro risonatori e curva di risposta spianata con quattro picchi.** (E. N. T., agosto 1941, XVIII, 8, pag. 178-193, con 26 fig.).

Con quattro risonatori in cascata si può attuare un filtro di banda con curva di risposta corrispondente ad un polinomio di quarto grado, i cui coefficienti possono venire proporzionati in modo da ottenere l'andamento illustrato nella figura 1. Basta assegnare il massimo scarto ammesso nella zona passante b_H e la pulsazione limite Ω_0 per potere determinare in modo univoco i coefficienti del polinomio e definire così la funzione di trasmissione del filtro.

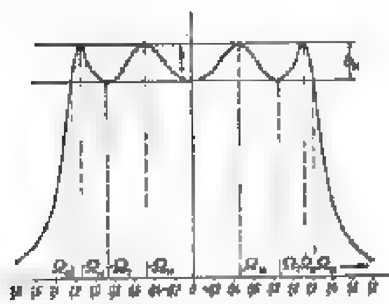


Fig. 1. — Curva di risposta spianata con quattro picchi: amplificazioni in funzione di dissonanze relative.

L'autore, grazie ad una felice scelta dei parametri e ad ingegnosi artifici, riesce a semplificare molto i calcoli necessari e perviene così ad equazioni risolutive abbastanza semplici; tali equazioni sono poi tradotte in grafici che permettono al lettore di determinare subito le quantità che interessano.

Il filtro a quattro circuiti può essere attuato in vari modi, di cui uno dei più semplici è ricorrere a due normali filtri di banda (ciascuno con due risonatori) collegati in cascata per mezzo di tubi elettronici. Questo tipo di filtro è oggi largamente usato nei normali ricevitori per l'amplificatore a media frequenza: siccome però generalmente si ricorre a due filtri di banda con caratteristiche quasi eguali, si ottiene una curva di risposta senza i quattro picchi e con caratteristiche filtranti notevolmente peggiori di quelle corrispondenti ad una curva del tipo della figura 1.

Ricorrendo invece ad un filtro a due circuiti con coefficiente ε di risonanza normale ed accoppiamento un poco inferiore al critico, seguito da un filtro con ε 2,41 volte maggiore ed accoppiamento largamente superiore al critico, si può ottenere la curva di risposta prima studiata; formule e grafici permettono di calcolare il valore preciso dei due coefficienti di risonanza e dei due coefficienti di accoppiamento necessari per ottenere una curva di risposta preassegnata del tipo descritto.

Il miglioramento della curva di selettività è veramente notevole; ad esempio, se si richiede un'attenuazione di 3 neper a $\pm$ 9 kHz, con i nuovi criteri di proporzionamento si può avere una curva di risposta con massimo scarto di 0,02 neper sino a $\pm$ 4,5 kHz, mentre con i criteri di proporzionamento usuali la banda passante è di soli 2,5 kHz.

Purtroppo il nuovo criterio urta contro due notevoli difficoltà di ordine pratico e cioè per uno dei due filtri di banda si richiedono circuiti con ε molto elevato, ed inoltre le varie caratteristiche devono differire assai poco dai valori teorici, ad evitare deformazioni rilevanti nella curva di risposta. Ricerche recenti hanno mostrato come sia possibile per la normale media frequenza (468 kHz) attuare circuiti con ε tra 400 e 500 ricorrendo a nuclei magnetici a mantello e a capacità di accordo intorno a 500 μμF, l'autore mostra come con tali circuiti si possa già ottenere un filtro pienamente soddisfacente, sebbene per utilizzare completamente i vantaggi del nuovo metodo di progetto sarebbe necessario arrivare ad un ε del valore di 600.

Infine viene studiata la caratteristica di fase, la quale anche è più lineare di quella ottenuta con i criteri usuali di proporzionamento Rinunciando poi alla curva ottima di risposta della figura 1, è possibile ottenere caratteristiche di fase notevolmente più lineari *G. C.*

ELETTROTECNICA GENERALE.

F Moeller — **Schermatura magnetica per frequenze acustiche con uno o più cilindri di lunghezza finita.** (E. N. T., gennaio-febbraio 1941, XVIII, 1 2, pag. 1 7, con 17 fig.)

Oggetto dello studio è l azione schermante di cilindri metallici immersi in un campo magnetico alternato di frequenza compresa nella gamma acustica, omogeneo, ad essi coassiale

Per la generazione di tale campo si adopera una bobina cilindrica avente un diametro di 30 cm ed una lunghezza di 37 cm con avvolgimenti addizionali agli estremi; in uno spazio sufficientemente ampio per l'esecuzione delle misure, all'interno di essa, il campo si può considerare omogeneo. I cilindri schermanti sono costituiti da fogli di rame

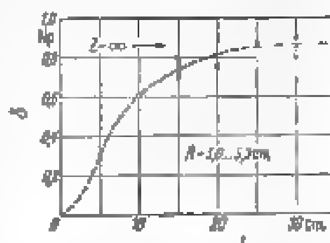


Fig. 1. — Valori dell'attenuazione δ per varie lunghezze l, per raggi $R = 5{,}0 \ldots 5{,}3$ cm, a 10 kHz, con foglio di rame di spessore $s = 23{,}4$ μ e conducibilità $\gamma = 46{,}2$ S·m/mm².

L'azione schermante è espressa mediante l'attenuazione $\delta = \log_e (H_a/H_i)$ che subisce il campo magnetico passando dall esterno del cilindro o dei cilindri schermanti, dove ha l intensità H_a, all'interno, dove ha l'intensità H_i. Le intensità di campo si deducono dalla tensione misurata ai capi di bobine esploratrici.

Nel caso di un solo cilindro di lunghezza infinita, H. Kaden ha ottenuto la seguente relazione

$$\delta = \log_e \sqrt{1 + (4 \cdot 10^{-4} R_{(\mathrm{cm})}\, s_{(\mathrm{cm})}\, f_{(\mathrm{Hz})}\, \gamma_{(\mathrm{S \cdot m/mm^2})})^2}\,.$$

dove R è il raggio medio del cilindro, s lo spessore delle pareti, γ la conducibilità del materiale di cui è costituito, f la frequenza del campo

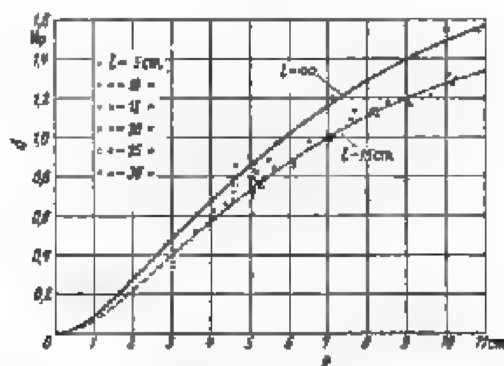


Fig. 2. — Valori dell'attenuazione δ per cilindri di vari raggi R e lunghezze l, a 10 kHz, con foglio di rame di spessore s = 23,4 μ e conducibilità γ = 46,2 S · m/mm².

magnetico alternato. La relazione è valida se le variabili soddisfano a certe condizioni che vengono rispettate dai valori scelti per le esperienze.

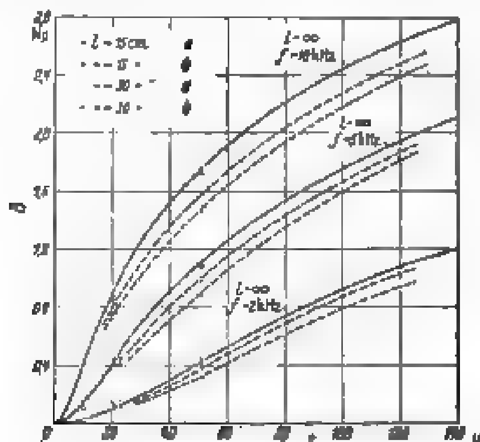


Fig. 3. — Influenza dello spessore della parete s e della frequenza f nei cilindri con R = 5 cm, l = 15 e 30 cm, senza coperchi (a) e con coperchi (b)

I risultati forniti da queste nel caso di cilindri di lunghezza finita vengono confrontati con quelli ottenuti dalla formula di Kaden che si riferisce al caso di un cilindro di lunghezza infinita. Come prima con-

clusione si ha che un cilindro avente un raggio di 5 cm e una lunghezza di 30 cm si comporta praticamente come un cilindro infinito (fig. 1). Se invece la lunghezza è 15 cm, l'attenuazione si presenta minore di quella che si deduce dalla formula per il cilindro infinito e lo scarto cresce al crescere del raggio (fig. 2). Quali effetti producano le variazioni dello spessore della parete, quelle della frequenza e l'applicazione di coperchi agli estremi del cilindro, è dimostrato dalla figura 3.

Sono state anche eseguite misure su sistemi multipli costituiti da varie combinazioni di cilindri coassiali. I risultati principali sono i seguenti:

1) Aumentando il diametro medio dei cilindri, con lunghezza costante, l'attenuazione aumenta. Per diametri grandi (7 ÷ 8 cm) questo aumento è assai ridotto se i cilindri sono pochi (per esempio, due), mentre con l'elevarsi del numero dei cilindri diviene notevole.

2) La distanza fra i cilindri ha un'influenza molto piccola.

3) Un aumento del numero dei cilindri è sempre vantaggioso, ma soltanto in via di grossolana approssimazione si può affermare che l'attenuazione aumenti linearmente con esso. L'attenuazione del sistema multiplo in realtà è minore della somma dei valori di attenuazione ricavati dalla figura 2 per i singoli cilindri. *Ga. Pa.*

FISICA GENERALE.

K. Osterhammel — **Esame ottico del campo sonoro di un quarzo oscillante come pistone.** (A. Z., marzo 1941, VI, 2, pag. 73-86, con 15 fig.).

Lo sviluppo della tecnica degli ultrasuoni ha consentito l'indagine sperimentale su molti problemi di fisica ondulatoria, che nell'analogo caso ottico non era possibile condurre, principalmente a causa delle piccole lunghezze d'onda della luce visibile.

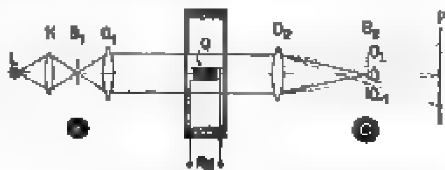


Fig. 1. — Schema del dispositivo ottico.

In acustica interessa spesso conoscere la caratteristica direzionale di un generatore o di un ricevitore di suoni. Com'è noto, questa dipende dal rapporto fra la dimensione trasversale D della superficie del trasmettitore o del ricevitore, e la lunghezza d'onda λ irradiata. Nel campo dei suoni udibili il rapporto D/λ è necessariamente piccolo, con gli ultrasuoni, invece, potendosi adoperare lunghezze d'onda piccole, il rapporto D/λ può essere reso anche molto grande.

I metodi ottici per ottenere la visione del campo ultrasonoro si prestano in modo particolare per questo genere di indagini ([1]) e vengono

([1]) Si confronti, per esempio: A. F., 1938, VII, p. 650 (*n. d. r.*)

applicati dall'autore per l'esame del campo ultrasonoro generato da un quarzo piezoelettrico rettangolare vibrante come un pistone. La disposizione sperimentale consente l'esame di una zona relativamente estesa del campo per cui si riesce, nel medesimo tempo, ad osservare le immagini di diffrazione in prossimità del trasmettitore (fenomeni di diffrazione di Fresnel) o a distanza tale da questo che i fenomeni rilevati possono essere considerati appartenenti alla classe di Fraunhofer.

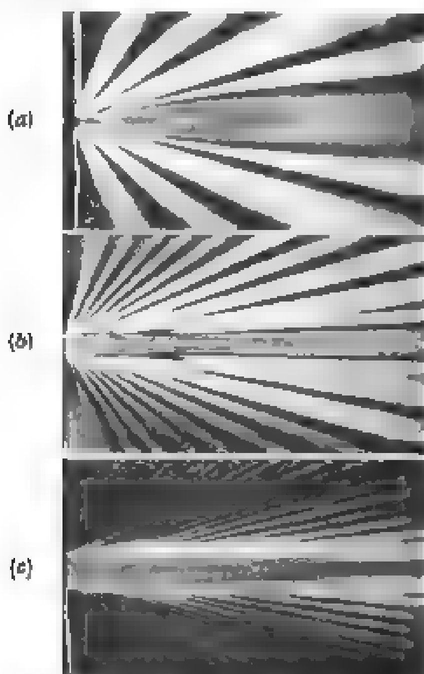


Fig. 2. — Campo ultrasonoro davanti al quarzo *a*) $D/\lambda = 4{,}08$ *b*) $D/\lambda = 10{,}38$; *c*) $D/\lambda = 25{,}71$.

Nel generatore di ultrasuoni vengono adoperate sbarre di quarzo a sezione rettangolare, di cui un lato è molto maggiore dell'altro in modo da approssimarsi all'analogo caso ottico della diffrazione della luce attraverso una fenditura.

Il dispositivo ottico è quello rappresentato nella figura 1. Il quarzo è collocato nella vaschetta contenente benzolo o toluolo al centro del fascio di luce parallela proveniente dalla lente O_1 avente una distanza focale di 25 cm ed un diametro di 6 cm. Nel fuoco della lente O_2 si trova uno schermo costituito dal disco B_2, che intercetta l'immagine del foro B_1 e lascia invece passare uno o più spettri d'ordine superiore. L'immagine della vaschetta, data dalla lente O_2, viene ricevuta sullo schermo P (che può essere anche sostituito da una lastra fotografica).

Il quarzo è eccitato mediante un generatore ad alta frequenza da 100 W. Per ogni cristallo adoperato, dalla conoscenza della velocità di propagazione degli ultrasuoni nel liquido e della frequenza, viene ricavato λ e quindi il rapporto D/λ.

Sullo schermo P appare l'immagine fedele del campo ultrasonoro. Infatti, per effetto della diffrazione della luce attraverso il reticolo ultrasonoro in movimento, il campo viene illuminato soltanto dove sono presenti ultrasuoni. Poichè la ripartizione della luce diffratta nei vari spettri dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione usata e dall'intensità degli ultrasuoni, il campo medesimo appare colorato e zone di egual colore corrispondono a zone di egual pressione acustica. Nella

figura 2 sono riportate tre fotografie ottenute per tre diversi valori del rapporto D/λ con un quarzo immerso in xilolo. Da esse sono stati rile-

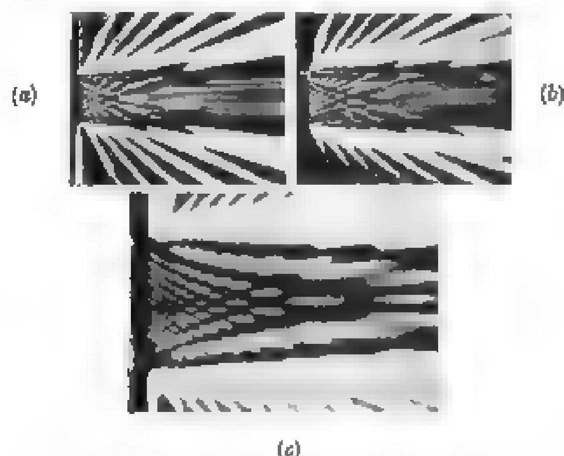


Fig. 3. — Campo ultrasonoro nella immediata vicinanza del quarzo: a) $D/\lambda = 8,31$, b) $D/\lambda = 10,38$ c) $D/\lambda = 14,36$

vati gli angoli secondo i quali l'intensità della radiazione ultrasonora è minima. I valori ottenuti differiscono di circa $1 \div 2$ % da quelli rica-

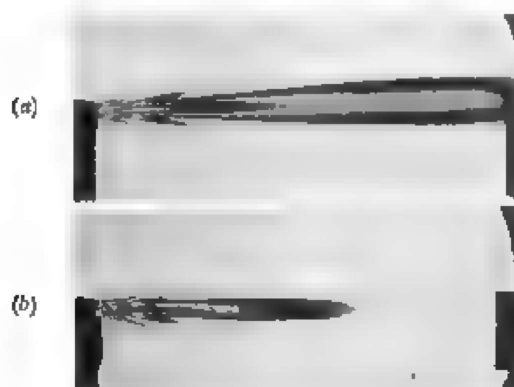


Fig. 4. — Campo ultrasonoro di due quarzi eguali, irradianti in xilolo (a) o in benzolo (b).

vati dalla formula di Kirchhoff per la diffrazione di un'onda attraverso una fenditura nel caso di Fraunhofer

Le fotografie della figura 3 rappresentano le immagini del campo ultrasonoro nella immediata vicinanza del quarzo immerso in xilolo (*a* e *b*) o in benzolo (*c*). I punti di massimo illuminamento corrispondono ai massimi d'intensità, quelli di minimo illuminamento ai minimi. Essi giacciono sopra parabole e iperboli. È data di ciò un'interpretazione geometrica che risulta in accordo soddisfacente con i risultati sperimentali.

Per l'esame della distribuzione dell'intensità del campo ultrasonoro, viene adoperato il metodo delle isocrome. Nel dispositivo precedente, lo schermo anulare B_2 si sostituisce con uno schermo forato in modo da utilizzare soltanto la luce non diffratta. In luce bianca, l'immagine del campo risulta anche in questo caso variamente colorata. Lungo linee di egual colore l'intensità degli ultrasuoni è costante.

Per un'analisi fotografica, a causa della diversa sensibilità delle comuni emulsioni ai vari colori, l'immagine del campo ultrasonoro non risulterebbe conforme alla realtà, sicchè conviene anche in tal caso usare luce monocromatica.

Le fotografie della figura 4 ottenute da due quarzi eguali, irradianti in xilolo (*a*) e in benzolo (*b*), mostrano, in fine, l'influenza del diverso assorbimento dei due liquidi per la radiazione ultrasonora. *O. B.*

GENERATORI, OSCILLATORI, TRASMETTITORI.

H. B. R. Boosman e R. P. Wirtz — **Organi per l'accordo dei trasmettitori e dei ricevitori.** (Philips Transmitting News, marzo 1941, VIII, 1, pag. 3-16, con 30 fig.).

Per variare con rapidità, precisione e semplicità la frequenza di un trasmettitore o di un ricevitore, una soluzione teoricamente perfetta si ottiene adoperando cristalli. Questi però sono di uso poco elastico ed in ogni caso richiedono l'aggiustamento di altri circuiti nelle apparecchiature di cui fanno parte.

Per raggiungere l'accordo su un certo numero di frequenze prefissate, è quasi generale l'effettuazione delle variazioni di frequenza per mezzo di commutatori, i quali inseriscono in circuito induttanze e capacità addizionali.

Quando sia richiesto che il comando di sintonia di un ricevitore o di un trasmettitore copra con continuità un vasto campo di frequenza, il mezzo più efficace per ottenere un'accurata regolazione di questa grandezza è quello di suddividere il campo di lavoro in diverse gamme. Tale frazionamento giova alla stabilità elettrica, perchè permette di scegliere nel modo migliore le costanti dei circuiti, e giova alla stabilità termica, perchè la capacità residua, la quale può essere compensata praticamente in modo completo, costituisce una parte assai grande rispetto alla capacità variabile, la cui compensazione termica è invece difficilmente attuabile. Se il campo di frequenze coperto è molto vasto

e si mantiene praticamente costante il rapporto fra la minima e la massima frequenza di ogni gamma, la sensibilità della regolazione varia notevolmente passando dalla gamma a frequenze più elevate a quella a frequenze più basse, in quanto in tal caso l'apertura delle gamme cresce al crescere della frequenza. Tale situazione di cose è da evitarsi, perchè, se l'apertura delle gamme è molto grande e si desidera una variazione lineare di frequenza, il condensatore variabile risulta con lamine troppo allungate e quindi di notevole ingombro e molto microfonico. Solitamente si restringe l'apertura delle gamme (frequenze elevate) inserendo un condensatore fisso in serie con quello variabile e se ne allarga l'apertura aumentando la capacità del condensatore variabile per mezzo di una sezione che si inserisce in parallelo, quando si passa alle frequenze più basse.

La precisione nell'aggiustamento della frequenza dipende essenzialmente dalla precisione della lettura sulla scala graduata ed è limitata principalmente dai giuochi dei comandi meccanici. Perciò si usano scale e quadranti con grande sviluppo, scale a spirale, noni o scale ticoniche, lenti di ingrandimento, scale addizionali funzionanti da verniero, indici piatti con la costa normale al quadrante o formati con materiali trasparenti di notevole spessore muniti di traguardi sulle due facce, e così via. I grafici di taratura sono in genere poco comodi, migliori sono le tabelle di taratura, ancora meglio è segnare direttamente le frequenze sulla scala.

Per rendere più rapida la manovra di accordo, i comandi relativi possono avere un rapporto di demoltiplica basso per l'aggiustamento grossolano ed elevato per quello definitivo. La maggiore efficacia si ottiene però con i sistemi di *manopola con arresti*, i quali presentano i vantaggi di avere una precisione indipendente dal tempo speso nell'aggiustamento e di richiedere personale abile soltanto per la regolazione preliminare, mentre quella successiva può essere fatta anche da persone inesperte.

In questi sistemi interessa fondamentalmente la « precisione di ripetizione », definita come la deviazione angolare rispetto alla posizione prefissata che si ottiene eseguendo un certo numero di aggiustamenti nei due sensi di rotazione. I limiti di questa precisione sono stabiliti dai giuochi e dalle deformazioni elastiche. In una manopola con arresti di lavorazione accurata si può ottenere una precisione di ripetizione di $2' \div 4'$, secondo la forza di reazione.

I requisiti principali che deve avere una manopola con arresti sono:

— possibilità di normale accordo manuale, indipendente dal funzionamento degli arresti

— aggiustamento degli arresti senza attrezzi speciali e possibilmente eseguibile dal pannello frontale;

— possibilità di effettuare spostamenti molto piccoli intorno alla frequenza prefissata,

— nel caso di uso di servomotore, possibilità di un funzionamento manuale di soccorso.

I dispositivi di questo genere possono essere classificati in vari tipi in base al loro principio meccanico. Nella figura 1 è mostrato il caso di una *manopola con un disco a camme ed un arresto* (tipo I). Il disco (2) è fissato sull'albero di comando (1) e porta le camme aggiustabili (3) le

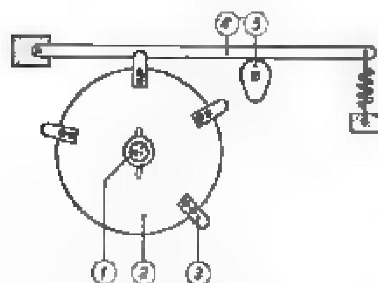


Fig. 1. — Manopola con un disco a camme ed un arresto (tipo I).

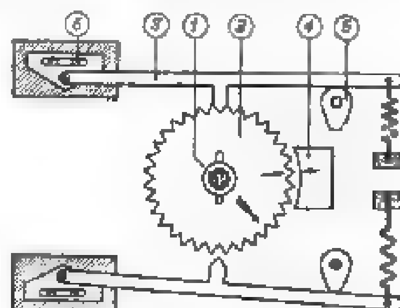


Fig. 2. — Manopola con un disco e più arresti (tipo II).

quali si investono sotto l'arresto (4) che può essere messo fuori servizio dall'eccentrico (5). Questo dispositivo è di funzionamento molto semplice, ma ha l'inconveniente che ogni camma occupa all'incirca 10° della scala, cosicchè le frequenze prefissate debbono essere convenientemente distanziate; inoltre, se l'apparecchio ha più gamme di funzionamento, l'arresto in corrispondenza di una gamma occupa una zona nella quale non possono essere prefissate le frequenze delle altre gamme.

Nella figura 2 è riportato lo schema di principio di una *manopola con un disco a più camme e più arresti* (tipo II), in cui le camme ravvicinate costituiscono una dentatura. Sull'albero (1) è montata una ruota (2) fra i cui denti può entrare l'arresto (3). L'aggiustamento della frequenza fra due denti successivi si ottiene allentando le viti (6) e spostando l'arresto (3). Gli arresti possono essere messi fuori servizio dagli eccentrici (5). Questo tipo di manopola non ha gli inconvenienti lamentati per il tipo I, ma non è altrettanto semplice per le operazioni di prestabilimento ed inoltre con più di quattro arresti il diametro diviene eccessivamente grande.

Un altro principio di funzionamento è quello mostrato nella figura 3, che rappresenta una *manopola con più dischi e più arresti* (tipo III). Il tamburo (2) è fissato sull'albero (1) ed è solidale con il disco (3) che ha una cava (6) su cui si innesta l'arresto (4). Se l'eccentrico (5) è in posizione opportuna si ottiene l'impegno degli elementi (4 e 6) e il fermo dell'albero. Nel tamburo (2) sono montati più dischi con i loro corrispondenti arresti, uno sopra l'altro. In questa attuazione esiste un selettore, dalla posizione del quale dipende l'arresto che viene impegnato e cioè la frequenza che viene prefissata. Il diametro delle manopole di questo genere non dipende dal numero degli arresti, i quali sono sovrap-

posti ed aumentano solo l'ingombro della manopola in profondità. Lo spessore di ogni singolo disco può essere ridotto a 1 mm soltanto e l'intera pila di dischi, fissata al tamburo con quattro viti frontali, dà luogo ad un insieme molto compatto e costruttivamente molto semplice.

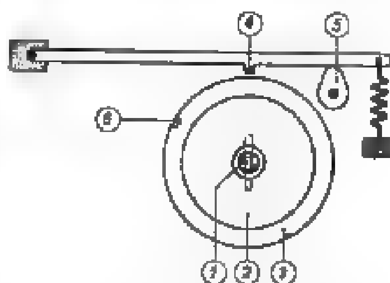


Fig. 3. — Manopola ad arresti con più dischi e più arresti (tipo III)

Quando venga richiesta la predisposizione di due sole frequenze, si può ricorrere a dispositivi più semplici. Un esempio è la *manopola ad una camma e due arresti* (tipo IV) il cui schema di principio è rappresentato nella figura 4. Il disco (2) è calettato sull'albero (1) e la posizione angolare è determinata dall'investimento della camma (2) sui fermi (3). Per essa esiste sempre la limitazione osservata per il tipo I, ma in questo caso gli arresti possono avere dimensioni minori ed essendo disposti su di un cerchio più largo riducono l'ingombro angolare.

Il prestabilimento di frequenze molto vicine è possibile con una *manopola con due camme e due fermi a 180°* (tipo V) come nella figura 5.

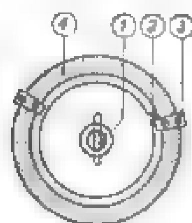


Fig. 4. — Manopola ad arresti con una camma e due arresti (tipo IV).

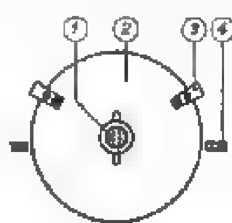


Fig 5. — Manopola ad arresti con due camme e due fermi a 180° (tipo V)

Il disco (2) è calettato sull'albero (1) e la posizione angolare è determinata dall'investimento di una delle camme (3) sui fermi (4)

Oltre ai tipi classificati vi sono altre svariate soluzioni applicate ad apparecchi militari, che richiedono un'estrema praticità di manovra. Quando in un apparecchio gli elementi d'accordo non sono allineati e comandabili da uno stesso asse, occorrono più manopole ad arresti per la disposizione di ognuno degli assi in tali casi si cerca di comandare i movimenti di questi con una sola manopola agente su diversi gruppi di circuiti accordati Le manovre da eseguire, quando siano eccessivamente pesanti possono essere affidate a servomotori, questi divengono poi indispensabili quando l'accordo venga eseguito a distanza considerevole.

G. M. G.

MATERIALI.

W. WOLFF e G. POHLER — **Ricerche su fili smaltati per apparecchi di telecomunicazione.** (E. N. T., luglio 1941, XVIII, 7, p. 156-171, con 34 fig.)

Sono evidenti i vantaggi dei fili smaltati rispetto ai fili coperti con seta o cotone, sia per la migliore utilizzazione dello spazio, sia per le minori perdite dielettriche specialmente in presenza di umidità. Per potere però usare tranquillamente fili smaltati in apparecchiature per telecomunicazioni si è trovato necessario eseguire accurate ricerche per migliorare, sia i procedimenti di fabbricazione, sia i metodi di prova, allo scopo di raggiungere un grado di immunità da difetti adeguato a questo nuovo uso. (Si ricordi in proposito l'elevato grado di sicurezza richiesto dalle apparecchiature telefoniche). Gli autori riferiscono sul lavoro svolto in questo senso dal laboratorio centrale dell'A. E. G.

Gli smalti per fili si possono distinguere in tre gruppi e cioè: smalti naturali a base di olio di lino, copale, e così via, smalti sintetici a base di resine di condensazione o polimerizzazione; smalti misti composti di sostanze dei due tipi.

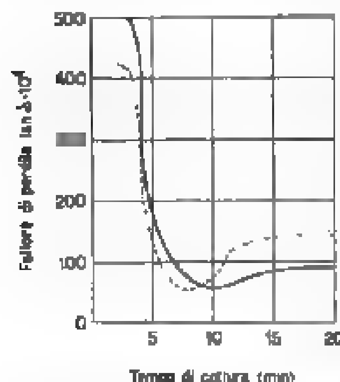


Fig. 1. — Influenza del tempo di cottura sul fattore di perdita.
——— misure alla frequenza di 800 Hz
- - - - - misure alla frequenza di 10 000 Hz.

Il fattore di perdita tan δ va da 30 ÷ 40 · 10^{-4} per smalti naturali sino a 50 ÷ 150 · 10^{-4} per smalti sintetici, per smalti misti si hanno valori intermedi.

Si è trovato che l'angolo di perdita è una caratteristica molto influenzata da difetti di fabbricazione e, con ricerche sistematiche, si è potuto studiare con molta precisione l'effetto del tempo di cottura, delle uniformità dei successivi strati, e così via. Si è visto che, specialmente per lacche miste il tempo di cottura è molto critico, come risulta dalla figura 1. Contemporanee ricerche microfotografiche hanno pienamente confermato i risultati delle misure dell'angolo di perdita. Importanza sull'esito del trattamento hanno molti particolari del processo di fabbricazione; tra l'altro è necessario esercitare un severo controllo sul filo da ricoprire e sulle sostanze costituenti la lacca.

Per il filo smaltato finito vengono ricordate le prescrizioni D.I.N. Viene descritto un attrezzo per la prova della durezza dello strato di smalto, il quale si è rivelato molto utile. La prova di gran lunga più interessante e significativa è risultata peraltro essere quella di torsione,

che da sola è sufficiente a dare un'idea della composizione chimica e della qualità dello strato di smalto, e permette di classificare i fili smaltati secondo una scala di qualità. Per questa prova un pezzo di filo di determinata lunghezza viene fissato ad un estremo e collegato all'altro ad un mandrino munito di un quadrante per leggere l'angolo di rotazione. Il filo viene torto sino a che con una lente non si notano fessure nello smalto. Il tipo di fessura dà utili informazioni sulla composizione dello smalto, mentre dai dati di torsione, con una formula, si ricava un indice assoluto di qualità che misura l'aderenza e l'elasticità dello strato di smalto.

Vengono poi descritti apparecchi per la prova di tensione del filo, per la ricerca del numero di guasti su lunghi spezzoni e per indagini analoghe; sono riferiti i risultati più significativi delle varie misure. Si descrivono infine le prove di umidità, clima tropicale, riscaldamento elettrico del filo, infiammabilità della lacca, e simili. Particolare attenzione è richiamata sulla prove chimiche di immersione in olio, in cera e in altre sostanze. *G. C.*

MISURE.

F. Lieblang. – **Apparecchiatura per la misura in serie di coefficienti di temperatura di condensatori.** (A. T. M., febbraio 1941, 116, pag. T 26-27, con 5 fig.).

L'introduzione dei condensatori ceramici nella tecnica delle radiofrequenze ha permesso di ridurre e compensare, con un'opportuna scelta dei materiali ceramici che li costituiscono, l'influenza delle variazioni di temperatura sui circuiti oscillatori. Questa compensazione può venir effettuata soltanto se sono conosciuti con molta esattezza i valori dei coefficienti di temperatura dei condensatori da adoperare. Ha quindi grande importanza per l'industria l'attuazione di un apparecchiatura che permetta di determinare codesto coefficiente su serie di condensatori con esattezza e rapidità.

Il metodo di misura deve essere caratterizzato da un lato dalla precisione che si esige e dall'altro dalla gamma delle capacità e dei coefficienti di temperatura che si vogliono esaminare. Normalmente alle radiofrequenze si usano condensatori da 5 a 3000 μμF, con coefficienti di temperatura da $5 \cdot 10^{-6}$ a $800 \cdot 10^{-6}$ per grado centigrado. Sono così necessarie misure di variazioni di capacità dell'ordine di grandezza di $1 \cdot 10^{-6}$ μμF μμF per grado di variazione di temperatura, di un esattezza quindi molto superiore a quella delle misure correnti.

Nell'apparecchiatura che viene descritta (fig. 1), la misura della variazione di capacità prodotta da un cambiamento di temperatura si riporta ad una misura di variazione di frequenza, eseguita con un metodo a battimenti. Il condensatore in esame fa parte di un oscillatore *O.1* (*O.2*, ...). La determinazione del coefficiente di temperatura avviene

attraverso due misure della frequenza di questo oscillatore, una a t_0 ed una a $t_0 + \Delta t$ gradi centigradi.

La misura alla temperatura iniziale t_0 viene eseguita direttamente a radiofrequenza, per confronto, applicando ad un paio di placche di deflessione del tubo a raggi catodici I la frequenza dell'oscillatore $O.1$,

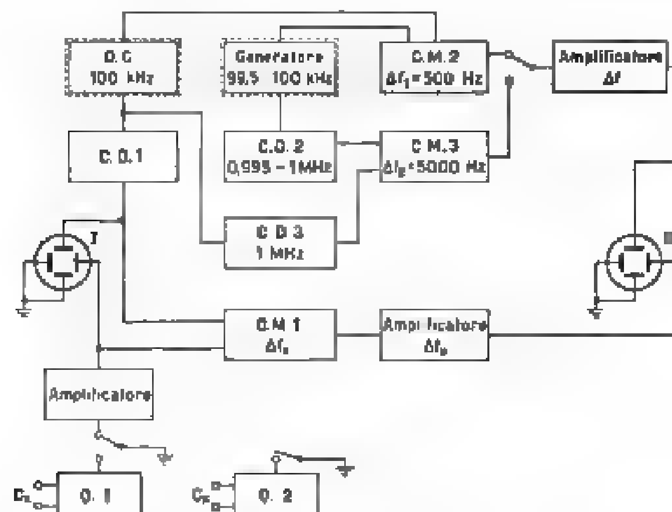


Fig. 1. — Schema dell'apparecchiatura per la misura del coefficiente di temperatura · parti in termostato.

e all'altro paio, attraverso un circuito distorcente $C\,D\,1$, una corrispondente armonica dell'oscillatore campione $O\,C.$, comandato a quarzo. La frequenza dell'oscillatore $O.1$ viene variata finemente con un variometro, fino a che appare sullo schermo una figura di Lissajous ferma.

La variazione Δf della frequenza, corrispondente a quella Δt della temperatura viene determinata con un secondo tubo a raggi catodici (II) una tensione di frequenza Δf, differenza delle frequenze f_0 dell'oscillatore campione ed f_1 dell'oscillatore $O.1$ contenente il provino, viene applicata, attraverso un circuito mescolatore $C\,M\,1$ ed un amplificatore, ad un paio di placche deviatrici, all'altro paio è applicata la tensione a bassa frequenza di un oscillatore a battimenti, la cui frequenza viene variata fino a che sullo schermo non si ottenga una figura di Lissajous ferma. Il coefficiente di temperatura del condensatore in esame è allora dato da

$$\frac{2}{f_0}\,\frac{\Delta f}{\Delta t}\,\frac{C_x + C_0}{C_x}\,,$$

dove C_0 è la capacità totale del circuito dell'oscillatore $O.1$ senza la capacità C_x del provino, ed f_0 la frequenza dell'armonica del quarzo.

La tensione dell'oscillatore a battimenti è ottenuta mescolando (circuito *C.M* 2) la tensione dell'oscillatore campione a 100 kHz con quella di un generatore con circuito oscillatorio accuratamente compensato per le variazioni di temperatura. Tanto questo generatore quanto l'oscillatore campione sono tenuti in termostato. Frequenze variabili fra 0 e 500 Hz possono venir misurate con l'approssimazione di ±0,25 Hz. Con due circuiti distorcenti, *C.D.*2 della tensione del generatore e *C.D* 3 della tensione dell'oscillatore campione, ed un mescolatore *C.M* 3 si possono ottenere frequenze fra 0 e 5000 Hz con la stessa esattezza relativa.

Il riscaldamento dei provini è stato eseguito con corrente d'aria riscaldata. Per ottenere un'elevata rapidità di misura sono stati costruiti diciotto oscillatori *O*.1, *O* 2, ..., collocati su un tavolo circolare, contenenti ciascuno un condensatore in esame. Il centro del tavolo è occupato dall'apparecchiatura di misura, mobile intorno ad un asse verticale. Così un operatore durante la condizionatura di uno dei provini può eseguire le misure su altri già condizionati, senza inutili perdite di tempo. *G. G.*

MODULAZIONE E RIVELAZIONE.

E. Hoelzler **Effetto della distorsione che si presenta durante la trasmissione di segnali modulati in frequenza attraverso reti selettive.** (E. N. T., maggio 1941, XVIII, 5, pag 106-117, con 22 fig.).

Dopo di avere ricordato i pregi della modulazione di frequenza e brevemente illustrato le sue peculiarità, si mostra come la principale causa di distorsioni non lineari risieda in una non lineare caratteristica di fase.

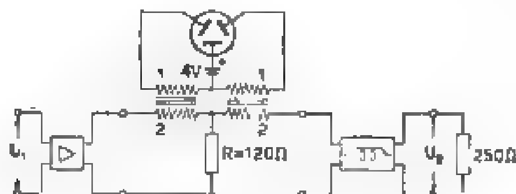


Fig. 1. — Schema del limitatore

Manipolando in modo opportuno le formule che esprimono la distorsione, questa può rappresentarsi con buona approssimazione mediante la: $k_f = \omega_e \cdot T_0 \cdot k_a$; dove k_f è la percentuale di armoniche risultante nel sistema con modulazione di frequenza, k_a la percentuale di armoniche che risulterebbe in un sistema con modulazione di ampiezza avente come caratteristica non lineare di trasmissione la curva di fase del sistema prima considerato, T_0 la derivata rispetto ad ω della fase in corrispon-

denza della portante, ω_p infine la pulsazione di modulazione in corrispondenza della quale si vuole calcolare la distorsione.

Per verificare tale formula è stato allestito un complesso che, dovendo essere privo di distorsioni proprie per consentire la precisa misura delle distorsioni provocate dalle reti studiate, presenta particolarità interessanti. Il limitatore mostrato nella figura 1 è del noto tipo a diodo, ma per una migliore azione limitatrice usa una disposizione a ponte, in modo che il funzionamento è ottimo quando la resistenza interna del diodo è eguale ad R. (Questo limitatore è stato proposto nel 1938 da Wiegand).

Notevole è anche il demodulatore rappresentato nella figura 2. Il circuito $L_1C_1C_2$ è accordato in modo da presentare la risonanza in serie

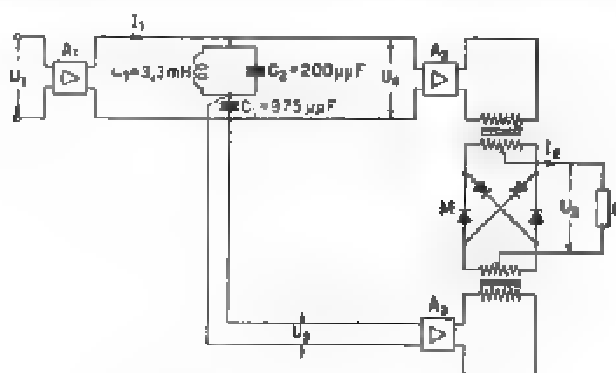


Fig. 2. — Schema del demodulatore.

in corrispondenza della portante (86,2 kHz) ed è alimentato a corrente costante da un pentodo, contenuto nell'amplificatore A_1; allora U_4 è in quadratura con I_1 (che è in fase con U_1) e varia linearmente con la frequenza istantanea di U_1 passando per zero quando U_1 ha la frequenza di 86,2 kHz. La tensione U_2 è invece praticamente costante e pure in quadratura con I_1; essa viene amplificata ed adoperata come portante in un modulatore ad anello alimentato sull'altra diagonale da U_4. L'uscita è proporzionale soltanto alla componente di U_4 in quadratura con I_1 (non alla componente di U_4 in fase, che dipende dalle perdite del circuito) e quindi è proporzionale alla frequenza di U_1 con ottima precisione.

I risultati sperimentali riportati confermano la formula approssimata per h_f, almeno entro la precisione possibile per tali misure necessariamente delicate. G. C.

RICEVITORI

H. E. RICE — **Apparecchiatura industriale per l'allineamento dei ricevitori a modulazione di frequenza.** (Proc. I. R. E., ottobre 1941, XXIX, 10, pag. 551-554, con 5 fig.).

Per l'allineamento e il rilevamento rapido delle caratteristiche di sensibilità, fedeltà, selettività e distorsione nei ricevitori di onde modulate in frequenza è stata costruita un'apparecchiatura che centralizza la produzione e la distribuzione delle tensioni calibrate in ampiezza, frequenza e modulazione. Tutto il complesso, montato in un'unica colonna verticale costituita da otto pannelli sovrapposti, ha particolari doti di compattezza ed è particolarmente studiato per le necessità di una fabbrica di radioricevitori.

Il pannello superiore contiene un oscillatore a frequenza intermedia (4,3 MHz), con modulazione di frequenza ottenuta movendo con un motorino una delle armature di un condensatore in parallelo sul circuito oscillatorio. La tensione modulata prodotta alimenta una linea bilanciata con impedenza d'entrata di 150 Ω. Nel medesimo pannello è sistemato anche un oscillatore a quarzo a 4,3 MHz; una parte della tensione di uscita alimenta una linea, un'altra parte viene inviata alla griglia di segnale di un tubo convertitore, la cui sezione triodo oscilla a 75 kHz. Si ottengono così tre frequenze marcatempo, di 4,3 e 4,3 ± 0,075 MHz rispettivamente, che servono per rilevare le caratteristiche di selettività.

Il terzo, quarto e quinto pannello contengono tre generatori a modulazione di frequenza (fig. 1), questi utilizzano lo schema Crosby per la regolazione della frequenza. Il secondo pannello contiene tre generatori a frequenza acustica, 70, 400, 10 000 Hz rispettivamente, e lo stadio finale d'uscita per i generatori a modulazione di frequenza. I primi hanno la frequenza regolata con multivibratori. Lo stadio finale ha tre tubi 6L6 connessi con un comune carico anodico passa-banda, mentre le griglie sono eccitate dai tre generatori a modulazione di frequenza. Viene alimentata una linea bilanciata con una tensione che all'ingresso è di 5 V e dopo 60 metri di cavo si riduce a 1,5 V.

Nei tre pannelli inferiori (sesto, settimo e ottavo) sono sistemati sette alimentatori a regolazione elettronica; nel sesto è collocato inoltre un motore che fa un giro al minuto e comanda un commutatore triplo per cui è possibile inviare ciascuna frequenza acustica per 20 secondi al generatore a 46 MHz.

Il complesso, provvisto naturalmente dei necessari voltmetri e di numerosi regolatori, è sistemato entro stanza schermata, con questo accorgimento e bilanciando le linee si è riusciti ad ottenere che la tensione residua, dovuta all'irradiazione, non superi 1 μV.

Con l'apparecchiatura in questione vengono alimentati, mediante tre linee (*A*, *B*, *C*), numerosi attenuatori, aventi un'alta impedenza

d'entrata (10 000 Ω) e una bassa impedenza di uscita (37 Ω puri). Essi sono provvisti di un voltmetro elettronico tarato da 1 a 10 e di sei bottoni di selezione, mediante i quali è possibile ridurre la tensione d'ingresso nei rapporti 1, 10, 100, 1000, 10 000, 50 000, con scatti cioè di 20 dB ciascuno, tranne l'ultimo (di circa 14 dB).

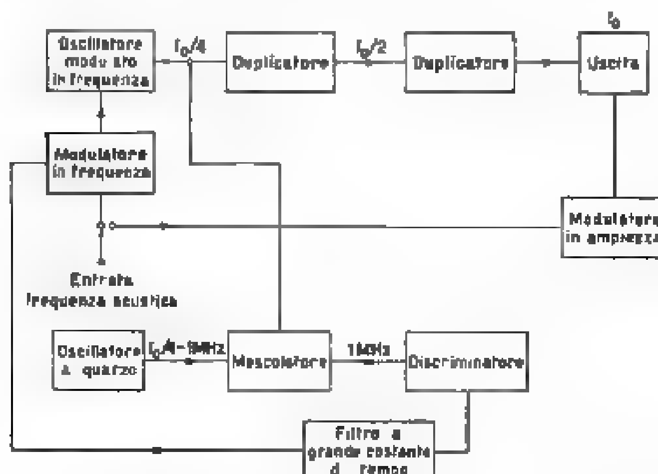


Fig. 1. — Schema di massima dei generatori modulati in frequenza.

La linea *A* trasporta la tensione a 48,5 MHz, modulata in frequenza con 400 Hz e con un'escursione di ± 22,5 kHz, la tensione a 46 MHz, modulata in frequenza a 70, 400, 10 000 Hz, per periodi di 20 secondi ciascuno, con escursione di ± 22,5 kHz, la tensione a 43 MHz, modulata in ampiezza con 400 Hz al 30 %. La linea *B* serve per i 4,3 MHz modulati a 60 Hz, con escursione di ± 150 kHz, con un marcatempo sovrapposto (oscillatore a quarzo), che fornisce righe a 4,225, 4,3, 4,375 MHz. La linea *C* trasporta infine una tensione non modulata a 4,3 MHz, per allineare il discriminatore.

Com'è evidente, la linea *A* serve per eseguire le misure di sensibilità convenzionale e di fedeltà, la *B* per le misure di selettività, utilizzando l'oscillografo catodico, la *C*, finalmente, per allineare il discriminatore (fig. 1). *C. E.*

CRONACA TECNICA

ACUSTICA APPLICATA ED ELETTROACUSTICA.

Nel numero del gennaio 1942 della *Rev. techn. Philips*, R. Vermeulen prova come la conoscenza delle leggi che regolano la riflessione dei suoni abbia permesso di assicurare eccellenti caratteristiche alle sale da teatro e da concerto. Egli porta come esempio l'**acustica della nuova sala del teatro municipale di Utrecht.** La stretta collaborazione fra l'architetto W. Dudok e gli specialisti del laboratorio d'acustica della Philips ha permesso di soddisfare le esigenze d'ordine estetico ed acustico

Superfici riflettenti, abilmente scelte, hanno permesso di migliorare la percezione del suono nelle zone mal servite. Nello stesso modo la riverberazione, nella quale le note gravi sono preponderanti, è stata migliorata imbottendo la parte inferiore dei muri con finto cuoio bianco questo rivestimento assicura un'eccellente riflessione delle note acute La differenza d'acustica, o più esattamente la differenza di tempo d'eco, fra una sala affollata e una vuota, è stata praticamente soppressa guarnendo le poltrone di un tessuto che assorbe il suono nella stessa misura degli abiti degli spettatori Senza questi accorgimenti il tempo d'eco del locale vuoto sarebbe di 10 secondi circa, valore inammissibile, esso invece, sia in presenza di spettatori, sia in assenza di questi, non supera 1,2 secondi ciò che corrisponde perfettamente al valore predeterminato. Questo risultato prova con quale precisione si possano attualmente calcolare le proprietà acustiche delle sale da spettacolo. *I.*

FISICA GENERALE.

Le *Commentationes Pontificiae Academiae Scientiarum* pubblicano nel numero 9 del volume V una memoria su di un **metodo per l'analisi statistica dell'intensità sonora del linguaggio.** Essa riprende l'argomento di numerosi lavori dovuti ad A. Gemelli e riguardanti lo studio del linguaggio, dei quali si sono già date notizie [1]

[1] A. F., 1940, IX, p. 434; e precedenti note ivi citate.

Nei primi due capitoli, aventi il carattere di un ampia introduzione, si discutono i criteri da seguire nelle indagini sull'intensità sonora ed i metodi adoperabili per esse, determinando poi i limiti entro cui è lecito applicare i procedimenti statistici allo studio del linguaggio.

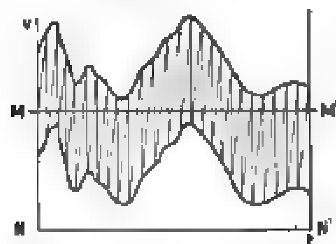


Fig. 1. — Andamento, in funzione del tempo, della tensione applicata al sistema di deviazione verticale dell'oscillografo.

Nel terzo capitolo, dopo un esame critico dei metodi seguiti da vari autori per ottenere una registrazione automatica dell'andamento dell'intensità sonora, si illustra un nuovo modo di procedere, che permette di eseguire un rilievo continuo della distribuzione statistica di una qualsiasi grandezza, le cui variazioni possano essere tradotte in corrispondenti variazioni di una tensione elettrica. Nelle sue linee generali il procedimento è il seguente: alla tensione in esame viene sovrap-

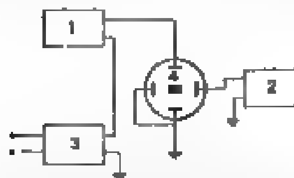


Fig. 2. — Schema del dispositivo di misura 1) oscillatore a denti di sega collegato alle placche per la deviazione verticale, 2) oscillatore a denti di sega destinato a riempire l'area di registrazione, 3) voltmetro di cresta (lineare o logaritmico), 4) tubo catodico con rettangolo da fotografare


Fig 3 — Esempio di registrazione su lastra fotografica.

posta una tensione a denti di sega e la risultante, il cui andamento nel tempo è rappresentato schematicamente nella figura 1 viene applicata al sistema di deviazione verticale di un oscillografo a raggi catodici. Si fotografa la striscia luminosa così ottenuta occultando il tratto corrispondente al rettangolo *NMM'N'* e si ottiene una striscia nella quale ogni punto corrisponde ad un certo valore della tensione in esame e presenta un annerimento che è funzione del tempo di esposi-

zione, ossia del tempo durante il quale la tensione in esame è stata superiore al valore corrispondente a quel punto. Applicando al sistema di deviazione orizzontale un altra tensione a denti di sega, di frequenza molto più elevata della prima, è possibile dare alla striscia una larghezza opportuna.

La figura 2 indica schematicamente il dispositivo e la figura 3 riporta un esempio delle registrazioni fotografiche. Queste vengono esaminate

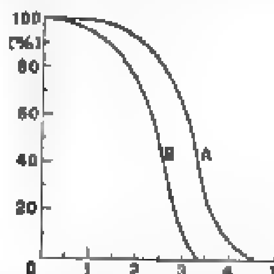


Fig. 4. — Curve statistiche dell'intensità della voce: *a*) di un soggetto che ha declamato ad alta voce un brano di prosa, *b*) dello stesso soggetto, che ha declamato lo stesso brano di prosa, dopo essere stato affaticato declamando ad alta voce, per quattro volte di seguito, lo stesso brano.

mediante un densografo e si ottengono così curve del tipo di quelle riprodotte, a titolo di esempio, nella figura 4, ove sono riportate come ascisse le intensità *I* e come ordinate le percentuali dei tempi di esposizione proporzionali all'annerimento della lastra. Da queste due curve, che si riferiscono alla distribuzione statistica dell'intensità della voce durante la declamazione di un brano di prosa, si può vedere chiaramente l'influenza della fatica sull'intensità stessa.

Col metodo descritto sono stati eseguiti numerosi rilievi. Dei risultati ottenuti, e delle altre possibili applicazioni del metodo che vengono ricordate brevemente, sarà data notizia in successive memorie.

G. B. M.

MISURE

Della **schermatura di amperometri per radiofrequenza** parla J. D. Wallace nel fascicolo di *Proc. I. R. E.* del gennaio 1941.

Un amperometro per radiofrequenza che venga inserito nella parte ad alta tensione di un circuito è percorso, oltre che dalla corrente da misurare, anche da una corrente capacitiva fra i vari elementi dell'apparecchio e le masse circostanti. Tale corrente può venire ridotta a valori trascurabili racchiudendo tutto l'amperometro in un opportuno schermo connesso al morsetto di entrata nello strumento, da un foro di detto schermo sporge il morsetto di uscita. In questo modo le parti interne

dell'amperometro sono effettivamente schermate e si ha soltanto in parallelo sul generatore la capacità dello schermo dell'amperometro verso le masse circostanti. In pratica si è visto che basta fare in metallo il normale involucro dello strumento, utilizzando per completare la schermatura anche alcune delle parti costituenti l'amperometro stesso, come, ad esempio, il quadrante.

La misura dell'efficacia della schermatura si effettua in modo molto semplice lasciando libero il morsetto di uscita dell'amperometro e portando il morsetto di entrata alla stessa tensione a radiofrequenza a cui esso verrà sottoposto durante l'uso. L'eventuale lettura dello strumento dà la misura della residua corrente capacitiva dovuta alle imperfezioni di schermatura. *G. C.*

VIBRAZIONI MECCANICHE.

Nell'*En. El.* del marzo 1941, C. De Gregorio espone **nuovi indirizzi nell'analisi delle vibrazioni delle macchine**.

Dopo di aver elencato i più recenti sistemi per la misura di vibrazioni meccaniche, vengono messi in rilievo i vantaggi dei sistemi elettrici e in particolare quelli dei metodi piezoelettrico e fotoelettrico, facendone notare la diversità dei pregi. L'analizzatore piezoelettrico, che presenta maggiori vantaggi rispetto al fotoelettrico, per quanto si riferisce all'amplificazione, non dà una buona registrazione, perchè disturbato dal fenomeno della risonanza (che tanto più facilmente si manifesta, quanto maggiore è la frequenza delle oscillazioni), e non può rilevare le vibrazioni di piccoli organi, perchè l'applicazione dello strumento disturba il fenomeno. Il metodo fotoelettrico, essendo un raggio luminoso l'elemento che collega la parte in vibrazione al misuratore, risulta senza influenza sulle vibrazioni dell'organo in studio, e inoltre non presenta l'inconveniente delle oscillazioni meccaniche proprie e dell'inerzia.

Esperienze eseguite dall'autore, sia con un vibrometro piezoelettrico, sia con un vibrometro fotoelettrico, fanno rilevare il pregio della facilità di manovra e della grande sensibilità, senza che si renda necessaria, per il primo apparecchio, un'eccessiva amplificazione.

Viene infine ribadito il concetto che dal rilievo delle vibrazioni in una macchina è possibile dedurre il buon funzionamento dei singoli organi, la minore o maggiore efficienza della lubrificazione, la solidità del basamento e via dicendo. *P. F.*

- LUBIANA
- CERVIA
- L'AQUILA
- ZARA
- TRIESTE II
- BOLOGNA II

*Le nuove stazioni trasmittenti impiantate dall'*E. I. A. R. *in tempo di guerra*

CONDENSATORI DUCATI

I CONDENSATORI ELETTROLITICI

Benchè la possibilità di formare una pellicola isolante su elettrodi metallici fosse stata riscontrata dal Wheatstone nel 1885, solo nel 1896 si ebbe, ad opera di Pollak, il primo condensatore elettrolitico di qualche importanza applicativa.

Innumerevoli perfezionamenti nei processi di formazione dell'anodo, nella preparazione dell'elettrolita, nella forma e nel trattamento preliminare delle armature, si susseguirono per oltre un ventennio prima di portare questa categoria di condensatori all'attuale grado di efficienza e di sicurezza nel funzionamento, di compattezza e di praticità dell'uso.

Particolarmente importante in questo senso è stata la creazione dei tipi ad elettrolita immobilizzato che ha permesso la disposizione ad avvolgimento delle armature diminuendo lo spessore di elettrolita ed aumentandone la sezione attiva.

Ulteriore diminuzione di dimensioni si è ottenuta recentemente con i tipi ad anodo inciso chimicamente che permettono di realizzare, a pari lunghezza di nastro, capacità da 5 a 10 volte maggiore.

Con tali perfezionamenti tecnici e costruttivi il condensatore elettrolitico ha trovato largo uso nei filtri di livellamento delle tensioni raddrizzate o comunque ricche di ondulazioni.

Nei radio-ricevitori i condensatori elettrolitici vengono anche usati, in speciali tipi a bassa tensione, nella polarizzazione catodica per gli stadi a frequenza acustica.

Anche nella saldatura elettrica il condensatore elettrolitico ha permesso nuovi progressi tecnologici fornendo la possibilità di accumulare economicamente energia e produrre correnti istantanee di decine di migliaia di ampere.

Un nuovo campo di applicazione per i condensatori elettrolitici si è poi aperto con i tipi per tensioni alternate che sono particolarmente idonei per l'avviamento dei motori monofas. ad induzione.

Chiedete le pubblicazioni tecniche e consulenza, alla DUCATI, Bologna o Sedi di Milano, Roma e Napoli

DUCATI

SOCIETÀ SCIENTIFICA RADIO BREVETTI DUCATI - BOLOGNA

Costruzioni radio-elettro-ottico-meccaniche di precisione

VOL. XI - N. 10 (PUBBLICAZIONE MENSILE) OTTOBRE 1942-XX

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

AEI

ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2/2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

VOL. XI — OTTOBRE 1942-XX — N. 10

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità:* Milano (2/2), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3/1189.

È gradita la collaborazione dei lettori. Gli scritti dei singoli Autori non impegnano la Redazione e quelli della Redazione non impegnano il Comitato Direttivo. I manoscritti non si restituiscono.

ABBONAMENTO ANNUO . . . L. 50
PER I SOCI A.E.I. o S.I.F. » 40
UN NUMERO SEPARATO . . » 6

ANNATE ARRETRATE: I (1932), L. 30; II (1933), III (1934), IV (1935), V (1936), VI (1937), L. 40 CIASCUNA; LE SUCCESSIVE, L. 50 CIASCUNA.

SOMMARIO

Summarische Uebersichten in deutscher Sprache
Résumés en langue française - English summaries

Vol. XI Ottobre 1942 XX N. 10

ALTA FREQUENZA



Misure rapide di impedenza.

Forse in nessun ramo dell'elettrotecnica accade, come in quello delle misure, di trovare ancor oggi adoperati, senza sostanziali modificazioni, metodi sviluppati già da molte decine di anni, in un'epoca cioè che in rapporto all'età di codesta tecnica e ai progressi compiuti dalla maggior parte delle sue applicazioni, vien fatto di considerare come ormai remota. Se infatti alcune particolari misure, come ad esempio quelle di frequenza, si possono attualmente compiere secondo metodi sostanzialmente nuovi e conseguendo precisioni irraggiungibili fino a pochi anni or sono, altre invece, ed in particolare quelle di resistenza, capacità e induttanza, si effettuano ancora con schemi noti da molto tempo, divenuti ormai classici.

I progressi in questo campo assumono perciò in genere un aspetto un po' particolare. Da un lato, successivi affinamenti tendono a migliorare la precisione di metodi già conosciuti, eliminando cause di errori sistematici, dall'altro vengono sviluppati nuovi procedimenti che, anche se non presentano vantaggi per quanto riguarda la massima precisione conseguibile, rendono la misura più facile e più spedita, e risultano quindi vantaggiosi per l'esecuzione di rilievi in serie.

Un esempio di quest'ultima specie di sviluppi è offerto dal metodo descritto dall'ingegnere MADELLA per la misura rapida di impedenze a frequenza acustica. Esso non richiede l'uso di particolari apparecchiature meccaniche, come accade ad esempio nel caso di ponti per corrente alternata ad equilibramento automatico ed è perciò alla portata di laboratori aventi un'attrezzatura anche relativamente modesta.

La possibilità di determinare separatamente il modulo e l'argomento dell'impedenza incognita, e la semplicità delle manovre necessarie per l'esecuzione della misura, rendono il metodo particolarmente adatto al rilievo di diagrammi d'impedenza. Chi conosce l'importanza di tali diagrammi — per esempio, nello studio del modo di comportarsi di trasduttori elettroacustici — apprezzerà senza dubbio il passo compiuto sulla via della semplificazione del loro rilievo.

Commutatori elettronici.

Il funzionamento del tubo elettronico fu già grossolanamente assimilato, specie nei primordi, a quello di un rubinetto o di una valvola, anzi da questo paragone derivò la prima denominazione di « valvola », che non è tuttora scomparsa dall'uso. In particolare, fra le molteplici funzioni del piccolo ed eclettico apparecchio v'è quella che permette di considerarlo come un interruttore ([1]) di caratteristiche singolari ed assai apprezzabili specialmente sotto l'aspetto della prontezza e della mancanza d'inerzia.

Chi ne conosce i pregi, intuisce sùbito come, unito ad opportuni circuiti, il tubo elettronico permetta l'attuazione delle forme più complesse di interruttori, cioè dei commutatori, che in questo caso potranno chiamarsi elettronici. Le applicazioni di una simile classe di apparecchi sono ovviamente svariatissime e rimangono ancora ben lungi dall'essere tutte utilizzate.

Un caso particolare e di speciale interesse è quello dei commutatori per la registrazione contemporanea dell'andamento di più grandezze sullo schermo di un oscillografo a raggi catodici munito di un solo pennello elettronico. Le diverse soluzioni e gli accorgimenti necessari per tale applicazione, che sono passati in rassegna nell'articolo dell'ingegnere IOPPOLO, hanno come scopo comune che, grazie alla persistenza delle tracce luminose sullo schermo fluorescente, risultino visibili, contemporanee e distinte le immagini relative a più grandezze in esame.

Il lavoro offre un particolare interesse anche perchè presenta ed illustra un apparecchio che risolve con vari perfezionamenti il problema ora detto. Il dispositivo è stato studiato e viene costruito industrialmente in Italia, esso costituisce un'ulteriore conferma pratica di come si possano ottenere con piena soddisfazione sul mercato nazionale prodotti pur molto speciali che fino a poco tempo fa dovevano essere cercati soltanto all'estero.

LA REDAZIONE.

([1]) Si veda, per esempio:
F. VECCHIACCHI. Tubi elettronici come interruttori comandati - A. F. 1939, VIII, p. 789.

METODO PER LA MISURA RAPIDA DI IMPEDENZE ELETTRICHE A FREQUENZA ACUSTICA

GIOVANNI BATTISTA MADELLA

Si descrive un metodo per la misura di impedenze, che presenta il vantaggio di una notevole rapidità. Esso si presta ugualmente bene, e senza bisogno di modificazioni, alla misura di impedenze capacitive od induttive e si è rivelato perciò particolarmente adatto al rilievo del diagramma di impedenza dei bipoli di tipo qualunque.



1. - Premesse.

È noto che l'unico elemento concreto che si può ricavare da una misura di impedenza è il rapporto complesso tra la tensione applicata ai capi del bipolo in esame e la corrente che circola in esso. È opportuno osservare che le misure di impedenza vengono considerate generalmente da un punto di vista un po' diverso. Si suppone cioè di poter considerare il bipolo come costituito dall'insieme di alcuni elementi, generalmente un elemento ohmico e un elemento reattivo, e si cerca, mediante la misura, di determinare il valore di tali elementi. Si tralascia qui una discussione dei limiti entro i quali una tale ipotesi può essere valida e opportuna, e si osserva soltanto come spesso si presentino casi in cui un tale modo di procedere risulta assolutamente ingiustificato.

Ciò avviene in particolare quando si considerano elementi con impedenza dipendente da numerosi parametri, i cui legami possono anche non essere ben noti. Si consideri ad esempio l'impedenza elettrica presentata da un trasduttore elettroacustico quale un telefono o un altoparlante. Essa può assumere, al variare della frequenza, valori diversi, che dipendono anche dall'impedenza acustica su cui il trasduttore eroga potenza, ma nulla autorizza ad interpretarla come dovuta ad un'unica coppia di parametri elettrici, che risulterebbero fra l'altro variabili con la frequenza.

2. - Metodi per la misura delle impedenze.

Per quanto le considerazioni sopra svolte si riferiscano essenzialmente all'interpretazione dei risultati della misura, esse possono avere

qualche influenza sulla scelta del metodo da seguire per l'esecuzione di questa. È noto infatti che molti dei metodi a ponte generalmente in uso sono particolarmente adatti a misurare impedenze il cui punto rappresentativo, nel piano complesso, sia compreso entro un determinato angolo, talvolta anche abbastanza ristretto. Ciò non porta nessun inconveniente quando ci si proponga di misurare induttanze, condensatori o resistenze aventi un piccolo residuo, ma rende le misure assai scomode quando si voglia rilevare un diagramma di impedenza comunque distribuito nel piano complesso. È opportuno, in tali casi, ricorrere a circuiti di misura appositamente studiati per questo scopo. Si cita fra questi il ponte di Feist-Haak, che permette di misurare impedenze di qualunque natura, rilevandone direttamente il modulo e l'argomento. Ciò appare assai conveniente quando si desideri, ad esempio, ricercare le risonanze di un sistema o, più in generale, individuare alcuni punti caratteristici del suo diagramma di impedenza, in quanto tale ricerca, se effettuata con i metodi prima ricordati, risulta notevolmente laboriosa.

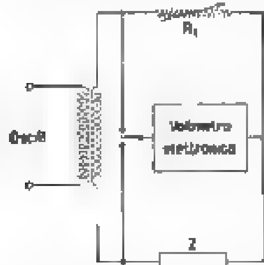


Fig. 1 — Schema di dispositivo per la misura del modulo di un'impedenza.

Un procedimento che può risultare particolarmente comodo da questo punto di vista è quello che consiste nel paragonare, mediante un voltmetro elettronico ad alta impedenza, le tensioni che si manifestano ai capi dell'impedenza incognita e a quelli di una resistenza campione, quando entrambe siano attraversate da una stessa corrente. Nella figura 1 si riporta lo schema di questa disposizione.

In luogo del semplice voltmetro elettronico, che obbliga ad eseguire ripetute commutazioni durante la ricerca della condizione di zero, è evidentemente possibile fare uso di un voltmetro differenziale, si ottiene così un mezzo semplicissimo e rapido per la determinazione del modulo di un'impedenza. Qualche maggiore difficoltà si presenta invece per la determinazione dell'argomento. È stato proposto (1) di effettuare una seconda misura dopo aver aggiunto, in parallelo all'impedenza incognita, un'altra impedenza di valore noto ed opportunamente scelto. È così possibile dedurre, mediante calcoli relativamente semplici, l'angolo di fase dell'impedenza incognita, avendosi soltanto un'indeterminazione nel segno, la quale può essere eliminata per varie vie. Sono state successivamente pubblicate tabelle che facilitano l'esecuzione dei calcoli suddetti (2). Si deve tuttavia notare che questo metodo, pur

(1) A. T. Starr: An aperiodic impedance measuring set - W. E., 1932, IX, p. 325.
(2) J. Steffensen, Simplifying the practical use of the Starr impedance measuring set. - W. E., 1932, IX, p. 512.

risultando meno laborioso degli usuali metodi a ponte, non permette di rendere la misura dell'argomento indipendente da quella del modulo, e non consente quindi come si è osservato, di effettuare la ricerca preliminare dei punti caratteristici di un diagramma d'impedenza

3. - Nuovo metodo proposto.

Riprendendo in esame la disposizione illustrata nella figura 1, si può osservare che il problema di determinare l'argomento dell'impedenza incognita Z può essere ricondotto a quello di determinare la relazione di fase fra le tensioni che si manifestano ai capi di Z e a quelli della resistenza campione R_1 È evidente che ciò si potrebbe conseguire mediante l'uso di un fasometro elettronico o mediante confronto diretto delle fasi

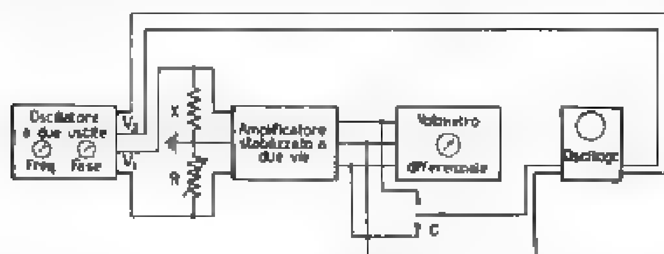


Fig 2. — Schema generale dell'apparecchiatura proposta per la misura rapida di impedenze

all'oscillografo. Un'altra soluzione possibile sarebbe quella di variare la fase di una delle due tensioni in esame, fino a renderla eguale a quella dell'altra, e misurare lo spostamento di fase introdotto. L'opportunità di conseguire una precisione notevole ha però suggerito di adottare un'altra soluzione, la cui possibilità è stata offerta da un particolare tipo di oscillatore, che ci si riserva di descrivere prossimamente. Tale oscillatore è capace di fornire due tensioni isofrequenziali la cui fase relativa può venire variata a piacere, in modo assai preciso ed indipendente dalla frequenza. È allora possibile alimentare il circuito di misura mediante una delle due tensioni e portare l'altra in fase successivamente con quelle che si manifestano ai capi della resistenza di riferimento e a quelli dell'impedenza incognita l'argomento di questa è così fornito semplicemente per differenza. La verifica dell'uguaglianza di fase della tensione ausiliaria con le due tensioni in esame può essere eseguita con grande precisione mediante un oscillografo a raggi catodici.

Lo schema generale del dispositivo risulta pertanto quello rappresentato nella figura 2. Per effettuare la misura si varia la resistenza R

(2) F. Vecchiacchi Applicazioni varie dei tubi elettronici R. C. XLI Riunione A. E. I 1936, IV, p. 240

fino a che il voltmetro differenziale segni zero; poichè l'amplificazione dell'amplificatore è uguale per i due canali, si è ottenuta con ciò l'esatta uguaglianza delle ampiezze delle tensioni applicate a X e a R. R dà il modulo di X. Si commuta ora C successivamente sui due morsetti di uscita dell'amplificatore, variando ciascuna volta la fase di V_2 fino ad ottenere l'uguaglianza di fase delle due tensioni applicate all'oscillografo. La differenza tra le due letture sul quadrante della manopola variatrice di fase dell'oscillatore dà la differenza tra gli argomenti di X e di R, cioè senz'altro l'angolo di fase di X, essendo R una resistenza pura.

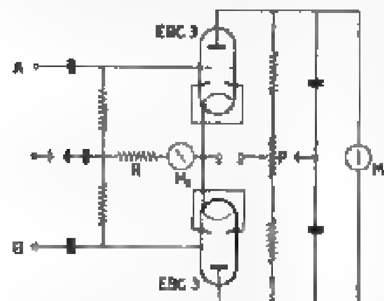
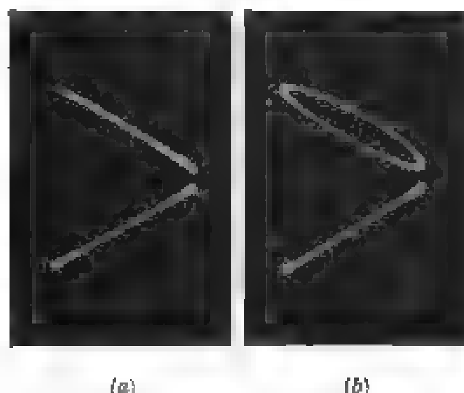


Fig. 3. — Schema elettrico del voltmetro differenziale.

In un'apparecchiatura destinata, come quella che qui si descrive, all'effettuazione di misure rapide, è essenziale che il rivelatore di zero, pur essendo sensibile a piccoli squilibri, sia protetto contro eventuali sovraccarichi. Ciò si è conseguito mediante un particolare circuito differenziale il cui schema è riprodotto nella figura 3. Si supponga di applicare al morsetto A una tensione alternativa avente una determinata ampiezza. Nel circuito di griglia del tubo corrispondente si stabilisce, in seguito a rettificazione, una componente continua di corrente che provoca una caduta di tensione ai capi della resistenza R ed in conseguenza polarizza negativamente anche la griglia del secondo tubo. Se allora la tensione alternativa applicata in B è anche di poco inferiore a quella applicata in A, il tubo corrispondente risulta bloccato e lo strumento M_1 indica lo squilibrio di corrente anodica che ne consegue. La tensione alternativa applicata in B può tuttavia venire diminuita ancora, od anche annullata, senza che lo squilibrio di corrente anodica aumenti ulteriormente. Mediante un pulsante è possibile applicare ai due morsetti di entrata una stessa tensione, allo scopo di verificare la condizione di zero, che viene eventualmente ritoccata mediante il potenziometro P. Sullo strumento a zero centrale M_1 si possono apprezzare con facilità scarti fra le due tensioni di ingresso di circa 3 per mille. A zero ottenuto, lo strumento M_2 indica il valore comune alle due tensioni.

L'amplificatore a due canali non presenta particolarità degne di rilievo. Mediante un uso appropriato di controreazione mista, a comando di tensione e di corrente, si è conseguita una buona stabilità. Anche per l'amplificatore si è prevista la possibilità di applicare ai due morsetti d'ingresso una stessa tensione, per verificare l'uguaglianza dell'amplificazione dei due canali, che viene eventualmente ritoccata mediante una resistenza variabile inserita in una delle due catene di controreazione. L'errore di fase dei due amplificatori è risultato, per le frequenze usuali, assolutamente trascurabile, ed è stato perciò superfluo

provvedere per esso un organo di correzione. Un'altra commutazione permette di scambiare fra loro le due tensioni applicate ai morsetti.



(*a*) (*b*)

Fig. 4. — Esempi di immagini ottenute sullo schermo di un tubo a raggi catodici, usando l'apparecchiatura descritta in connessione con un commutatore elettronico: *a*) tensioni in fase, *b*) tensioni spostate in fase di circa 30°.

Il deviatore *C* può venire utilmente sostituito da un commutatore elettronico, che permette di compiere la misura della fase senza eseguire nessuna commutazione manuale. Le immagini sullo schermo dell'oscillografo si presentano allora nel modo riprodotto nella figura 4.

4. - Precisione conseguibile e risultati sperimentali.

La precisione del metodo di misura dipende da diversi fattori

a) La precisione con cui si possono determinare, sul quadrante dell'oscillatore speciale, incrementi di differenze di fase. L'errore che affetta tale determinazione è risultato inferiore a 1°.

b) La simmetria dell'amplificatore a due canali e del voltmetro differenziale. Mediante una costruzione accurata, gli errori dovuti a questa causa possono essere contenuti entro limiti assai ristretti e divenire trascurabili rispetto a quelli dovuti ad altre cause.

c) La precisione con cui si può apprezzare l'uguaglianza di fase mediante l'oscillografo. Questo elemento dipende evidentemente dal tipo di oscillografo usato. Con uno schermo di 12 cm di diametro e con una buona concentrazione del pennello elettronico si possono agevolmente rilevare differenze di fase inferiori ad 1°.

d) L'influenza della purezza delle tensioni generate dall'oscillatore. Eventuali impurità della tensione V_1 usata per la misura possono causare errori nella valutazione del modulo e dell'argomento dell'impedenza. La purezza della tensione ausiliaria V_2 è invece meno essenziale,

in quanto un'eventuale impurità può al massimo rendere meno facile il confronto delle fasi mediante l'oscillografo. In ogni modo le tensioni generate dall'oscillatore presentano fattori di distorsione inferiori al 0,2% che non alterano minimamente la precisione di misura conseguibile.

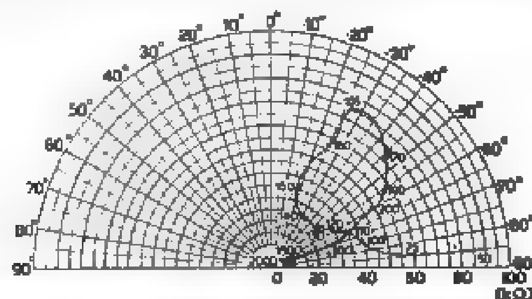


Fig. 5 — Diagramma d'impedenza di un altoparlante piezoelettrico rilevato mediante l'apparecchiatura descritta. Le quote dei punti indicano le frequenze in hertz.

e) L'influenza di un'eventuale non linearità dell'elemento in prova. Non è possibile fare previsioni riguardo all'influenza di questo fattore, senza fare ipotesi particolari sulla natura di tale non linearità. Si deve tuttavia osservare che, per elementi aventi caratteristiche non lineari, il concetto stesso di impedenza cessa di avere un significato preciso.

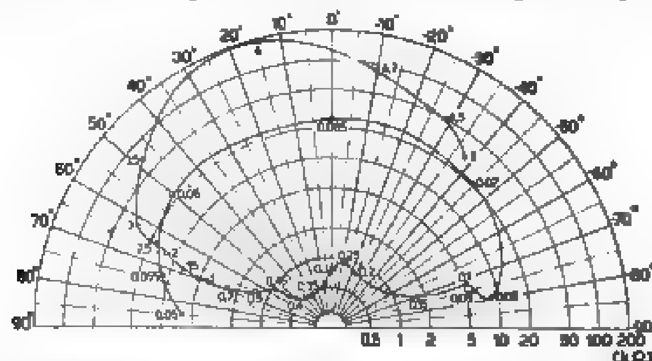


Fig. 6. — Diagramma dell'impedenza d'ingresso di un filtro di banda (banda passante 200-400 Hz) rilevato mediante l'apparecchiatura descritta. I raggi vettori sono riportati in scala logaritmica, le quote dei punti indicano le frequenze in kilohertz.

Complessivamente si è constatata la possibilità di eseguire correntemente misure commettendo errori inferiori a 2 % ed a 2° rispettivamente nella valutazione del modulo e dell'argomento. Tale precisione può venire migliorata verificando prima di ogni misura il bilanciamento dell'amplificatore a due canali e del voltmetro differenziale.

Nelle figure 5 e 6 sono riportati, a titolo di esempio, due diagrammi di impedenza rilevati con l'apparecchiatura descritta. Il primo è relativo ad un altoparlante piezoelettrico ed il secondo ad un filtro passa-banda. Il rilievo completo del primo diagramma, eseguito in corrispondenza di 16 frequenze diverse, non ha richiesto più di 7 minuti. Il rilievo dello stesso diagramma, mediante uno degli usuali metodi a ponte, avrebbe richiesto un tempo notevolmente maggiore.

Lo scrivente ringrazia il professore A. Gigli per i preziosi consigli ricevuti, ed è grato inoltre al professore G. Vallauri per il suo interessamento.

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris.

COMMUTATORI ELETTRONICI MULTIPLI PER OSCILLOGRAFI A RAGGI CATODICI

GAETANO IOPPOLO

Dopo una breve rassegna dei tipi di commutatori elettronici già attuati si esamina il sistema di commutazione con tensione sinusoidale. Si trovano le condizioni a cui deve soddisfare la frequenza di commutazione per ottenere un'immagine netta di n segnali e si esamina l'influenza del tempo di passaggio del raggio elettronico da una curva all'altra e un metodo per sopprimere la traccia del passaggio modulando l'intensità del raggio. Si descrive infine un apparecchio triplo, costruito seguendo questi principi, e si mostrano alcuni esempi di applicazioni, fra cui quelle per il rilievo di fenomeni transitori e per la misura dei tempi di attrazione e di rilascio dei relè.

1. - Generalità.

L'importanza sempre maggiore assunta dagli oscillografi a raggi catodici multipli e contemporaneamente le numerose difficoltà tecnologiche e di funzionamento che essi presentano hanno fatto sorgere il bisogno di un apparecchio che possa commutare periodicamente le placchette deviatrici di un tubo oscillografico sulle varie tensioni che si vogliono osservare. Con un tale apparecchio, se si tratta di fenomeni a regime, siccome l'asse dei tempi è unico per tutte le tensioni e non è sincronizzabile che su una sola frequenza, si possono osservare contemporaneamente sullo schermo soltanto onde che hanno frequenze uguali o multiple fra loro. Ciò tuttavia non è un grave inconveniente, perchè per lo più si vogliono rilevare le relazioni di fase e di forma fra le tensioni in vari punti di uno stesso circuito e perciò si soddisfa la precedente condizione per la frequenza. Se si tratta invece di fenomeni transitori e se si fotografano le curve servendosi di un tubo con schermo ad alta persistenza, le limitazioni sono imposte unicamente dalla frequenza di commutazione come verrà specificato meglio in seguito.

Brown (1) e Woodruff (2) hanno attuato sistemi commutanti mecca

(1) C. B. BROWN: Simultaneous traces with the cathode ray oscillograph - Electronics, 1933, VI (6), p. 170.

(2) L. F. WOODRUFF: Multielement operation with the cathode ray oscillograph - El. Engng., 1935, LIV, p. 1045.

nici azionati da motori sincroni, che tuttavia, oltre ad essere ingombranti, non permettono di ottenere frequenze di commutazione sufficientemente elevate quali convengono in molti casi. Sistemi con vibratori o raddrizzatori a secco sono stati descritti da Pfannenmüller [3] e sono oggetto di brevetti tedeschi e francesi, ma sono più adatti ad oscillografi meccanici che ad oscillografi catodici ed hanno l'inconveniente di poter reagire sui circuiti in esame

Procedimenti più rispondenti alle necessità degli oscillografi a raggi catodici usano tubi elettronici amplificatori che funzionano intermittentemente, triodi [4], pentodi [5], esodi [6] Per ciascuna onda c'è un tubo amplificatore che viene periodicamente portato all'interdizione, in maniera che in ogni istante vi sia uno solo dei tubi che trasmette il suo impulso alle placchette deviatrici verticali dell'oscillografo. I vari sistemi citati si differenziano essenzialmente per il modo secondo cui vengono pilotati gli amplificatori intermittenti. In genere la tensione usata per la commutazione è ottenuta da un multivibratore di Abraham e Bloch ed un esempio tipico è quello dato da Dorsman e De Brouin [7], rappresentato nella figura 1. Alle griglie schermo dei due pentodi 1 e 2 è applicata una tensione di forma rettangolare con frequenza di 10 000 Hz ricavata dal multivibratore costituito dai due pentodi 3 e 4

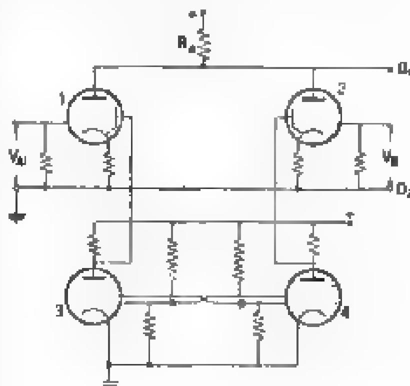


Fig. 1. — Commutatore elettronico doppio di Dorsman e De Brouin.

---

(3) H. Pfannenmueller, Aufnahme mehrerer Vorgänge mit Einfach-Oszillographen über Schnellschalter - A T M 1936, 62 p T 103 V 365)

(4) R Sewig Simultanaufzeichnung mehrerer Vorgänge mit dem Kathodenstrahloszillographen - Z f. techn Phys, 1933 XIV, p. 152

I. B. Davidson Double-wave device for use with a cathode-ray oscillograph - J S. I., 1934, XI p. 359

(5) L. Garceau, Duplex cathode-ray oscillograph - R. S I., 1935, VI, p. 171,

R. H George, H J. Heim. H. F. Mayer a. C. S. Roys A cathode ray oscillograph for observing two waves - El. Engng, 1935, LIV p 1005

H. K. Hughes: Thyratron selector for double trace cathode-ray oscillograph - R. S. I, 1936, VII, p. 89.

C. Dorsman et S. L. De Brouin Un commutateur électronique - Rev. techn. Philips, 1939, IV, p. 280

(6) F C. Williams a. R. K. Beattie A multi-channel oscillograph amplifier - W E, 1939, XVI p, 126.

(7) Loc cit. nota (5)

Com'è ben noto, questo funziona in modo che per un semiperiodo passa una grande corrente nel tubo 3, mentre il 4 è all'interdizione, e nell'altro semiperiodo la stessa corrente passa nel tubo 4 mentre il 3 è all'interdizione. La tensione alla placca del tubo 3 è quindi per mezzo periodo all'incirca uguale alla tensione di alimentazione, e per mezzo periodo assume un valore molto vicino a zero. La tensione alla placca del 4 ha le stesse variazioni, ma con un ritardo di fase di 180°. I tubi 1 e 2 hanno quindi la tensione di griglia schermo positiva, e perciò amplificano, alternativamente ad ogni semiperiodo; i loro anodi sono connessi in comune alla resistenza di carico R_s ed all'entrata O_1 dell'oscillografo, che riceve alternativamente i segnali delle tensioni V_A e V_B d'ingresso.

Con questi ed altri simili sistemi, purchè si scelga opportunamente la frequenza di commutazione, si ottengono buone immagini, ma si ha l'inconveniente di non poter osservare contemporaneamente più di due onde.

2. – Commutazione con tensione sinusoidale.

Per ottenere la riproduzione di un numero indefinito di onde occorre fare la commutazione con tensioni di forma opportuna, ricavate però tutte per spostamenti di fase da una tensione sinusoidale che è la sola che si presti a ciò senza essere deformata. Una tale commutazione, limitata a due sole onde, è stata attuata da Garceau [8] nel modo che risulta dallo schema della figura 2. Sulle griglie schermo di due pentodi 1 e 2 vengono inviate due tensioni in controfase di frequenza 50 kHz. Quando alla griglia schermo del tubo 1 arriva la semionda positiva della tensione di commutazione, esso amplifica, mentre contemporaneamente il tubo 2 non lascia passar niente perchè la sua griglia schermo ha tensione negativa. L'inverso avviene nel semiperiodo seguente: sullo schermo dell'oscillografo le due tensioni V_A e V_B si manifestano come gli inviluppi rispettivamente superiore e inferiore dell'onda di 50 kHz.

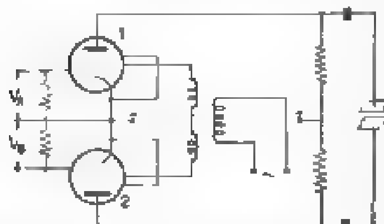


Fig. 2. — Commutazione con tensione sinusoidale di Garceau.

Un'immagine esente dai difetti che presenta il sistema precedente si ottiene deformando la tensione sinusoidale, come è mostrato nella figura 3 [9], ed applicandola alla griglia di soppressione di un pentodo

[8] Loc. cit. nota [8].
[9] Loc. cit. nota [8].

o meglio alla griglia g_3 di un esodo, facendo ancora coincidere il potenziale del catodo con quello rappresentato dai tratti *bc*, *gh*, ...; si ottiene così un funzionamento intermittente del tubo. Negli intervalli di tempo corrispondenti a codesti tratti la griglia g_3 si trova allo stesso potenziale del catodo e quindi il tubo funziona regolarmente come amplificatore di classe A; durante l'intervallo corrispondente al tratto *df* essa ha una tensione negativa rispetto al catodo, maggiore in valore assoluto della tensione di interdizione V_{fg3}, e quindi la corrente anodica è nulla ed il tubo non lascia passare il segnale applicato alla griglia g_1. Durante gli intervalli (detti « tempi di passaggio ») corrispondenti ai tratti *ab*, *cd*, *fg*, *hi*, ..., il tubo passa dal funzionamento normale all'interdizione o viceversa.

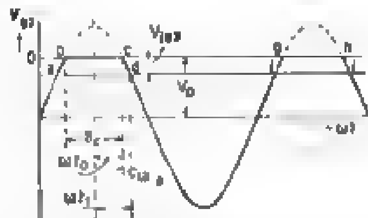


Fig. 3. — Tensione sinusoidale tagliata per la commutazione secondo gli schemi delle figure 4 e 5.

L'attuazione pratica di questo sistema è indicata nella figura 4. Alla griglia g_3 dell'esodo amplificatore è applicata la tensione, negativa rispetto al catodo, che si localizza ai capi della resistenza R durante

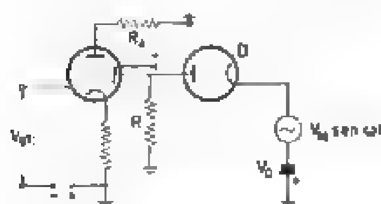


Fig. 4. — Amplificatore intermittente di Williams e Beattie.

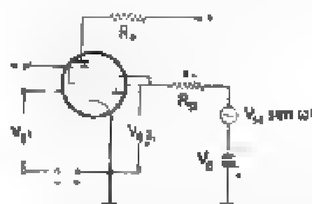


Fig. 5. — Amplificatore intermittente per commutatore elettronico ad n onde.

il passaggio della corrente nel diodo D, ciò avviene nella sola frazione di periodo in cui la somma della tensione di polarizzazione V_0 e della tensione commutante V_M sen ωt è negativa. Nelle altre frazioni di periodo, invece, in cui non passa corrente nel diodo il potenziale di g_3 è uguale a quello del catodo. Variando il valore di V_0 si varia l'ampiezza relativa del tratto *bc* (fig. 3) rispetto al periodo *bg*

Un notevole vantaggio pratico si ottiene riunendo i due tubi in uno solo, si propone lo schema della figura 5 ([10]). la tensione della griglia g_3 rispetto al catodo è uguale alla somma $- V_0 + V_M$ sen ωt finchè questa risulta negativa Non appena invece la placca del diodo diventa positiva, comincia a passare una corrente nel diodo e ciò equivale ad inse-

([10]) Per questo schema è in corso la richiesta di brevetto

rire una resistenza ϱ fra la placca del diodo e il catodo la tensione della griglia g_3 diventa perciò (essendo $R_D \gg \varrho$)

$$V_{g3} = (-V_0 + V_M \operatorname{sen} \omega t) \frac{\varrho}{R_D + \varrho} \cong (-V_0 + V_M \operatorname{sen} \omega t) \frac{\varrho}{R_D}$$



Fig. 6. — Tensione della griglia g_3 rispetto al catodo per lo schema della figura 5.

Cioè la tensione V_{g3} si riduce ad una frazione molto piccola di quella che esiste quando la tensione risultante applicata al diodo è negativa. Nell'oscillogramma della figura 6 è indicata la forma di V_{g3} per il caso di un tubo E1R con il triodo connesso come diodo secondo lo schema della figura 5, con $R_D = 1$ MΩ; si vede che il taglio è nettissimo. Se si vogliono avere n onde sullo schermo dell'oscillografo basta fare $bc/bg = 1/n$ ed applicare alle griglie g_3 di n tubi analoghi a quello della figura 5, cogli anodi connessi alle placchette deviatrici del tubo oscillografico, n tensioni come quelle della figura 3 spostate di fase fra loro di $2\pi/n$. Lo spostamento relativo avviene in modo abbastanza semplice servendosi del noto complesso a resistenza e capacità, rappresentato, ad esempio, da R_S e C_S nello schema della figura 12.

3. - Scelta delle frequenze di commutazione.

Le figure 7 *a* e *b* indicano schematicamente il percorso del punto luminoso sullo schermo dell'oscillografo per il caso di un commutatore triplo; sono queste le immagini che si vedrebbero sullo schermo se si avesse un solo ciclo dell'asse dei tempi, o meglio se la frequenza di questo fosse un sottomultiplo della frequenza di commutazione e di quella delle onde in esame (in tutte le considerazioni che seguono si suppone l'asse dei tempi sincronizzato con la frequenza delle onde in esame). Per la 7*a* la frequenza di commutazione è maggiore di quella delle onde in esame e, di conseguenza, maggiore di quella dell'asse dei tempi, per la 7*b* invece la prima frequenza è minore della seconda, ma maggiore della terza. Il caso in cui la frequenza di commutazione sia minore anche di quella dell'asse dei tempi è, per le considerazioni che seguono, di minore importanza e verrà considerato più tardi.

Come si vede dalle figure, il punto luminoso descrive, ad ogni ciclo dell'asse dei tempi, soltanto tratti più o meno lunghi delle tre onde. Perchè le varie immagini risultino continue, occorre che i tratti descritti in codesti successivi cicli non siano sempre gli stessi, ma vadano, per così dire, scorrendo sulle curve, e che tornino nella stessa posizione dopo un tempo sufficientemente breve affinchè la persistenza delle immagini sulla retina e quella sullo schermo fluorescente possano assicurare la visibilità diretta.

Si consideri ad esempio il caso della figura 7a: il tratto PQ della curva V_A si sposta, nel successivo ciclo dell'asse dei tempi, in $P'Q'$, distante ΔT_a dal precedente, essendo T_a il periodo dell'asse dei tempi, e così di seguito finchè, dopo un certo numero di tali cicli, va a sovrapporsi totalmente o parzialmente all'attuale tratto RS o ad uno analogo seguente, mentre un altro tratto precedente ritorna in PQ. La relazione generale fra il periodo di commutazione T_c e quello dell'asse dei tempi è perciò

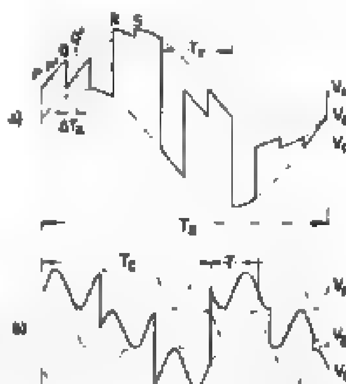


Fig. 7. — Percorso del raggio elettronico nel caso di un commutatore triplo con frequenza di commutazione rispettivamente maggiore (a) e minore (b) di quella delle onde in esame.

$$[1] \qquad \Delta T_a = T_a - KT_c \neq 0 ,$$

in cui K è un numero intero.

Perchè la luminosità della curva sia costante in tutti i punti, occorre inoltre che il punto luminoso ritorni nella stessa posizione dopo un tempo inferiore a quello della persistenza delle immagini. Per semplicità si consideri prima il caso in cui sia $m\Delta T_a = T_c$ con $m = 2, 3, 4, \ldots$. Ad ogni periodo dell'asse dei tempi, PQ avanza, come si è detto, di ΔT_a: perchè esso percorra il tratto corrispondente a T_c sono necessari $m = T_c/\Delta T_a$ periodi e il tempo occorrente è quindi

$$[2] \qquad t = \frac{T_c T_a}{\Delta T_a}.$$

Questo tempo dev'essere inferiore al tempo di persistenza delle immagini cioè a 0,05 s.

Nel caso in cui T_c non sia un multiplo di ΔT_a, se $m\Delta T_a$ è il multiplo di ΔT_a che più si avvicina, in eccesso o in difetto a T_c, il secondo membro della [2] risulta moltiplicato per il fattore $1 + \frac{T_c - m\Delta T_a}{T_c}$ che, al massimo, può diventare $1 + \frac{1}{2m}$ e quindi è molto prossimo a 1. Perciò la relazione generale si può scrivere

$$[3] \qquad \frac{T_c T_a}{\Delta T_a} < 0{,}05 \text{ s} .$$

Perchè poi il tratto PR sia coperto interamente in modo che la curva non presenti discontinuità occorre ancora soddisfare alla condizione

$$[4] \qquad \frac{T_c}{\Delta T_a} \neq n$$

Da queste relazioni si può trarre un'importante conclusione: se la frequenza dell'asse dei tempi è inferiore ad un dato limite, le relazioni [3] e [4] non possono essere soddisfatte contemporaneamente, cioè non si possono ottenere immagini continue e con luminosità costante in tutti i punti. A ciò si può ovviare solamente rendendo le discontinuità minime rispetto all'immagine totale, facendo cioè la frequenza di commutazione elevata: in questo modo si ottengono immagini punteggiate, purtuttavia se la punteggiatura è molto fine la nettezza delle curve non è infirmata.

Si consideri ora il caso in cui la frequenza di commutazione sia minore di quella dell'asse dei tempi. Il punto luminoso descrive una curva durante un certo numero di periodi dell'asse dei tempi e poi passa a descrivere le altre, ritornando alla prima dopo un periodo della tensione di commutazione. Qui le condizioni si semplificano notevolmente perchè, per assicurare la persistenza delle immagini, basta che il periodo di commutazione sia inferiore a 0,05 s. Per evitare che le tracce dei passaggi cadano sempre sullo stesso punto dello schermo e disturbino l'immagine, occorre inoltre che la frequenza dell'asse dei tempi non sia multipla di quella di commutazione.

Per ottenere buone immagini di fenomeni stazionari, bisogna perciò che la frequenza di commutazione sia elevata (maggiore di 2000 Hz) per onde di frequenza inferiore ai 200 ÷ 300 Hz, sia invece bassa (50 ÷ 200 Hz) per onde di frequenza superiore a 300 Hz e sia ancora regolabile in largo campo per poter soddisfare la relazione [1] e l'analoga per il caso $T_e > T_a$.

4. - Tempo di passaggio.

Nel passare da una curva all'altra il punto luminoso lascia sullo schermo una traccia che nuoce alla nitidezza dell'immagine e che perciò deve essere, per quanto possibile, attenuata. La regolazione della frequenza di commutazione necessaria per soddisfare la [1] fa già in modo che tale traccia scorra sullo schermo: la luminosità di ciascun tratto, la quale dipende direttamente dal numero di volte che esso è descritto nell'unità di tempo, ne risulta diminuita. L'effetto è ancora più accentuato nel caso di $T_e > T_a$, dato che la traccia è percorsa una volta mentre la curva è percorsa T_e/nT_a volte.

Poichè inoltre la luminosità dipende inversamente dalla velocità di descrizione (almeno quando questa supera un certo limite), occorre aumentare quanto è possibile la velocità di spostamento del raggio elettronico durante il passaggio, vale a dire occorre diminuire il tempo di passaggio. Per una commutazione con tensione sinusoidale come quella della figura 3, il tempo di passaggio t_p, che del resto si è già definito, è quello necessario perchè la tensione varii da V_a a $V_a - V_{g0}$. Si può introdurre l'« angolo utile » ϑ_c come l'angolo durante il quale la tensione V_{g} è uguale a quella del catodo, se ωt_a

è il tempo corrispondente e se n è il numero delle onde, si ha la relazione

$$[5] \qquad \vartheta_c = \frac{2\pi}{n} = 2\,\omega t_0 .$$

È inoltre

$$[6] \qquad V_0 = V_M \cos\frac{\vartheta_c}{2} = V_M \cos\omega t_0 = V_M \cos\frac{\pi}{n}$$

$$[7] \qquad V_0 - V_{fgs} = V_M \cos\omega t_1 = V_M \cos\omega\,(t_0 + t_p) .$$

Il rapporto V_M/V_0 è determinato da n; sostituendo perciò la [6] nella [7], si ottiene:

$$\omega t_0\left(1 + \frac{t_p}{t_0}\right) = \operatorname{arc\,cos}\left(\cos\frac{\pi}{n} - \frac{V_{fgs}}{V_M}\right) ,$$

dalla quale risulta immediatamente in base alla [5]

$$[8] \qquad \frac{t_p}{t_0} = \frac{n}{\pi}\operatorname{arc\,cos}\left(\cos\frac{\pi}{n} - \frac{V_{fgs}}{V_M}\right) - 1$$

Per diminuire questo rapporto occorre fare V_M grande rispetto a V_{fgs}.

Nella figura 8 è riportato t_p/t_0 in funzione del rapporto V_M/V_{fgs}, per 2, 3, 4 onde. Dalle curve si vede che non conviene praticamente aumentare V_M/V_{fgs} oltre 50. Il tempo di passaggio minimo, che si riesce ad ottenere con valori ragionevoli di tensioni, è quindi di circa $t_0/50$; tuttavia la luminosità della traccia non diminuisce affatto nello stesso rapporto.

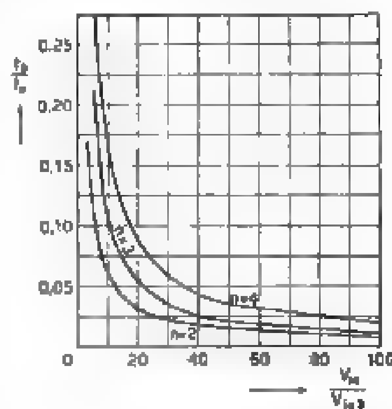
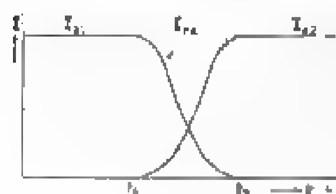


Fig. 8. — Rapporto t_p/t_0 in funzione di V_M/V_{fgs}.

Si ha ancora un altro fenomeno che disturba la nitidezza delle immagini: nel momento della commutazione di due tubi la corrente anodica passa da un dato valore di riposo ad un altro [11]. Per semplicità si supponga che le correnti anodiche dei due tubi commutati siano uguali e si esamini il fenomeno durante la commutazione. Se l'una delle cor-

[11] In genere i valori di riposo delle correnti anodiche dei vari tubi, e con essi le linee di zero dei vari segnali, si regolano aggiustando le resistenze di catodo o, meglio, variando le tensioni delle griglie schermo, con che si ha il vantaggio che entro certi limiti di regolazione l'amplificazione dei tubi resta costante.

renti diminuisse linearmente col tempo dal valore di riposo I_0 fino a zero e l'altra aumentasse con la stessa legge partendo da zero proprio nell'istante in cui la prima comincia a diminuire, la somma delle due correnti sarebbe costantemente uguale a I_0 e il raggio elettronico non avrebbe alcun disturbo. In realtà le correnti non variano linearmente col tempo, sia perchè la tensione di commutazione non è proprio lineare, sia soprattutto perchè le caratteristiche mutue $I_a = f(V_{g1})$ presentano una notevole curvatura, tanto all'inizio, quanto alla fine.


Fig. 9 — Sovrapposizione delle correnti anodiche di due tubi commutati fra loro.

Nella figura 9 sono rappresentate le correnti anodiche I_{a1} e I_{a2} di due tubi commutati fra loro, all'istante t_1, in cui si inizia la commutazione, I_{a1} comincia a diminuire e I_{a2} ad aumentare ed entrambe presentano le note curvature dovute alla non linearità della caratteristica; la curva tratteggiata rappresenta la somma delle due correnti, cioè la corrente nella resistenza anodica R_3 (fig. 5); durante l'intervallo di commutazione $t_1 - t_2$ essa presenta un avvallamento che viene riprodotto sullo schermo del tubo.

Alle immagini delle curve desiderate si sovrappongono perciò picchi, più o meno larghi secondo il tempo di commutazione, che arrecano disturbo specialmente nel rilievo fotografico di fenomeni transitori. Questi picchi nocivi possono essere ridotti, sia limitando il tempo di commutazione, sia sovrapponendo parzialmente i due intervalli di commutazione in modo da diminuire il minimo di corrente; oltre però un certo limite ciascun picco si sdoppia in due più piccoli separati da un avvallamento. In ogni caso non si riesce ad ottenere mai la continuazione perfetta delle due linee di zero.

5. – Soppressione della traccia del passaggio.

Per sopprimere queste irregolarità ed eliminare addirittura la traccia che resta sullo schermo quando il raggio passa da una curva ad un'altra, si può modulare la luminosità del fascio elettronico agendo sul cilindro di Wehnelt del tubo oscillografico, in modo da impedire che gli elettroni raggiungano lo schermo mentre avviene la commutazione.

Nel caso in cui si faccia la commutazione con tensione sinusoidale, ciò può ottenersi molto semplicemente selezionando, dopo uno stadio distorcente l'armonica corrispondente al numero di onde ed inviandola, dopo averla tagliata come nella figura 3, sul cilindro di Wehnelt. La figura 10 mostra un circuito che si è proposto ed esperimentato con buoni risultati pratici.

La parte triodo del tubo amplifica l'armonica desiderata, per esempio la terza nel caso di tre onde, il pentodo, normalmente all'interdizione,

viene pilotato dall'armonica, che deve essere sufficientemente intensa per rendere la griglia di comando positiva per l'intervallo di tempo desiderato. Il tubo a raggi catodici ha il cilindro di Wehnelt polarizzato molto negativamente in modo che gli elettroni passino solo durante il tempo in cui il pentodo è all'interdizione nell'intervallo cioè in cui al cilindro arriva un impulso positivo di tensione di forma quasi rettangolare. Con questo sistema, se la frequenza di commutazione è regolata in modo opportuno, le immagini risultano praticamente perfette, come si vede dagli oscillogrammi riportati nel seguito.

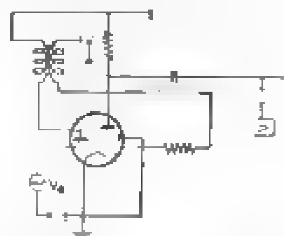


Fig. 10. - Circuito per la soppressione della traccia del passaggio

La figura 11 mostra l'apparecchio attuato: esso è triplo ed ha quattro frequenze di commutazione inseribili per mezzo di un commutatore: ognuna di queste è variabile in modo

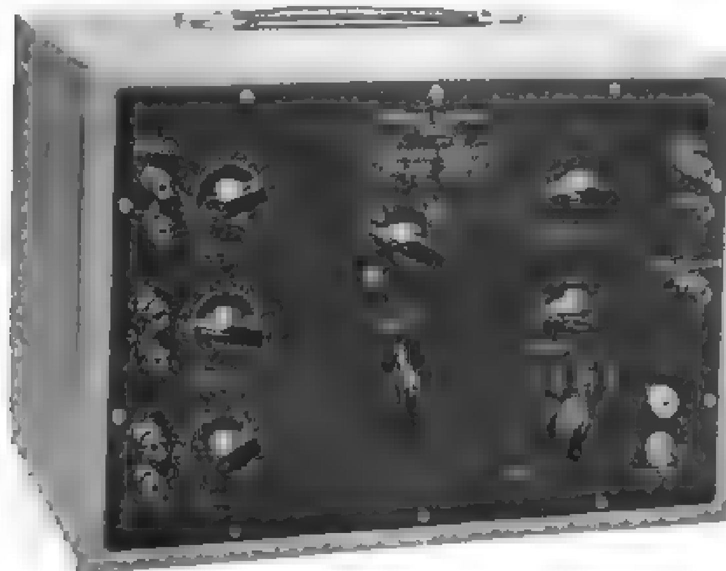


Fig. 11 Commutatore elettronico triplo

continuo in un piccolo intorno (circa il 5 %) così da poter trovare il valore più adatto per qualsiasi frequenza delle onde in esame. La più bassa frequenza di commutazione è di circa 150 Hz e la più alta di 3000 Hz.

Nella figura 12 è riportato lo schema di principio. I tubi 1, 2, 3 servono per la commutazione delle tre tensioni V_A, V_B, V_C e sono del tipo

E1R della Philips. Ognuno di essi dà un'amplificazione di 60, costante da 20 a 10 000 Hz. La tensione di commutazione è fornita dall'oscillatore 4 che è un tubo del tipo 6V6G, la sua frequenza si regola commu-

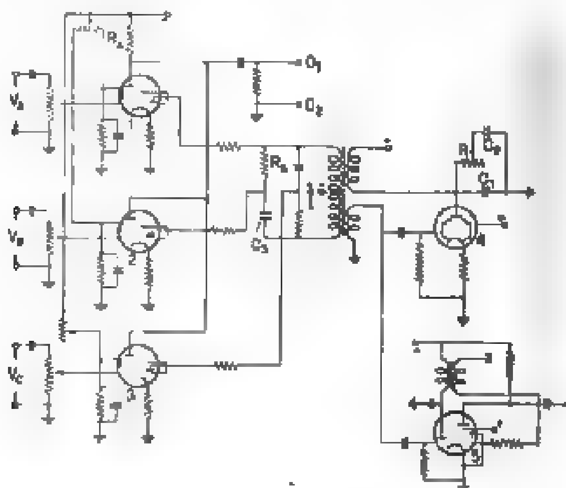


Fig 12 — Schema di principio del commutatore elettronico triplo.

tando C_1 e variando R. Il variatore di fase costituito da R_2 e C_2 è adattato alle varie frequenze variando la capacità. Il tubo 5 serve per la soppressione della traccia del passaggio.

L'alimentatore compreso nell'apparecchio, ma non riportato nella figura, si può adattare ad una tensione di rete compresa fra 110 e 220 V con frequenza 42-50 Hz. Le tensioni di entrata sono applicate alle griglie dei tubi amplificatori per mezzo di potenziometri, in modo da poter regolare l'ampiezza relativa delle tre oscillazioni. Se si pone in corto circuito uno dei condensatori di entrata, si può anche registrare sull'oscillografo l'eventuale componente continua della tensione corrispondente, la quale si manifesta come uno spostamento della linea di zero. I morsetti O_1, O_2 vanno connessi alle placchette dell'oscillografo.

6. - Applicazioni.

Le applicazioni dei commutatori elettronici multipli sono innumerevoli essi trovano utile uso in ogni caso in cui occorra vedere qual'è la fase relativa o la forma delle tensioni o delle correnti in vari punti di un circuito, servendosi di un comune oscillografo a raggi catodici.

Se la frequenza dei vari segnali è diversa, la gamma di frequenza in cui l'apparecchio funziona correttamente è stabilita dallo spostamento

di fase introdotto dagli amplificatori; essa coincide con la gamma di risposta uniforme di questi ultimi.

Se invece i segnali hanno tutti la stessa frequenza, la gamma di uso corretto si estende fino al limite in cui la tensione di uscita indistorta

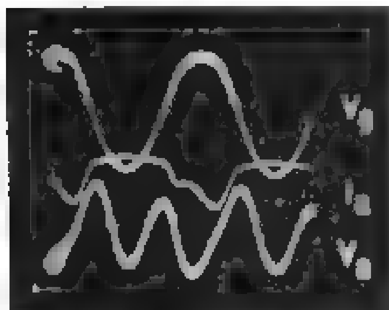


Fig. 13. — Tensione di griglia V_g, corrente anodica I_a e tensione anodica V_a di un duplicatore di frequenza.

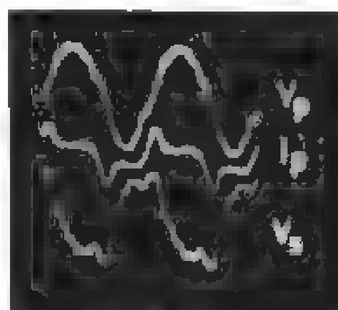


Fig. 14. — Tensione primaria V_p, corrente primaria I_p e tensione secondaria V_s di un trasformatore a ferro saturato.

degli amplificatori è ancora sufficiente a deviare visibilmente il raggio elettronico. Connettendo fra il commutatore e l'oscillografo un amplificatore a larga banda e tenendo al massimo i potenziometri di entrata, questa gamma si può estendere fino ad alcune centinaia di kilohertz.

A titolo di esempio si mostrano taluni oscillogrammi rilevati servendosi dell'apparecchio descritto nel paragrafo precedente. Nella figura 13 sono rappresentate la tensione di griglia V_g, la corrente anodica I_a e la tensione anodica V_a di un duplicatore di frequenza come quello costituito dal triodo della figura 10. La corrente anodica è rilevata inserendo una piccola resistenza in serie col primario del trasformatore accordato. La frequenza della tensione di griglia è 2500 Hz, mentre la frequenza di commutazione è 180 Hz.

Nella figura 14 sono rappresentate la tensione primaria V_p, la corrente primaria I_p e la tensione secondaria V_s di un traformatore a ferro saturato. La frequenza della tensione primaria è 42 Hz e la frequenza di commutazione circa 3000 Hz.

7. - Applicazione ai fenomeni transitori.

Per rilevare l'andamento di un fenomeno transitorio, occorre avere su uno stesso asse dei tempi almeno tre curve: una deve rappresentare la grandezza variabile che provoca il transitorio, una il fenomeno transitorio vero e proprio e la terza serve per tarare l'asse dei tempi per mezzo di una tensione alternata di frequenza nota. Le tre curve si possono

ottenere anche con un commutatore elettronico: se si vuole la registrazione fotografica del fenomeno servendosi di un tubo a persistenza elevata, occorre che la frequenza di commutazione sia grande rispetto a quella dell'asse dei tempi. In questo modo le curve sono tratteggiate e tanto meglio definite quanto più piccoli e fitti sono i tratti come limite pratico si può dire che il periodo di commutazione dev'essere al massimo un decimo della durata del fenomeno, se questo non ha andamento molto complicato.

Un metodo di esame di particolari fenomeni transitori, che consente di eliminare la necessità di tubi con schermo a grande persistenza e di avere curve che si possono osservare direttamente come se si trattasse di fenomeni stazionari, consiste nel fare variare periodicamente la grandezza che provoca il transitorio, per esempio la tensione di entrata di un quadripolo. Occorre che la frequenza con cui varia questa tensione sia sufficientemente bassa per permettere lo svolgimento completo del transitorio ed il ritorno a regime del circuito, e l'asse dei tempi sincronizzato con essa. Si vedrà il fenomeno transitorio come una curva statica sull'oscillografo, se sono verificate le condizioni per la frequenza di commutazione specificate nel paragrafo 3. Nella figura 15 è riportato un oscillogramma di un tal genere: la curva V_e indica l'andamento della tensione di entrata di un filtro passa-basso (F_{max} 500 Hz), la quale è solo un impulso quasi rettangolare di breve durata, ottenuto per mezzo di un multivibratore asimmetrico. La curva V_u si riferisce alla tensione di uscita del filtro, chiuso sulla sua impedenza caratteristica, e la curva f_r è relativa ad una tensione alternata di 400 Hz. L'oscillogramma mostra il tempo di propagazione del filtro e la deformazione dell'impulso a fronte ripido.



Fig. 15. — Oscillogramma del fenomeno transitorio in un filtro passa-basso.

Per applicare invece al quadripolo un impulso di tensione alternata, occorre adoperare un sistema di tipo analogo al commutatore elettronico, costituito da due tubi come quelli della figura 5, regolati in modo che, a riposo le due correnti anodiche siano uguali; alla griglia di uno dei due tubi si invia la tensione alternata da applicare al quadripolo, connesso fra le placche e la terra.

Un'altra interessante applicazione è la misura dei tempi di operazione e di rilascio [14] dei relè elettromagnetici. Lo schema di misura

[14] N. La Barbera. La misura di piccoli intervalli di tempo - A. F., 1942 XI p. 116

è rappresentato nella figura 16, i tubi 1 e 2 costituiscono un multivibratore a frequenza molto bassa, circa 1 Hz, sincronizzato dalla tensione V_s che serve anche a tarare l'asse dei tempi dell'oscillografo. Il relè *H*, inserito in serie alla resistenza anodica di uno dei tubi, è periodicamente eccitato ed il suo contatto *h* applica e toglie la tensione all'avvolgimento del relè in prova *S* con la stessa frequenza del multivibratore. Connettendo all'entrata *A* del commutatore elettronico l'avvolgimento e all'entrata *B* il contatto di *S*, sullo schermo si vedono i due impulsi rettangolari spostati fra loro: la porzione di asse dei tempi compresa fra due lati corrispondenti dei rettangoli indica il tempo di operazione o di rilascio di *S* e si può misurare servendosi della tensione V_s di frequenza nota che si invia all'entrata *C* del commutatore. La frequenza con cui è azionato il relè dev'essere sufficientemente bassa per permettere il ritorno di esso in condizione di riposo, ma, se si vuole osservare direttamente il fenomeno, non può esserlo troppo si è visto che con una frequenza di circa 1 Hz, in opportune condizioni di illuminazione, si raggiunge molto bene lo scopo. Occorre inoltre che i tempi di operazione e di rilascio del relè di comando *H* abbiano scarti molto piccoli rispetto a quelli di *S*.

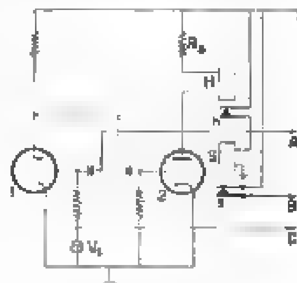


Fig 16. — Schema per la misura dei tempi di operazione e di rilascio di un relè

Nella figura 17 è riportato un oscillogramma rilevato con questo sistema, da cui si può ricavare il tempo di operazione-chiusura del relè in esame: la seghettatura all'atto dell'applicazione della tensione è dovuta ai rimbalzi delle molle del contatto *h*.



Fig 17 — Oscillogramma del tempo di operazione-chiusura di un relè: *A*, punto di applicazione della tensione *B*, punto di chiusura del contatto. La frequenza della tensione V_s è 100 Hz.

Questi esempi confermano come il commutatore elettronico, in una vasta gamma di frequenze possa sostituire vantaggiosamente i tubi a raggi catodici multipli in tutti i loro usi. Particolari accorgimenti permetterebbero di estendere ancora il suo campo di applicazione

Ringrazio l'ingegnere Savelli per il suo interessamento ed i suoi suggerimenti

Milano - Laboratorio Radio della Società Allocchio Bacchini.

RECENSIONI

CIRCUITI, QUADRIPOLI, FILTRI.

W. Poehlmann **Ricerche su filtri di banda con cristalli.** (T. F. T. ottobre e novembre 1941, XXX, 10 e 11, pag 285-295 e 324-329, con 49 fig)

Vengono anzitutto forniti molti dati sulle proprietà dei cristalli Per cristalli di quarzo sono raccomandati il taglio X ed il taglio a 18,5° è essenziale che non vi siano altri modi di vibrazione del cristallo prossimi in frequenza a quello utilizzato e ciò si ottiene con i tagli indicati purchè il rapporto larghezza/lunghezza del cristallo sia almeno 0,3. Per sali di Seignette è raccomandato il taglio a 45° con dimensionamento analogo.

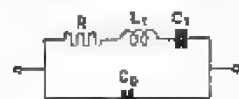


Fig 1 — Schema equivalente di un cristallo.

Un altro elemento importante è il rapporto tra il valore minimo della capacità C_0 e la capacità del ramo in serie C_1 (con riferimento al noto schema equivalente riprodotto nella figura 1). Il valore minimo di C_0 è dato dalla capacità elettrostatica delle armature del cristallo e si vede facilmente che, per un dato cristallo ed un dato taglio, esso è proporzionale a C_1. Il rapporto C_0/C_1, se alto, vincola molto l'andamento della reattanza e ad esempio per i filtri di banda limita la massima larghezza di banda ottenibile per i casi che interessano, il valore minimo che esso può assumere è 125 per quarzo con taglio X, 137 per taglio a — 18,5°, e 16 per sale di Seignette con taglio a 45°

Successivamente vengono passate in rassegna cellule a ponte con cristalli in tutti i lati ed eventualmente bobine supplementari in serie o in parallelo. Con soli cristalli, la massima larghezza di banda è 0,8 % della frequenza media per il quarzo e 8 % per il sale di Seignette, con induttanze in serie o in parallelo essa sale a circa 12 % per il quarzo e 35 % per il sale di Seignette

Dato l'evidente vantaggio delle cellule con induttanze, la successiva parte del lavoro è dedicata al loro studio. Le induttanze possono per maggiore comodità venire montate fuori del ponte come è illustrato nella figura 2, la cellula con induttanze in serie ha impedenza caratteristica bassa e quindi si presta per terminazione di linee (600 Ω circa), mentre l'altra cellula ha impedenza alta ed è adatta quindi, ad esempio,

per funzionare con tubi termoionici Per queste due cellule sono esaminate le varie particolarità e limitazioni, per esempio, nella figura 3 è rappresentata l'attenuazione nella zona passante in funzione del fattore di merito $Q = \omega L/R$ delle bobine al variare della larghezza di banda, per la cellula con induttanze in serie Infine le cellule vengono studiate anche valendosi della nuova teoria dei filtri (di Piloty, Cauer ed altri) e viene mostrata l'importanza della posizione delle varie risonanze e antirisonanze

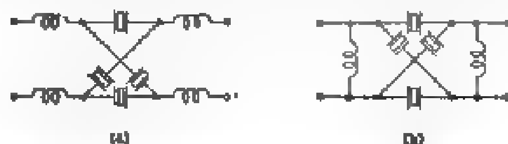


Fig. 2. — Cellule a ponte con induttanze esterne in serie (a) e in parallelo (b)

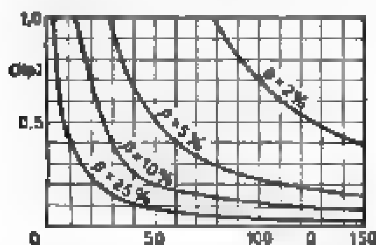


Fig. 3. Attenuazione nella zona passante, per una cellula con induttanze in serie, in funzione del fattore di merito $Q = \omega L/R$ delle bobine: β è la larghezza della banda passante divisa per la frequenza media.



Fig 4. — Attenuazione di un filtro passa-banda con due cellule in cascata.

Sono state costruite cellule con induttanze in serie e le attenuazioni misurate si sono trovate bene d'accordo con quelle previste Viene notata la necessità di una regolazione molto precisa del filtro.

Circa la possibilità di utilizzare i filtri studiati in un sistema telefonico multiplo con onda portante, si ha che con la larghezza normale delle singole bande di 4 kHz il campo ottimo di frequenze è da 60 a 200 kHz. Con due cellule in serie si può avere il comportamento rappresentato nella figura 4, che è pienamente soddisfacente. G. C

CONVERTITORI, RADDRIZZATORI.

M. J O. Strutt e A. van der Ziel **Il diodo utilizzato come tubo convertitore di frequenza nel campo delle onde decimetriche.** (Rev techn. Philips, ottobre 1941, VI, 10, pag. 285-294, con 13 fig.).

Mentre i tubi convertitori ordinari (esodi, eptodi e ottodi) non sono utilizzabili per la ricezione di frequenze estremamente elevate, il diodo

consente di eseguire la conversione di frequenza in buone condizioni anche nella ricezione di onde decimetriche. Lo schema di principio del circuito di conversione è quello della figura 1, in cui E_i è la tensione d'ingresso ad alta frequenza, E_k è la tensione locale, V è una tensione continua di polarizzazione ed R_0 è il circuito di carico accordato sulla media frequenza. L'attuazione pratica si ha secondo lo schema della figura 2, in cui la tensione di polarizzazione è ottenuta per caduta nel resistore R_1.



Fig. 1. Schema di principio per l'utilizzazione di un diodo come convertitore di frequenza.

Il rapporto di conversione che si può conseguire con tale circuito è sempre minore dell'unità, e tende a questa nelle condizioni più favorevoli, quando l'impedenza del circuito a media frequenza è molto elevata e la tensione fornita dall'oscillatore locale è assai rilevante, ma di ampiezza poco superiore al valore della tensione di polarizzazione. Fino ad un certo punto le condizioni che migliorano il rapporto di conversione sono in contrasto con quelle che rendono elevata la resistenza equivalente ai morsetti del circuito d'ingresso e del circuito di carico, per cui in pratica si deve trovare un giusto compromesso.

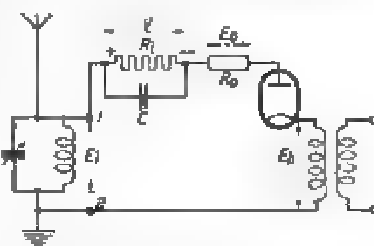


Fig. 2. Schema per l'utilizzazione di un diodo come convertitore di frequenza

Con un diodo la conversione di frequenza si può anche fare utilizzando le armoniche della tensione locale, ciò non è possibile con un tubo convertitore ordinario, senza ridurre eccessivamente il rapporto di conversione. Non è però consigliabile oltrepassare la quarta o la quinta armonica.

Finalmente la conversione di frequenza si può anche eseguire con due diodi montati in controfase; il segnale locale vi può essere applicato in fase, oppure in opposizione di fase (fig 3). Nel primo caso, i due diodi hanno il catodo in comune e la tensione a media frequenza risulta simmetrica rispetto alla massa nel secondo, essi devono avere catodi separati e la tensione a media frequenza è pure simmetrica.

Secondo questi concetti è stato costruito un tubo convertitore costituito da due diodi e da un triodo, aventi in comune il catodo. il triodo serve a generare la tensione locale. Lo schema completo del circuito convertitore è quello della figura 4. Il tubo è stato studiato in modo che il suo comportamento con onde decimetriche risulti il migliore possibile Le distanze interelettrodiche sono piccolissime, per mantenere estremamente basso il tempo di transito, per esempio la distanza tra anodo e catodo dei diodi è di soli 0,15 mm. La lunghezza delle connessioni tra gli

elettrodi e le spine di contatto è anch'essa piccolissima. Il triodo può funzionare come oscillatore fino alla lunghezza d'onda di 37 cm; per-

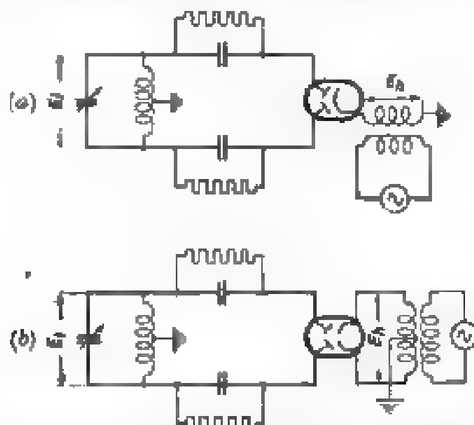


Fig. 3. — Stadio convertitore di frequenza in controfase. La tensione dell'oscillatore è applicata ai due diodi a, in fase, b in opposizione di fase.

tanto, utilizzando la quarta armonica, si può eseguire la conversione di frequenza fino ad onde di 9 cm.

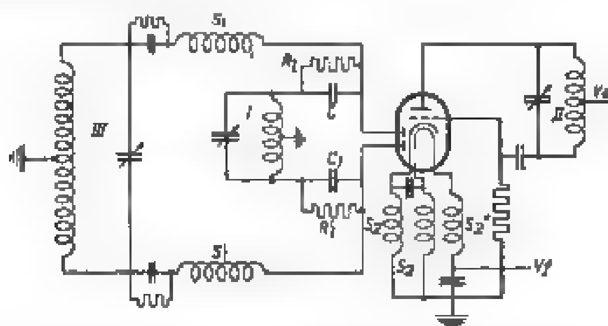


Fig. 4. — Circuito completo per la conversione di frequenza mediante due diodi in controfase ed un triodo oscillatore. I, circuito d'ingresso ad alta frequenza, II, risonatore dell'oscillatore, III, circuito d'uscita a media frequenza; S_2, induttore di accoppiamento tra l'oscillatore ed il circuito di conversione S'_2, S''_2, induttori di blocco, S_1, S'_1, induttori di blocco per l'alta frequenza (e non per la media frequenza); C, C_1, condensatori di filtro di impedenza elevata alla media frequenza, e bassa ad alta frequenza. R_1, R'_1, resistori di polarizzazione.

Per ridurre al minimo la resistenza delle connessioni, esaltata dall'effetto pellicolare, le spine di contatto di ferro-cromo sono completamente ramate. Inoltre la parte esterna del vetro è ricoperta da un sot-

tile strato d'argento. Un miglioramento delle caratteristiche del triodo si ottiene collegando l'anodo e la griglia (ovvero uno di questi) a due spine di contatto.

Il bulbo è del tipo con fondello piano di dimensioni ridottissime. Il tubo è stato costruito sia con catodo a riscaldamento indiretto (6,3 V; 300 mA), sia con catodo a riscaldamento diretto (1,2 V, 200 mA).

Nell'attuazione del circuito di conversione si deve curare che tutti gli elementi siano disposti in modo simmetrico rispetto a terra, perchè soltanto con la perfetta simmetria si evitano gli accoppiamenti tra le varie parti. *R. S.*

ELETTROFISICA E MAGNETOFISICA.

J. A. W. Zenneck. **Alcune questioni fondamentali sulle ricerche ionosferiche.** (Forschungen u. Fortschritte, 1-10 gennaio 1942 XVIII, n. 1-2, pag. 16-19, con 3 fig.)

Altezza reale ed apparente dello strato ionizzato. È noto che col metodo dell'eco di Breit e Tuve è possibile determinare il tempo messo da un onda elettromagnetica per propagarsi da terra verso lo strato ionizzato e per ritornare sulla superficie terrestre, essendo di solito il trasmettitore ed il ricevitore molto vicini fra loro. Dal tempo di transito t si determina l'altezza apparente di riflessione $ct/2$, dove c è la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nello spazio non ionizzato (300 000 km/s). Questa altezza apparente non coincide con l'altezza reale di riflessione h_0, poichè è noto che in un gas ionizzato la velocità di propagazione di un treno d'onda è tanto minore di quella relativa al mezzo non ionizzato quanto più forte è la ionizzazione (concentrazione elettronica).

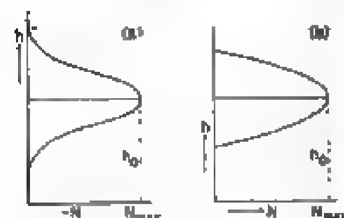


Fig. 1. — Andamento della concentrazione elettronica N in funzione dell'altezza h dalla superficie terrestre: *a*) effettivo, *b*) approssimato con legge parabolica.

La determinazione di h_0 può farsi prendendo come base dei calcoli (Rawer) la curva rappresentante la reale concentrazione elettronica in funzione dell'altezza (fig. 1 *a*) oppure (Booker e Seaton) la curva nella quale, in via di approssimazione, si sostituisce una parabola alla curva precedente (fig. 1 *b*). I risultati si possono riassumere come segue: sia f_0 la frequenza limite superiore che all'altezza h_0 di massima concentrazione elettronica viene ancora riflessa, e sia f' la frequenza per la quale l'altezza apparente risulta uguale all'altezza reale h_0; secondo il Rawer si ha $f' = 0{,}707\ f_0$, secondo Booker e Seaton, $f' = 0{,}834\ f_0$. Per la determinazione dell'altezza reale si procede pertanto così: determinata l'al-

tezza apparente in funzione della frequenza, si stabilisce la frequenza limite superiore f_0 che ancora viene riflessa e si valuta quale altezza apparente corrisponda alla frequenza f' ricavata da una delle relazioni sopra date Questa altezza apparente è uguale all'altezza vera h_0 per la quale lo strato possiede la massima ionizzazione.

Riflessione totale e parziale — La teoria dimostra che in un'atmosfera nella quale la concentrazione elettronica, a strati orizzontali, cresca costantemente verso l'alto, un'onda elettromagnetica verticalmente diretta, di frequenza f, viene totalmente riflessa in corrispondenza di quell'altezza nella quale la concentrazione elettronica assume il valore

$$N = \frac{\pi m}{e^2} f^2 ,$$

dove m è la massa ed e la carica di un elettrone Vale per la ionosfera la seguente formula dell'esponente di rifrazione

$$\frac{c_0}{c} = 1 - \frac{e^2}{\pi m} \frac{N}{f^2} ,$$

nella quale c_0 è la velocità di propagazione nel mezzo non ionizzato, c quella nel mezzo ionizzato, e si trascura l'influenza del campo magnetico terrestre

L'esponente di rifrazione è minore di 1 e tanto più piccolo, quanto più elevato è il valore della concentrazione elettronica N. Esso è nullo e corrisponde alla riflessione totale per incidenza normale, quando:

$$N = \frac{\pi m}{e^2} f^2$$

Nel caso di una distribuzione come quella mostrata nella figura 1 *a* e *b*, nella quale la concentrazione N in un primo tempo cresce e successivamente decresce con l'aumentare dell'altezza, quando la frequenza dell'onda incidente si elevi gradatamente, la riflessione avverrà ad altezze via via maggiori fino a che si sia raggiunta l'altezza corrispondente alla frequenza f_0 per la quale si ha la concentrazione massima N_{max}. Oltrepassato il valore f_0, le onde non vengono più riflesse, ma attraversano completamente lo strato.

Si osserva in pratica che, spesso, con il graduale aumento della frequenza, avvengono contemporanee riflessioni dal così detto strato E e da quello superiore F: si tratta in tal caso di riflessione parziale, cioè l'energia delle onde incidenti viene in parte riflessa dallo strato E suddetto, in parte attraversa tale strato e viene riflessa dallo strato F. Lo strato E in questo caso presenta un comportamento singolare e viene detto « strato E anomalo », mentre generalmente si ha lo « strato E normale ».

Struttura nubiforme dello strato E anomalo. — Accade talvolta che si ricevano riflessioni dallo strato E anomalo, accompagnate da fenomeni di eco con tempi di transito tali da farsi interpretare come riflessioni del tipo detto a M, rappresentato nella figura 2 dalla linea a tratto pieno. Accade pure talvolta che si abbiano riflessioni alterne ora dallo strato E, ora da quello F. Questi due tipi di riflessione si possono spiegare ammettendo che lo strato E anomalo possegga una struttura nubiforme e cioè che nel piano orizzontale di detto strato vi siano zone con fortissima concentrazione elettronica (nubi elettroniche), alternate in modo irregolare con zone di concentrazione elettronica bassissima.

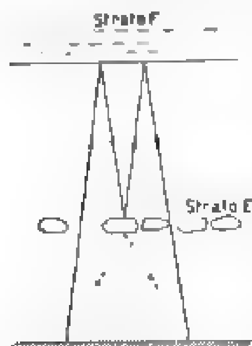


Fig. 2. — Struttura nubiforme dello strato anomalo E e riflessione del tipo a M.

Mentre la causa della ionizzazione dello strato E normale e degli strati F_1, F_2 è da ricercarsi senz'altro nelle radiazioni ultravioletto del sole, la ionizzazione dello strato E anomalo si ritiene dovuta a radiazioni corpuscolari. *A. Br.*

[illegible]

H. PIEPLOW — **Osservazioni sugli sviluppi della recente oscillografia a raggi elettronici.** (Archiv f. Elektr., luglio 1941, XXXV, 6, pag. 319-336, con 17 fig.)

Gli sviluppi conseguiti durante gli ultimi tre anni nella costruzione degli oscillografi a tubo di Braun ad alto vuoto e con basse tensioni anodiche, hanno permesso la costruzione di svariati tipi di apparecchi di serie, le cui caratteristiche si possono riassumere nei seguenti dati numerici: massima frequenza dell'asse dei tempi da 100 a 200 kHz, velocità di registrazione fotografabile 50 km/s circa.

Le registrazioni oscillografiche di fenomeni impulsivi di brevissima durata non possono attuarsi con tali oscillografi: servono allo scopo gli oscillografi così detti di potenza, fra i quali è ben noto quello a catodo freddo. Questo tuttavia è alquanto ingombrante, esige apparecchiature ausiliarie ed una tensione anodica elevata (dell'ordine di 60 kV).

Si sono attuati oscillografi di potenza con tubi di Braun speciali, sempre ad alto vuoto (*abgeschmolzene Braunsche Röhre* (1)), i quali richiedono tensioni anodiche meno elevate (20 kV). Con questi tubi si sono

(1) Vedasi in merito
B. KATZ u. E. WESTENDORF: Erreichung hoher Schreibgeschwindigkeiten mit einer abgeschmolzenen, rein elektrostatisch arbeitenden Braunschen Röhre - Z. f. techn. Phys., 1939, XX, p. 209 [*n. d. r.*]

ottenute immagini fisse, con asse dei tempi lineare, aventi un tempo totale dell'oscillogramma della durata minima di $2 \cdot 10^{-7}$ s. Per la registrazione di fenomeni impulsivi, si sono ottenute velocità di registrazione di 50 000 km/s, con una durata dell'oscillogramma di $1,5 \cdot 10^{-8}$ s.

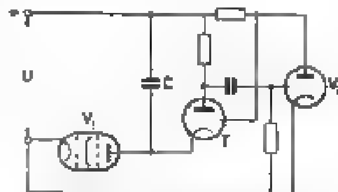


Fig. 1 — Oscillatore di rilasciamento «kallirotron» per l'asse dei tempi.

Lo studio quantitativo dei fenomeni che si presentano nei circuiti di tali tubi permette di affermare che possono aversi normalmente immagini fisse fino a frequenze dell'ordine di 100 MHz. Per l'asse dei tempi si utilizza l'oscillatore di rilasciamento conosciuto sotto il nome di «kallirotron» (fig. 1). Al di sopra di queste frequenze si incontrano difficoltà per la sincronizzazione dell'asse dei tempi e si hanno errori dovuti al tempo di transito degli elettroni nei tubi a bassa tensione. La figura 2 riproduce due oscillogrammi ottenuti col su accennato dispositivo.

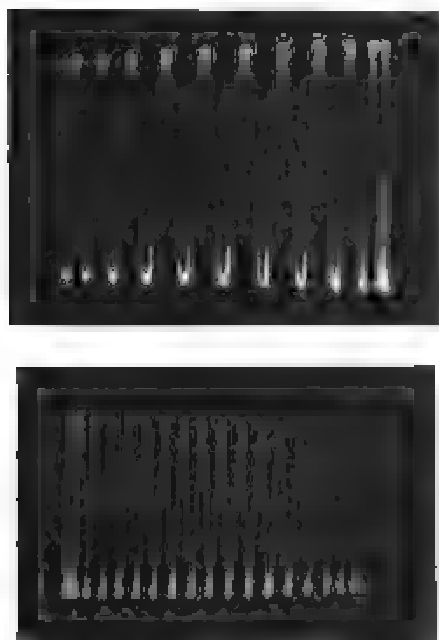


Fig. 2 — Oscillogrammi di una frequenza di 60 MHz e di una di 80 MHz ottenuti con il dispositivo della figura 1.

Nell'intento di risolvere non solo il problema classico della registrazione di fenomeni impulsivi e di onde vaganti, ma ancora quello della registrazione oscillografica di onde centimetriche aventi fra l'altro il carattere di un transitorio, si è presentata la necessità di superare i limiti su accennati. Il tubo di Braun predetto, per l'alta luminosità del punto luminoso, si presta a questo scopo previa l'attuazione di circuiti speciali per l'asse dei tempi e l'adozione di particolari accorgimenti (⁸).

A tal fine si sono studiati quantitativamente le distorsioni di fenomeni impulsivi di forma definita, che hanno luogo nelle linee ritardatrici a monte

(⁸) H. Ganswindt, Elektrotechnische Probleme beim Bau von Hochleistungsoszillographen - Archiv f. Elektr., 1941, XXXV, p. 337.

dell'oscillografo e nell'oscillografo stesso; le distorsioni di fenomeni impulsivi di forma pure definita dovute al tempo di transito degli elettroni fra le placche deviatrici del tubo di Braun; l'effetto prodotto dal

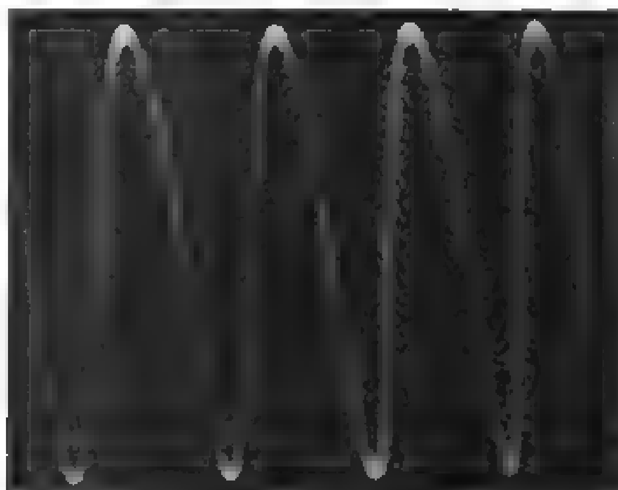


Fig. 3. — Oscillogramma di una frequenza di 300 MHz.

campo magnetico (dovuto alla corrente di spostamento fra le placche deviatrici) sulla traiettoria del raggio elettronico.

Con i perfezionamenti introdotti si è portato al valore di 500 MHz il limite superiore delle frequenze che si possono fotografare. La figura 3 riproduce un oscillogramma di una frequenza di 300 MHz. *A. Br.*

MODULAZIONE E RIVELAZIONE.

R. F. GUY e R. M. MORRIS. **Misure di campo di segnali modulati in frequenza.** (R. C. A. Rev., ottobre 1940, V, 2, pag. 190-225 con 31 fig.).

Durante il 1939 la « National Broadcasting Company » fece eseguire misure sistematiche per confrontare, nel campo della pratica applicazione, i sistemi di trasmissione con modulazione di ampiezza e di frequenza e confermare, se possibile, i risultati delle numerose teorie. A tale scopo furono attuate le seguenti condizioni:

1) per ogni sistema di modulazione si usarono lo stesso trasmettitore, le medesime antenne trasmittente e ricevente, gli stessi apparati riceventi e di misura,

2) il trasmettitore ed il ricevitore furono studiati in modo da

consentire il passaggio immediato da un tipo all'altro di modulazione, ed il trasmettitore fu previsto per la potenza di 1 kW,

3) con modulazione di frequenza la potenza del trasmettitore poteva essere variata con continuità nel rapporto da 10 000 ad 1 e misurata accuratamente,

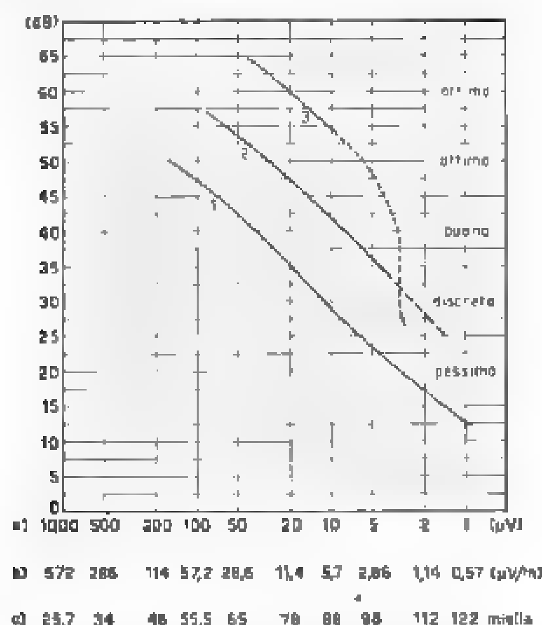


Fig. 1. — Limiti di servizio dovuti al disturbo interno del ricevitore in assenza di disturbi esterni rapporto segnale/disturbo (valori efficaci) all'uscita del ricevitore, in funzione della tensione all'ingresso (a), della corrispondente intensità di campo (b) e della distanza dal trasmettitore secondo la curva media di Norton per 1000'-30' (altezze d'antenna 305-9.14 m), 1 kW, 50 MHz (c). Trasmissione: 1) con modulazione d'ampiezza; 2) con modulazione di frequenza con deviazioni di 15 kHz, 3) con modulazione di frequenza con deviazioni di 75 kHz

4) i confronti più importanti furono fatti tra una normale modulazione di ampiezza e modulazioni di frequenza con deviazioni di 15 kHz e di 75 kHz (oscillazione totale rispettivamente di 30 e 150 kHz) e con frequenza della portante di 42,6 MHz,

5) un collegamento telefonico fu disposto fra il trasmettitore ed i punti di ricezione;

6) le osservazioni e le misure furono fatte in punti particolarmente significativi dell'area di servizio del trasmettitore;

7) le osservazioni furono estese al caso di canali sovrapposti e adiacenti con modulazione di frequenza

La figura 1 mostra i limiti di servizio determinati dal solo disturbo interno del ricevitore, in assenza di qualsiasi tipo di disturbo sull'antenna ricevente. Le parti delle curve eseguite a tratti corrispondono ai valori per cui l'incremento del disturbo con la modulazione diventa proibitivo. Dai grafici si possono ricavare i rapporti dell'intensità di

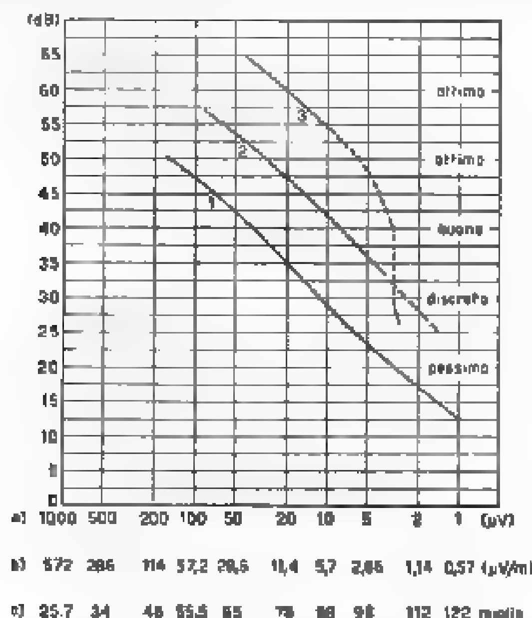


Fig. 2. — Limiti di servizio dovuti al fruscio e ai disturbi stradali; le varie indicazioni hanno lo stesso significato che nella figura 1. Trasmettitore, W2XWG, a Nuova York, ricevitore a Bellmore.

campo o della potenza necessari ad ottenere risultati equivalenti con le tre modulazioni, nonchè la distanza a cui queste forniscono gli stessi risultati. Le curve della figura 1 si possono estendere verso i più alti valori del rapporto segnale/disturbo, prolungandole con rette, esse confermano in pieno i risultati della teoria.

La figura 2 si riferisce a misure fatte in condizioni paragonabili a quelle che si verificano nella radioricezione domestica. In località affetta da intensi disturbi si otterrebbero curve traslate verso sinistra, ma di andamento identico. Anche in questo caso risultano confermate le deduzioni teoriche

La figura 3 è relativa al caso di due stazioni aventi i canali sovrapposti, con frequenze delle portanti differenti per 5000 Hz, ed in assenza di modulazione. Anche qui si confermano i risultati teorici. In presenza di modulazione le condizioni migliorano, perchè sparisce la nota di bat

timento a 5000 Hz, quando la stazione cercata ha portante superiore di 20 dB a quella della stazione interferente, gli effetti di interferenza spariscono completamente, ma anche una differenza di 12 dB può essere sufficiente. Per avere un rapporto di 40 dB tra il segnale e la nota di battimento, il rapporto tra le portanti deve essere di 100 (40 dB) con modulazione di ampiezza, 3 (10 dB) con modulazione di frequenza di 75 kHz, 8 (17,5 dB) con modulazione di frequenza di 30 kHz, 10,5 (24 dB) con modulazione di frequenza di 15 kHz, ne segue che le stazioni con canali sovrapposti e modulazione di frequenza possono essere più ravvicinate che non quelle con modulazione di ampiezza. Invece stazioni con canali adiacenti (le prove furono fatte con 42,6 e 42,8 MHz) non possono funzionare nella stessa regione, perchè la portante interferente, se è superiore di più di 10 dB a quella cercata, impedisce ogni ricezione accettabile

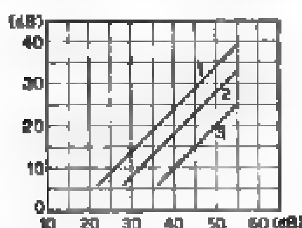


Fig. 3. — Funzionamento entro lo stesso canale di due stazioni con modulazione di frequenza 1) con deviazioni di 15 kHz (curva misurata) 2) con deviazioni di 30 kHz (curva calcolata); 3) con deviazioni di 75 kHz (curva misurata) Rapporto tra la portante desiderata e l'interferente (ordinate), in funzione del disturbo provocato dalla stazione interferente sulla detta portante in assenza di modulazione (ascisse)

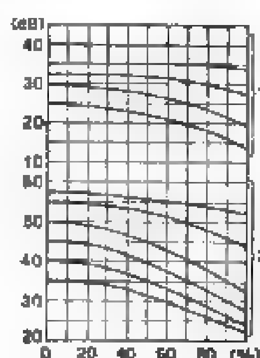


Fig 4. — Variazione della soglia di disturbo con la modulazione di frequenza: 1) con deviazioni di 15 kHz, 2) con deviazioni di 75 kHz Rapporto segnale/disturbo (valori efficaci), in funzione della percentuale di modulazione di frequenza. Il trasmettitore è modulato con una nota di 10000 Hz, soppressa all'uscita dal ricevitore insieme con la distorsione armonica per mezzo di un filtro passa-basso con soglia a 8000 Hz, che lascia il solo disturbo

La teoria prevede una rapida diminuzione del rapporto tra segnale e disturbo di un sistema a modulazione di frequenza con l'aumentare della profondità di modulazione, quando l'ampiezza del disturbo uguagli o superi l'ampiezza della portante. In pratica si riscontra effettivamente una soglia del rapporto tra segnale e disturbo in assenza di modulazione, al di sotto della quale si verifica il fenomeno, tale soglia è di 60 dB per il caso di deviazione di 75 kHz, e di 35 dB per deviazione di 15 kHz. Come esempio sono portati nella figura 4 i risultati di misure

eseguite sopprimendo dall'uscita del ricevitore la frequenza di modulazione e tutte le armoniche, allo scopo di non introdurre errori dovuti a distorsione armonica.

Misure particolari furono dedicate ai disturbi provocati dall'accensione dei motori a scoppio. Dato il carattere occasionale di questi disturbi, si riscontra la possibilità di tollerare per essi un livello più elevato che non per quelli continui, si può accettare un rapporto di 20 dB, ed anche meno, tra l'ampiezza del segnale e quella dei disturbi di accensione. Nessuna soglia si verifica in assenza di modulazione, una soglia è sempre invece associata alla modulazione. Altre misure riguardano le perturbazioni provocate dagli apparecchi elettromedicali.

Concludendo, la modulazione di frequenza su frequenza elevatissima consente, in confronto con la modulazione di ampiezza, di eliminare il battimento a 10 kHz e le interferenze dei canali adiacenti che si verificano negli ordinari sistemi di radiodiffusione, e di ridurre i disturbi locali ed atmosferici e le interferenze tra stazioni funzionanti entro lo stesso canale; i sistemi ordinari di radiodiffusione consentono per contro di fornire un buon servizio notturno a vaste aree, che non possono essere servite con frequenze molto elevate e con modulazione di frequenza.

R. S.

LIBRI E PUBBLICAZIONI

E. Jahnke u. F. Emde. — *Funktionentafeln mit Formeln und Kurven*. Dritte Auflage. — B. G. Teubner, Leipzig, 1938. — Un volume di XII 306 pagine, con 181 figure. — Prezzo R. M. 15.

F. Emde. — *Tafeln elementarer Funktionen*. — B. G. Teubner, Leipzig, 1940. — Un volume di XII 181 pagine, con 83 figure. — Prezzo R. M. 12.

La terza edizione delle tabelle numeriche di E. Jahnke e F. Emde presenta rispetto alla seconda (1) notevoli varianti. Anzitutto sono state eliminate le prime 75 pagine dell'edizione precedente, destinate alle funzioni elementari. Le tabelle di queste sono invece entrate a far parte di una nuova raccolta, pubblicata recentemente per cura dell'Emde e relativa soltanto ad esse.

Quest'ultima viene a soddisfare ai desideri di una vasta classe di studiosi. Essa infatti si adatta alla preparazione matematica della maggior parte dei fisici, degli ingegneri e degli allievi dei politecnici. In tale largo novero di studiosi la necessità di ricorrere alle tabelle dei due autori, così come esse appaiono nella terza edizione, è meno frequente, essendo questa presentazione riservata solamente alle funzioni di un tipo più elevato e quindi dedicata ad una cerchia più ristretta di lettori.

Nel primo capitolo le tabelle delle funzioni elementari di F. Emde contengono fra l'altro le potenze x^2, ..., x^{15} dell'argomento reale x, le potenze ad esponente frazionario $x^{0,05}$, $x^{0,10}$, ..., $x^{0,95}$, le funzioni $1/x$ e $1/x^2$, le potenze 2^x, 3^x, 5^x, 7^x e 11^x, le radici $\sqrt{x}$, $\sqrt[3]{x}$, $\sqrt[3]{x/10}$, $\sqrt[3]{10x}$. Il secondo capitolo è destinato ai prodotti di due fattori, ai fattoriali dei primi venti numeri interi e ai loro inversi, alle funzioni $(2/\pi)\,x$, $(\pi/2)\,x$, Mx, $(1/M)\,x$, dove $M = \log_{10} e = 0{,}434294\ldots$ Nel terzo capitolo si trovano numerose tabelle atte a rendere agevole il calcolo coi numeri complessi; esse si riferiscono all'inversione di un numero complesso, all'estrazione della radice quadrata, alla trasformazione delle coordinate cartesiane in polari e all'addizione di due vettori.

(1) A. F., 1934, III, p. 94.

I tre capitoli successivi sono destinati al calcolo delle radici delle equazioni algebriche di secondo, terzo e quarto grado e le figure che accompagnano le tabelle permettono di farsi un'idea dell'andamento delle radici in funzione dei coefficienti. Tali capitoli sembrano molto opportuni, perchè nelle applicazioni si ha spesso motivo di considerare la soluzione di un'equazione di grado n come funzione ad n valori dei coefficienti e di indagare in quale entità la variazione di qualche coefficiente dell'equazione ne influenzi le radici: si pensi ad esempio ai problemi relativi al calcolo della frequenza e dell'attenuazione delle oscillazioni proprie di un sistema.

Tre altri capitoli si riferiscono alle funzioni circolari e iperboliche per esse sono dati anche formulari; nelle tabelle l'argomento è espresso sia in gradi, sia in radianti, sia in angoli retti. Un capitolo è pure dedicato ai logaritmi il criterio qui seguito nella compilazione delle tabelle è stato quello di permettere nell'interpolazione la valutazione del logaritmo con un errore inferiore a $0{,}5 \cdot 10^{-4}$ volte il valore del logaritmo stesso; pertanto codeste tavole servono nella valutazione di espressioni logaritmiche, ma non per usare i logaritmi come strumento di calcolo.

Oltre ad un capitolo relativo alle funzioni circolari nel campo complesso, altri sono destinati alle equazioni trascendenti, a particolari funzioni della fisica matematica, alla funzione $[\tan (i^{0,5} x)]/(i^{0,5} x)$ utile nello studio dell'effetto di pelle delle correnti elettriche, ai polinomi di Cebiceff, alla funzione Z^z e ai calcoli approssimati mediante polinomi. Chiude il libro un capitolo contenente alcune osservazioni sul calcolo numerico, utili nell'uso delle tavole

In tutta la raccolta l'andamento delle funzioni è sempre illustrato graficamente e inoltre le tabelle sono accompagnate di frequente da esempi efficaci per la loro applicazione Il volume si presenta in elegante veste tipografica.

L'eliminazione delle funzioni elementari dal libro di E. Jahnke e F. Emde, ben noto agli studiosi, ha permesso di apportare nella sua terza edizione alcuni complementi alla materia di livello più elevato contenuta nella seconda senza aumentare il numero delle pagine, anzi riducendolo

Nuove formule, tabelle numeriche e figure sono venute ad aggiungersi al capitolo degli integrali ellittici completi, per altre forme oltre a quelle normali di Legendre; in molti casi il calcolo numerico risulta per questo migliorato. Nel capitolo delle funzioni cilindriche le serie di Debye sono state messe sotto una forma più adatta per l'uso, limitandole a valori reali dell'indice e considerando soltanto per l angolo dell'argomento valori che si presentano nella pratica; ciò rende l'uso delle tavole più spedito. Inoltre sono fornite tabelle molto particolareggiate per le funzioni di Lommel-Weber e di Struve di ordine zero e uno. Per le funzioni ipergeometriche confluenti e per le funzioni di Mathieu del cilindro ellittico vengono date formule e rappresentazioni grafiche ciò

dovrebbe permettere a queste due classi di funzioni di entrare nell'uso di una più vasta cerchia di calcolatori

La veste tipografica del libro è quella stessa delle edizioni precedenti, assai apprezzabile. *G. Zi.*

***

H. HECHT — *Die elektroakustischen Wandler.* — J. A. Barth, Leipzig, 1941. Un volume di VIII 243 pagine, con 33 figure. — Prezzo R. M. 12 (legato R. M. 13,50)

Si ritiene sia questa la prima trattazione delle proprietà dei trasduttori elettroacustici svolta secondo un criterio di tecnica elevata. Essa si differenzia infatti da quelle esposizioni che si potrebbero dire da trattato di fisica, nelle quali ci si limita ad esporre il principio di funzionamento dei vari tipi di ricevitori e trasmettitori elettroacustici, come pure dalle trattazioni di tipo elementare, dove gli apparecchi sono illustrati secondo una particolare attuazione pratica e si perde quindi ogni carattere di generalità.

La trattazione del nuovo libro sta invece nel mezzo, nel giusto mezzo dando per già noti i vari modi con i quali si può effettuare la trasformazione elettroacustica (o quella inversa), non si descrivono nemmeno i vari tipi di trasduttori così come sono oggi costruiti (e diversamente cioè da come lo furono e da come lo saranno), ma si espongono invece le leggi fondamentali, che regolano il funzionamento delle loro varie classi, nonchè i criteri che debbono guidare nello studio e nella progettazione di essi. È facile intuire come questo metodo, che soltanto uno studioso come lo Hecht, avente con siffatti argomenti una consuetudine pluridecennale, poteva adottare, abbia condotto ad una trattazione del più alto interesse.

Il contenuto del volume è suddiviso in cinque parti di diverso sviluppo. Dopo una succinta introduzione programmatica, la parte A è dedicata all'esposizione delle leggi comuni a tutti i trasduttori schema di principio, equazioni elettriche e meccaniche del trasmettitore e del ricevitore, regole di accoppiamento del trasduttore al sistema elettrico. Si definisce qui una grandezza, la «costante di apparecchio», che viene quindi adoperata assai utilmente per effettuare confronti quanto mai suggestivi, fra i vari tipi di trasduttori.

La seconda parte, B, che è la più ampia, contiene lo studio approfondito, svolto separatamente, dei vari tipi: il trasduttore elettrodinamico, l'elettromagnetico, il magnetostrittivo, il dielettrico (e con questo termine si intende il trasduttore indicato comunemente col nome di elettrostatico: denominazione combattuta, non senza abili argomentazioni, dall'autore) ed infine il piezoelettrico. Soprattutto estesa è la trattazione delle caratteristiche del trasduttore elettrodinamico, che a giudizio dello Hecht può servire come esempio generale. Sono comunque

continui i raffronti fra i vari tipi, anche attraverso esempi numerici e l'uso della costante di apparecchio. Interessanti e degni di nota la derivazione delle proprietà generali del trasduttore magnetostrittivo da quelle dell'elettromagnetico ed i frequenti confronti fra il dielettrico e il piezoelettrico.

La parte C è dedicata all'esame della caratteristica di frequenza dei trasduttori, mentre le parti D ed E sono rispettivamente adoperate per lo svolgimento di considerazioni comparative (di carattere generale) sui vari tipi e per la predeterminazione del possibile numero dei diversi principi di funzionamento dei trasduttori elettroacustici.

Come si è detto, sono frequenti gli esempi numerici, con che pertanto si offre il passaggio dalle considerazioni puramente qualitative a precisazioni quantitative; queste ultime, nella forma scelta dall'autore, risultano in sostanza molto più utili che non le notizie, fornite nelle trattazioni usuali, nelle quali ci si riduce ad indicare che un determinato tipo di microfono ha una certa sensibilità o che il tale altoparlante ha un rendimento di tanto per cento. Non si troveranno in questo volume nè disegni costruttivi, nè indicazioni di tipo tecnologico, ma numerosi schemi e diagrammi atti a facilitare la penetrazione dello studioso nell'intimo modo di funzionare del trasduttore elettroacustico.

Si tratta in sostanza di un libro per ingegneri, e si intende per ingegneri nel senso migliore e più elevato del termine. Vi si dimostra chiaro come lo studio e il progetto degli apparati elettroacustici in questione siano ormai usciti dall'empirismo, per entrare appunto nell'ingegneria. Deve anche essere avvertito che la trattazione non si limita ovviamente ai trasduttori elettroacustici in aria, ma vale altresì per quelli in acqua, appunto perchè le considerazioni svolte non sono mai vincolate ad un unico mezzo. Si comprende che, dati il momento e la personalità dell'autore, fra le più scientificamente elevate in questo campo, ma legata ad un'industria, non tutte le domande che il lettore può farsi (specialmente su certi riflessi pratici) trovano un'adeguata risposta.

La presentazione tipografica è molto curata ed elegantemente sobria.

An. Gi.

* * *

H. ROTHE u. W. KLEEN — *Elektronenröhren als Schwingungserzeuger und Gleichrichter.* — Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1941 — Un volume di X-210 pagine con 159 figure. — Prezzo R. M. 15,20 (legato R. M. 16,80).

Il quinto volume della « Bücherei der Hochfrequenztechnik » è dedicato agli oscillatori e ai rettificatori. In uno spazio relativamente ristretto è riuscito agli autori di trattare tutte le questioni essenziali senza scapito della precisione e della chiarezza. È stato di regola tralasciato l'esame delle singole disposizioni di circuito che, con tutte le svariate modificazioni, avrebbero appesantito il libro con scarso vantaggio

L'esposizione tende a raggiungere un massimo di generalità sì da fornire allo studioso i mezzi per risolvere da sè i casi particolari che si presentano nella pratica. Tuttavia non mancano cenni sulle disposizioni d'importanza fondamentale.

Il volume è diviso in due parti nella prima viene trattato il problema della produzione di oscillazioni mediante tubi elettronici L'impostazione, di tono elevato eppure chiara e semplice, si discosta notevolmente dagli schemi abituali Viene posto a base dello studio dell'oscillatore il concetto di resistenza negativa, ad esso viene collegato e subordinato il concetto di reazione Questa via offre il vantaggio di una maggiore ampiezza di vedute e di una maggiore snellezza

L primo capitolo è dedicato alla produzione di oscillazioni mediante resistenze negative: qui vengono toccate questioni che non hanno ancora completamente raggiunto un assetto definitivo. Nel secondo si esaminano le varie possibilità di ottenere caratteristiche negative mediante tubi elettronici; fra le altre la reazione, che viene collegata in tal modo al concetto di resistenza negativa Nel terzo capitolo s'introduce la distinzione fra oscillazioni di rilasciamento e oscillazioni sinoidali un suggestivo metodo grafico consente di rendersi conto del passaggio dall'una all altra categoria al variare dei parametri del circuito. I tre successivi capitoli trattano in particolare l'oscillatore a reazione, che è ancora oggi di gran lunga il più importante per le applicazioni il calcolo dell'ampiezza di oscillazione viene effettuato sia col metodo della pendenza media, di Barkhausen, sia col metodo delle caratteristiche di oscillazione, di Moller; ad alcune considerazioni fondamentali sulla stabilità di frequenza fa séguito un cenno sui sistemi di stabilizzazione elettromeccanici (a quarzo e a corista). Un settimo capitolo è dedicato agli oscillatori di rilasciamento.

La seconda parte concerne quell insieme di argomenti che si usa riunire sotto il nome di rettificazione, cioè tutto quel complesso di problemi nei quali è essenziale la non linearità delle caratteristiche dei tubi Per la molteplicità della materia e per lo stato di evoluzione in cui essa si trova ancora, è assai difficile trovare un criterio di classificazione che consenta un'esposizione ben ordinata. Questa parte, pur non raggiungendo l'equilibrata distribuzione della prima, è caratterizzata dalla stessa snellezza e precisione

Dopo un capitolo introduttivo, viene esaminata dapprima la rettificazione di piccole tensioni, assumendo varie espressioni analitiche per la caratteristica del tubo, quindi la rettificazione di grandi tensioni, sia col metodo grafico delle caratteristiche di rettificazione, sia per via analitica, supponendo la caratteristica costituita da due semirette uscenti dall'origine degli assi. I due capitoli successivi riguardano la rettificazione di griglia con un particolare esame della rivelazione con reazione, e la rettificazione di placca. Quello ancora seguente tratta della rettificazione per ripartizione di corrente. se tale applicazione presenta oggi poco interesse pratico non è escluso che possa averne in

séguito ed è a ogni modo interessante dal punto di vista teorico. Gli ultimi tre capitoli si riferiscono a problemi specifici: la rivelazione di segnali modulati, dei quali venga trasmessa una sola banda laterale, voltmetri elettronici; i raddrizzatori di alimentazione.

La numerosa bibliografia indica di regola gli articoli fondamentali per ogni argomento, perciò risale spesso assai indietro negli anni. Non sono però trascurati recenti contributi significativi. Il frequente riferimento alle memorie originali fatto nel testo permette al lettore di formarsi rapidamente un'idea dello stato dei singoli argomenti e facilita eventuali ricerche bibliografiche. *G. Fr.*

***

J. Schintlmeister. — *Die Elektronenröhre als physikalisches Messgerät.* — J. Springer, Wien, 1942. — Un volume di VIII 179 pagine, con 119 figure. Prezzo R. M. 14,40.

Numerosi volumi sui tubi elettronici sono comparsi in questi ultimi anni nella letteratura tecnica germanica: essi trattano in generale l'uso dei tubi come oscillatori, come rivelatori e come amplificatori per correnti alternate, dalle più basse frequenze acustiche fino alle più alte frequenze radio; non risulta invece che fosse stata sistematicamente trattata finora l'utilizzazione come strumenti di misura per la fisica. È questo il tema del nuovo libro.

La materia è suddivisa in quattro parti. La prima, di carattere generale e introduttivo, riassume in modo chiaro e conciso la teoria del tubo elettronico, descrivendo i principali circuiti con cui esso viene adoperato. Dopo un cenno sulle disposizioni costruttive, vengono trattate la teoria fondamentale e le caratteristiche statiche. Seguono un capitolo sul tubo come amplificatore, uno sulla corrente di griglia, un altro sui tubi elettrometri, con precisi cenni su quelli ormai classici della Philips e della A. E. G.-Osram, ampiamente illustrati. Le pagine successive sono dedicate alla misura di piccole correnti di griglia e all'uso effettivo dei tubi, dei quali vengono fornite le caratteristiche di funzionamento, deducendole da quelle statiche.

Nella seconda parte il tubo elettronico viene studiato come voltmetro per tensioni continue, cominciando con la sua applicazione per le misure acidimetriche. Si espongono i metodi di compensazione e d'incremento, di cui vengono fornite le rispettive sensibilità. Alla riduzione delle fluttuazioni del punto di riposo è riservato un intero capitolo, mentre altri contengono numerosi schemi di amplificatori per tensioni continue.

Nella terza parte, dedicata al tubo come galvanometro, dopo una breve introduzione vengono considerate le misure di corrente, sia per il tramite della caduta di tensione ai capi di una resistenza, sia mediante metodi di carica e scarica. La quarta ed ultima parte, di carattere

prettamente fisico, si riferisce al tubo elettronico come elettrometro. Dopo un primo capitolo di carattere generale, si considera la costante di tempo nel meccanismo di carica e scarica del condensatore come introduzione allo studio della teoria generale dell'elettrometro a tubi. Si tratta quindi dell'andamento della scarica in una camera di ionizzazione, e poi dell'influsso che le capacità fra la griglia di comando e gli altri elettrodi hanno sulle costanti di tempo da misurare. Del rumore di fondo in relazione con la resistenza di griglia si occupa uno dei capitoli successivi. Di questi, i due ultimi e maggiori studiano ampiamente l'elettrometro a tubi: l'uno considera l'elettrometro a grande costante di tempo con amplificatore di tensione continua, l'altro l'elettrometro a piccola costante di tempo, con accoppiamento a resistenza e capacità.

Notevole la chiarezza dell'esposizione e delle illustrazioni di tutta l'opera. Ottima ed accurata la presentazione tipografica. *C. E.*



R. FELDTKELLER. — *Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik.* Zweite Auflage. — S. Hirzel, Leipzig, 1942. — Un volume di IX-169 pagine, con 95 figure. — Prezzo R. M. 8,80 (legato R. M. 10).

La nuova edizione di questo volume (¹) appare accresciuta rispetto alla precedente di 27 pagine e 10 figure. Un aumento di mole relativamente grande ha subito il capitolo introduttivo, dedicato ai circuiti equivalenti dei generatori, che è stato arricchito di alcuni utili esempi pratici.

Nei tre capitoli successivi si notano in diverse parti rielaborazioni più o meno profonde. In tutti i casi in essi considerati viene introdotta la nozione di eco, della quale non era fatto cenno nella prima edizione, e si ricavano le relazioni tra l'esponente di trasduzione immagine e l'indice di efficienza trasduttiva composita; viene dato anche un cenno sulla misura di quest'ultima grandezza. Con metodo nuovo è svolta la discussione delle variazioni d'impedenza di entrata in funzione dei valori dell'impedenza di carico per i quadripoli lineari simmetrici in generale; per quelli privi di perdite è svolto uno studio approfondito, accompagnato da utili diagrammi, sull'indice di efficienza nelle varie gamme e sull'eco in quelle passanti.

Nel quinto capitolo, sulla teoria generale dei quadripoli lineari, sono da notare l'introduzione meno astratta delle regole di calcolo sulle matrici e l'espressione dell'indice di efficienza in funzione dei termini della matrice di catena. Nel sesto, sulle matrici dei circuiti semplici, è stato aggiunto un paragrafo sulle trasformazioni di un quadripolo in altri

(¹) A. F., 1938, VII, p. 270.

equivalenti, ottenute operando sulle relative matrici. In fondo al volume si trovano alcune tavole numeriche: funzioni varie dell'attenuazione, funzioni del rapporto di adattamento, funzioni circolari ed iperboliche. Seguono ancora una tabella dei simboli adoperati nel testo, un elenco bibliografico ed un indice alfabetico. Degna di particolare nota l'introduzione di alcuni utilissimi esempi numerici.

I punti accennati sono quelli in cui la nuova edizione più si discosta dalla precedente; tuttavia, anche laddove il testo è rimasto sostanzialmente invariato, sono stati aggiunti qua e là osservazioni e chiarimenti, e qualche dimostrazione è svolta in forma più elegante e sintetica. In tutto il libro, al radiante come unità di misura degli angoli è stato sostituito l'angolo retto con le sue frazioni decimali. *E. Cr.*

PUBBLICAZIONI RICEVUTE

H. HECHT. — *Schemi ed equazioni differenziali di oscillatori elettrici e meccanici* (1) (Traduzione italiana di V. Savino). — Edizioni Cremonese, Roma, 1942. — Un volume di 146 pagine, con 51 figure. — Prezzo L. 30.

C. L. SAGUI. — *Les phenomenes magmatiques et les théories du quantum électromagnétique.* — Ayzac Frères, Avignon, 1941. — Un fascicolo di 78 pagine, con 16 figure. — Senza indicazione di prezzo.

L. SAUTY. — I: *Les théories anciennes et modernes de la gravitation.* II: *À propos sur les constantes de Weiss, Rydberg et Planck.* — Ayzac Frères, Avignon, 1941. — Un fascicolo di 30 pagine. — Senza indicazione di prezzo.

(1) La recensione dell'edizione tedesca è stata pubblicata in A. F., 1940, IX, p. 383.

INFORMAZIONI E NOTIZIE

Corso di perfezionamento in Elettrotecnica (Sezioni: Costruzioni Elettromeccaniche e Comunicazioni Elettriche). — Il R. Politecnico di Torino rende noto che sono aperte le iscrizioni al Corso di perfezionamento in Elettrotecnica (Sezioni, Costruzioni Elettromeccaniche e Comunicazioni Elettriche), diretto dal professore G. Vallauri, presso l'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris.

Il Corso di perfezionamento in Elettrotecnica « Galileo Ferraris » ha come fondamento gli insegnamenti generali di *Elettrotecnica generale* (G. Vallauri), *Elettrotecnica complementare* (A. Carrer), *Misure elettriche* (L. Ferraris); *Impianti elettrici* (C. Palestrino), *Costruzioni elettromeccaniche* (G. Someda), *Comunicazioni elettriche* (E. Soleri), *Trazione elettrica* (M. Semenza).

È inoltre raccomandato agli allievi di seguire, presso la Facoltà di Scienze della R. Università, il corso di *Fisica matematica* (E. Persico).

Da tali insegnamenti possono essere esentati quegli iscritti che provino di aver precedentemente seguito con profitto corsi analoghi. Inoltre coloro che si iscrivono alla Sezione Costruzioni Elettromeccaniche sono esentati dal frequentare il corso di Comunicazioni elettriche, e coloro che si iscrivono alla Sezione Comunicazioni Elettriche sono esentati dal frequentare i corsi di Impianti elettrici, di Costruzioni elettromeccaniche e di Trazione elettrica.

Per ciascuna delle due Sezioni, il Corso consiste in insegnamenti speciali, integrati da gruppi di conferenze di carattere monografico.

Il Corso ha la durata di un anno accademico. Ad esso possono essere iscritti i laureati in ingegneria od in fisica. Il Corso rilascia un certificato di perfezionamento in Elettrotecnica (Sezione Costruzioni Elettromeccaniche, ovvero Sezione Comunicazioni Elettriche).

Possono venir ammessi al Corso gli ufficiali in servizio permanente effettivo di Artiglieria, Genio, Marina e Aeronautica, anche se sprovvisti di diploma di ingegnere. Ad essi verrà rilasciato un semplice certificato degli esami superati.

Gli esami delle materie speciali per ciascuna sezione si svolgeranno durante le sessioni estiva ed autunnale. La prova finale si svolgerà nella sessione autunnale, non oltre il 15 dicembre, dopo che il candidato avrà svolto un lavoro di carattere teorico-sperimentale.

Oltre che come semplici iscritti, si può essere ammessi a seguire il Corso come allievi interni. Gli allievi interni frequenteranno l'Istituto

con orario normale (dalle ore 8,15 alle 12 e dalle 14,15 alle 18, tutti i giorni feriali, escluso il sabato pomeriggio) dall'8 gennaio alla fine di dicembre 1943, esclusi due mesi di ferie; essi seguiranno l'attività normale del reparto dell'Istituto cui saranno assegnati.

Fra gli allievi interni i più meritevoli potranno essere assegnatari di borse di studio, costituite coi mezzi forniti dalla Fondazione Politecnica Piemontese e dall'Istituto Elettrotecnico Nazionale. Tali borse, assegnate a giudizio insindacabile di apposita Commissione, sono di L. 10 000 ognuna, suddivise in 10 assegni di 1000 lire per ogni mese di presenza, con un eventuale premio di 1000 lire, da conferirsi, al termine del godimento della borsa, su parere conforme della Commissione chiamata ad esaminare il lavoro finale. Potranno inoltre essere concessi altri premi agli allievi che se ne dimostrassero particolarmente meritevoli. L'esito del Corso di perfezionamento potrà essere considerato come titolo di preferenza per un'eventuale assunzione nel personale dell'Istituto.

Con l'appoggio delle industrie nazionali specializzate, agli allievi del Corso è data la possibilità di compiere, nei mesi estivi, tirocini pratici presso stabilimenti.

Corsi per la Sezione Costruzioni Elettromeccaniche: *Trasformazioni di frequenza ed interconnessione di reti* (G. Someda), *Alte tensioni periodiche ed impulsive* (A. M. Angelini), *Macchine ioniche* (A. Asta); *Macchine rotanti speciali* (A. Carrer), *Complementi di misure elettriche* (P. Lombardi); *Complementi di matematica* (G. Zin).

Corsi per la Sezione Comunicazioni Elettriche: *Circuiti di comunicazioni elettriche* (A. Ferrari-Toniolo), *Radiotecnica generale* (A. Pinciroli), *Elettroacustica* (A. Gigli), *Tecnica telefonica e telegrafica* (E. Soleri), *Telecomunicazioni ad alte frequenze vettrici* (G. Zin), *Misure radiotecniche* (A. Pinciroli); *Radiotrasmettitori* (A. Pinciroli), *Radioricevitori* (G. Dilda); *Complementi di misure elettriche* (P. Lombardi), *Complementi di matematica* (G. Zin).

Corsi monografici: *Elementi di calcolo funzionale* (A. M. Angelini), *Materiali speciali per l'elettrotecnica* (C. Chiodi); *Fondamenti di fotometria e di illuminazione* (R. Deaglio), *Problemi attuali della trazione elettrica* (G. M. Pestarini); *Tecnica delle linee ad alta tensione* (A. Dalla Verde).

Le lezioni avranno inizio l'11 gennaio 1943 e termineranno il 30 giugno 1943.

Per l'iscrizione all'una o all'altra delle Sezioni del Corso è necessario compilare domanda in carta legale da L. 4 indirizzata al Direttore del Politecnico e inviarla alla Segreteria del Politecnico medesimo (Castello del Valentino) entro ed assolutamente non oltre il 31 dicembre 1942, allegando i documenti indicati nel bando.

Per l'ammissione al Corso come allievo interno deve essere inviata domanda separata al Presidente dell'I. E. N. G. F., entro il 15 dicembre 1942. In tale domanda si dovrà specificare se si aspira ad una delle borse

di studio per l'una o l'altra sezione, e si allegherà una breve esposizione relativa ai titoli scolastici conseguiti, ai lavori precedentemente svolti, alla conoscenza di lingue estere, nonchè qualunque documento atto a comprovare la preparazione del candidato. L'ammissione come allievo interno potrà avvenire, su espressa richiesta dell'interessato, anche in mesi antecedenti il gennaio 1943

Gli ammessi al Corso dovranno pagare per tassa di iscrizione L. 500, soprattassa per esami L. 75, soprattassa speciale L. 350; contributi di laboratorio L. 175; contributo assistenziale e costo del libretto e della tessera L. 53.

Per ulteriori schiarimenti ci si rivolga all'Ufficio di direzione del Corso (I. E. N. G. F., Corso Massimo d'Azeglio 42, Torino). *Re*

* * *

Borse di studio del C. N. R. per allievi ricercatori elettrotecnici. — Il Comitato per l'Ingegneria (Reparto Elettrotecnico) del C. N. R. mette a concorso tre borse di studio per allievi ricercatori, che intendano avviarsi al lavoro sperimentale nel campo dell'elettrotecnica in un laboratorio universitario italiano.

Le proposte di assegnazione delle borse, in carta libera, debbono essere formulate ciascuna da un Direttore di laboratorio universitario od equiparato (di elettrotecnica o di scienze affini) ed inviate alla Segreteria del Comitato per l'Ingegneria del C. N R. (Roma, Piazzale delle Scienze) entro il 31 dicembre 1942-XXI. Nella proposta il Direttore di laboratorio indica il nome dell'allievo ricercatore, i suoi titoli di studio, la data da cui l'assegnazione dovrebbe decorrere e l'indirizzo di massima del lavoro da intraprendere.

La concessione della borsa comporta la liquidazione di L. 800 lorde mensili, da effettuarsi a favore dell'assegnatario fino ad un massimo complessivo di L. 8000 (durata della borsa 10 mesi), oltre ad un premio di L. 1000 da concedersi al termine del periodo di 10 mesi, se utilizzato dall'assegnatario in modo ben rispondente ai fini della borsa

La liquidazione avviene per bimestri posticipati in seguito a dichiarazione favorevole del Direttore di laboratorio proponente. Essa è subordinata altresì alla dichiarazione, da parte dell'assegnatario, di non percepire per nessun titolo altri compensi e di dedicare la propria attività professionale esclusivamente al lavoro di ricerca.

La liquidazione dell'assegno cessa, se per qualunque motivo cessano di essere soddisfatte le condizioni predette o se l'assegnatario vi rinuncia, o se il Direttore ne fa proposta per insufficienza di attitudini o di buona volontà, dimostrata dall'allievo.

Sull'assegnazione delle borse deciderà, entro il gennaio 1943-XXI, il Comitato per l'Ingegneria del C. N R *Re*

***

Borse di studio del C. N. R. per la radiotecnica. — Il Consiglio Nazionale delle Ricerche, Comitato per la Radiotecnica e le Telecomunicazioni, allo scopo di favorire lo sviluppo delle discipline radiotecniche e delle loro applicazioni, incoraggiando l'attività di giovani studiosi, mette a concorso per l'anno accademico 1942-1943 XXI le seguenti borse di studio, costituite in parte con fondi posti a disposizione dall'Industria nazionale

a) 3 borse di studio di L. 6000 per un corso annuale di specializzazione in radiocomunicazioni presso un istituto o scuola superiore a carattere universitario da stabilirsi dalla Presidenza del Comitato.

b) 3 borse di studio di L. 4000 per un corso annuale di studi e di esperienze in radiotecnica presso un istituto superiore o laboratorio specializzato da stabilirsi dalla Presidenza del Comitato

Altrettante borse di eguale importo sono destinate ai chiamati alle armi e per essi si fa riserva di bandire speciale concorso.

L'assegnazione della borsa è incompatibile con qualsiasi altra assegnazione che abbia, in tutto o in parte, il medesimo scopo. Non possono prendere parte al concorso coloro che hanno beneficiato di precedente assegnazione di borsa di studio da parte del Comitato. Il giudizio per l'assegnazione delle borse è dato inappellabilmente dalla Presidenza del Comitato, su relazione scritta di apposita Commissione da essa nominata. È in facoltà della Presidenza di commutare qualcuna delle borse di cui alla lettera *b* in premi da assegnare a titolo d'incoraggiamento per speciali studi od esperienze degne di particolare considerazione.

L'ammontare della borsa verrà pagato a rate (gennaio, marzo, maggio luglio) su richiesta del Direttore della scuola o laboratorio corredata dall'attestazione di frequenza e profitto. Per il pagamento dell'ultima rata è necessario un rapporto del Direttore, riepilogativo dell'attività svolta e del profitto conseguito dall'assegnatario.

I laureati in ingegneria od in fisica od in fisica-matematica possono concorrere, sia alle borse di studio di cui alla lettera *a*, sia a quelle di cui alla lettera *b*; i concorrenti sforniti di laurea possono aspirare soltanto alle borse di studio di cui alla lettera *b*. Essi debbono dimostrare, mediante diploma di studio o attestazione di prestato servizio radiotecnico di essere idoneamente preparati a seguire il corso anzidetto di studio e di esperienze in radiotecnica.

Il concorso è per titoli. Le istanze di ammissione al concorso, redatte in carta legale da L. 6, debbono pervenire alla Segreteria del Comitato in Roma (Palazzo del C. N. R., Piazzale delle Scienze) non oltre il 20 dicembre 1942-XXI, corredate dai documenti indicati nel bando.

Nella domanda l'aspirante deve indicare le sue complete generalità nonchè il domicilio e il recapito per le eventuali comunicazioni del Comitato, specificare a quale borsa concorre, e dichiarare di obbligarsi a sottostare alle condizioni stabilite dall'avviso di concorso. *Re*

CONDENSATORI DUCATI

IL CONDENSATORE ELETTROLITICO IN CORRENTE ALTERNATA

Nell'impostazione teorica degli ardui concetti concernenti i fatti elettromagnetici in regime alternativo, fondamentale fu l'opera coordinatrice e chiarificatrice di Galileo Ferraris (1847-1897). A lui si debbono, la definizione del fattore di potenza (1884), la corretta espressione della potenza attiva e, conseguentemente, quella di potenza reattiva:

$$P = VI \cos \varphi, \qquad Q = VI \operatorname{sen} \varphi$$

in cui è tenuto in debito conto lo sfasamento temporale fra tensione e corrente.

La corrente alternata era stata, fino allora, applicata in impianti di illuminazione che presentavano piccolo sfasamento induttivo: i fatti capacitivi erano perciò trascurati dai tecnici ai quali si manifestarono in modo clamoroso quando, nel 1891, alla messa in servizio del cavo da 10 kV installato dal Ferrant, tra Londra e Deptford (7 km), si constatò a vuoto una tensione in arrivo superiore a quella dell'origine.

Questo fatto diede luogo ad ampie discussioni e provocò un intenso fervore di studi sulle capacità concentrate e distribuite.

Il comportamento di una capacità in regime alternativo di frequenza f, e cioè la relazione funzionale tra corrente e tensione, quando quest'ultima ha andamento sinusoidale

$$v = V \operatorname{sen} \omega t$$

di pulsazione ω $(= 2\pi f)$, era stato dedotto facilmente dall'espressione $i = dq/dt$ differenziando la formula di Faraday $q = CV$ applicata ai valori istantanei di carica e di tensione:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt} = \omega CV \cos \omega t = \omega CV \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Risultò così che la corrente che percorre il condensatore è essa pure sinusoidale di pulsazione ω, ma anticipa di fase rispetto alla tensione ai suoi capi, di un quarto di periodo, e che la sua ampiezza $I = \omega VC$ dipende dalla frequenza, oltreché dal valore della capacità e dall'ampiezza della tensione.

Già fin dal 1880 il Joubert aveva posto, unitamente a quelli di reattanza induttiva e di impedenza, il concetto di reattanza capacitiva definita dal rapporto fra le ampiezze (o tra i valori efficaci) della tensione e della corrente

$$X_C = \frac{V}{I} = \frac{1}{\omega C}.$$

Di particolare interesse fu anche la constatazione che la potenza istantanea assorbita dalla capacità, varia nel tempo con legge sinusoidale, di pulsazione 2ω, il cui valore medio è nullo in conseguenza del periodico scambio energetico tra circuito e campo elettrico. L'entità di tale scambio è tuttavia valutata col prodotto dei valori efficaci della tensione e della corrente:

$$Q_c = VI = \omega CV^2 = I^2/\omega C$$

che definisce la cosidetta potenza reattiva dei condensatori da considerarsi di segno opposto a quella delle induttanze

Chiedete le pubblicazioni tecniche e consulenza alla DUCATI, Bologna o Sedi di Milano, Roma e Napoli

DUCATI

SOCIETÀ SCIENTIFICA RADIO BREVETTI DUCATI - BOLOGNA

Costruzioni radio-elettro-ottico-meccaniche di precisione

Vol. XI - N. 11-12 (Pubblicazione mensile) Novembre-Dicembre 1942-XXI

ALTA FREQUENZA

RIVISTA DI RADIOTECNICA TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

SOTTO IL PATROCINIO

DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE

DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA

DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA







ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
MILANO (2/2) - VIA SAN PAOLO, N. 10

A. F. XI-11-12 NOV.-DIC. 1942

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE - GRUPPO III

VOL. XI NOVEMBRE-DICEMBRE 1942 XXI N. 11-12

ALTA FREQUENZA

RIVISTA
DI RADIOTECNICA, TELEFONIA E ACUSTICA APPLICATA

Edita dall'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA
Redazione: Torino (116), Corso Massimo d'Azeglio, 42. *Amministrazione e Ufficio Pubblicità:* Milano (2,2), Via S. Paolo, 10. Conto corrente postale n. 3.1189.

È gradita la collaborazione dei lettori. Gli scritti dei singoli Autori non impegnano la Redazione e quelli della Redazione non impegnano il Comitato Direttivo. I manoscritti non si restituiscono.

ABBONAMENTO ANNUO . . . **L. 50**
PER I SOCI A.E.I. o S.I.F. » **40**
UN NUMERO SEPARATO » **6**

ANNATE ARRETRATE: I (1932), **L. 30** II (1933), III (1934), IV (1935) V (1936), VI (1937), **L. 40** CIASCUNA, LE SUCCESSIVE, **L. 60** CIASCUNA.

SOMMARIO

Al presente fascicolo sono allegati il frontespizio e gli indici del volume XI (1942).

Vol. XI Novembre-Dicembre 1942-XX N. 11-12

ALTA FREQUENZA



Progetto di filtri.

Le questioni relative alla «sintesi» dei circuiti elettrici, di cui già più volte si è parlato nella nostra rivista (1), hanno in comune con tutti i problemi di progetto la caratteristica di richiedere non soltanto la determinazione e lo sviluppo di adeguati metodi di calcolo, ma anche quella fase più delicata — in cui spesso si parla anche di un'arte del progettista — che consiste nella scelta del tipo di soluzione più adatta, fra le molteplici ugualmente possibili, al caso singolo in esame.

I filtri sono uno degli esempi più tipici di circuiti di cui interessa saper eseguire il progetto. Se si vuole applicare ad essi ciò che è stato già studiato in via generale per i quadripoli (2), è di somma utilità una guida per la fase di scelta del tipo di filtro che risolve un certo problema, specialmente sotto l'aspetto del massimo risparmio degli elementi costruttivi necessari. Nella fase, poi, di calcolazione, la quale con l'affinarsi dei metodi diviene sempre più laboriosa, sono non meno utili una serie di esempi concreti delle applicazioni e una discussione pratica degli inconvenienti accessori e del modo di eliminarli o di tenerne conto.

A tali scopi ottempera il lavoro, che pubblichiamo, del professore Cocci, e più prezioso ce lo rende il fatto che esso è l'ultimo lavoro di lui, immaturamente scomparso, lasciando — come vien più compiutamente detto in altra parte del presente fascicolo — acuto rimpianto delle sue doti di studioso e di uomo.

LA REDAZIONE.

---

(1) A. F. 1940, IX, p. 642 e 1941, X, p. 450.
(2) G. Cocci: Progetto di quadripoli di pure reattanze con funzione di trasmissione data - A. F., 1941, X, p. 470.

FILTRI CON NUMERO MINIMO DI ELEMENTI

GIOVANNI COCCI [1]

In una prima parte si espone un metodo per la scelta della funzione di trasmissione corrispondente al filtro con minimo numero di elementi, di cui siano date le caratteristiche rispetto all'effetto filtrante. La scelta può eseguirsi in modo assai semplice e rapido attraverso un diagramma che raccoglie sistematicamente i dati relativi a gran numero di funzioni di trasmissione a partire dalle più semplici. La trattazione è svolta, per fissare le idee, per filtri passa-basso, ma viene facilmente estesa a tutti i tipi di filtri, mediante trasformazione di frequenza o di reattanza. Questa prima parte è completata da un'appendice, in cui si espongono i procedimenti analitici utilizzati per il proporzionamento ottimo delle funzioni di trasmissione.

In una seconda parte si applicano i metodi esposti in un lavoro precedente per progettare il quadripolo, una volta nota la relativa funzione di trasmissione, ciò viene fatto in alcuni esempi numerici che servono anche ad illustrare i procedimenti enunciati per la determinazione della funzione di trasmissione. In una terza parte vengono infine considerati alcuni aspetti particolari dei filtri studiati, come l'impedenza d'ingresso e l'influenza della resistenza degli elementi e delle varie imperfezioni di attuazione.

In conclusione, se si confrontano tali filtri e quelli calcolati con i metodi classici, si vede che, utilizzando questi ultimi procedimenti anche nella forma più perfezionata, si giunge a reti più complicate, sia pur di poco, e con i noti e non necessari vincoli nel proporzionamento della rete e nella scelta della sua configurazione; i nuovi metodi di calcolo sono quindi nettamente preferibili almeno nel caso di filtri non troppo complessi, per i quali la maggiore complicazione del calcolo numerico non è ancora proibitiva.

Introduzione.

1. Da circa un decennio numerosi studiosi si sono dedicati allo studio delle reti elettriche con l'ausilio della teoria delle funzioni di variabile

---

(1) Il contributo del compianto professore Cocci, da lui originariamente inviato ad «Alta Frequenza» è stato assoggettato, per le esigenze stesse della presentazione e della pubblicazione, ad un completo e sostanziale rifacimento. Tale lavoro è stato generosamente compiuto dal professore A. Ferrari Toniolo, cui la Direzione del periodico esprime vive grazie.

complessa, ed ultimamente sono riusciti a stabilire metodi di progetto di una semplicità concettuale insperata, che consentono di determinare le caratteristiche di un quadripolo di pure reattanze che, inserito tra un generatore ed un carico resistivi, permette di ottenere una caratteristica di trasmissione con andamento, in funzione della frequenza, preassegnato. In pari tempo essi hanno anche escogitato nuovi metodi per passare dalle caratteristiche di un quadripolo ai circuiti che lo attuano costruttivamente, lasciando pure una grande libertà di scelta sull'ordine di successione e sul tipo delle cellule elementari da cui viene ad essere costituito il quadripolo. Una esposizione di questi moderni sviluppi della teoria delle reti, corredata da un'aggiornata bibliografia, è stata pubblicata di recente (3)

Per una piena utilizzazione di questi nuovi metodi di progetto, conviene procedere ad uno studio sistematico delle funzioni di trasmissione più adatte per risolvere i singoli problemi tecnici, considerate in relazione alle possibili reti che permettono di ottenerle. Fra i vari usi a cui reti complesse possono venire adibite, uno dei più noti e già ampiamente investigati è quello dei cosiddetti filtri, che sono reti che trasmettono bene talune bande di frequenza mentre attenuano fortemente le altre.

Diversi metodi di progetto per filtri sono stati, com'è noto, da tempo elaborati.



I più primitivi di essi (filtri prototipi) permettevano di considerare fra i dati prefissabili ad arbitrio soltanto le frequenze frontiera e il valore dell'impedenza (resistenza) caratteristica, non consentivano in alcun modo di porre condizioni circa l'andamento dell'attenuazione in funzione della frequenza, in particolare nella banda attenuata.

Un perfezionamento di questi primi metodi, dovuto principalmente a Zobel (filtri derivati « m »), allargava le possibilità precedenti fino a poter prefissare che, *per una o più frequenze particolari* della banda attenuata, l'attenuazione fosse estremamente elevata, anzi teoricamente infinita. Non ci si poteva tuttavia ancora assicurare a priori che *in tutta la banda attenuata* tale attenuazione fosse superiore ad un certo limite richiesto e che in tutta la banda passante fosse inferiore ad un certo altro limite prefissato. Si poteva rispondere alle esigenze dei problemi pratici soltanto mediante la successiva aggiunta di cellule filtranti, spesso assai numerose, le quali, mentre risolvevano alcune parti del problema, davano complicazioni da altri punti di vista.

Bisogna comunque riconoscere che questi sistemi di progetto, per la semplicità delle calcolazioni, si sono dimostrati sufficientemente adatti alla risoluzione di un gran numero di quesiti, ad esigenze limitate, della pratica.

Un decisivo passo innanzi per il progetto di filtri con esigenze elevate ed una impostazione concettualmente raffinata e più compiutamente

(3) G. Cocci. Progetto di quadripoli di pure reattanze con funzione di trasmissione data - A. F., 1941 X p. 470

soddisfacente della relativa teoria si sono avuti con la introduzione, dovuta principalmente a Cauer, di metodi che risolvono il problema di progettare filtri la cui caratteristica attenuazione-frequenza si approssimi quanto si voglia ad una prefissata, per tutta la gamma di frequenze. Per giungere a tale risultato, senza dubbio assai attraente, si è dovuto, non solo ricorrere a sistemi di calcolazione non semplici nè brevi, ma anche limitarsi a reti speciali, dotate di particolari proprietà (regolarità delle impedenze immagine), che permettessero di semplificare il lavoro di progetto, si rimaneva, in tal modo, fortemente vincolati nella scelta delle possibili reti e si doveva inoltre ricorrere a reti con un numero di elementi maggiore di quello strettamente necessario per adempiere alle sole esigenze filtranti (8).

Restando nell'ordine di idee dei metodi di tipo Cauer (determinazione degli elementi costitutivi di filtri con funzione di trasmissione attenuazione-frequenza che si approssimi, rigorosamente e per tutta la gamma di frequenze da 0 a $+\infty$, ad una caratteristica prefissata per rispondere ad elevate esigenze pratiche), il presente lavoro si propone di dare, come applicazione pratica della teoria precedentemente svolta (3), alcuni contributi ai procedimenti di progetto dei filtri, procedimenti che constano, in generale, dei seguenti stadi:

1) scelta del tipo di funzione che ottemperi alle esigenze generali relative alle proprietà filtranti richieste;

2) determinazione effettiva della funzione di trasmissione del tipo scelto e con le caratteristiche che meglio si adattano alle esigenze particolari del problema specifico in esame;

3) determinazione della rete e del valore degli elementi (induttanze e capacità) che debbono costituire il quadripolo di pure reattanze avente la funzione di trasmissione determinata.

Circa il primo punto, il contributo del presente lavoro consisterà principalmente nel presentare, previa una normalizzazione e una classificazione dei tipi di funzioni di trasmissione, alcuni diagrammi, frutto di lunghi e laboriosi calcoli sistematici ma di pronta e semplice utilizzazione da parte del lettore, i quali indicano immediatamente il tipo di funzione di trasmissione che meglio corrisponde alle proprietà filtranti richieste dal singolo caso e che permette di svolgere il progetto col minimo numero di elementi.

Relativamente al secondo e al terzo punto, la cui teoria è stata ampiamente svolta nell'articolo già citato (3), scopo del presente lavoro

(8) È infatti opportuno a questo proposito fare osservare che la regolarità delle impedenze immagine non ha fine a se stessa, ma è richiesta come un mezzo per evitare irregolarità (che potrebbero provenire da mancati adattamenti) nella caratteristica complessiva attenuazione-frequenza del sistema in cui è inserito il filtro. Se quindi si può direttamente assicurarsi che tale caratteristica complessiva è quella richiesta, le esigenze circa la regolarità delle impedenze immagine divengono superflue.

è quello di additare le applicazioni concrete al caso dei filtri, essenzialmente attraverso esempi pratici e numerici.

Con opportune osservazioni finali si accennerà alla possibilità di estendere il nuovo metodo introdotto ad una grande varietà di casi sempre più complessi, e di tener conto della resistenza e delle altre imperfezioni del quadripolo pratico rispetto a quello puramente reattivo.

PARTE I

DETERMINAZIONE DELLE FUNZIONI DI TRASMISSIONE PER FILTRI CON NUMERO MINIMO DI ELEMENTI

Funzioni di trasmissione normalizzate per filtri passa-basso.

2. - Fra le funzioni di trasmissione di un quadripolo ([4]), di gran lunga la più usata è quella definita, con riferimento allo schema della figura 1, da

[1] $$A = \frac{V_g}{V_2},$$

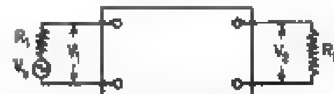


Fig. 1 — Quadripolo inserito fra generatore e carico resistivi.

Come è stato illustrato nel lavoro citato ([4]), è opportuno considerare il quadrato del modulo di A e scriverlo, per comodità della trattazione matematica, nella forma seguente

[2] $$T = |A|^2 = 4K + |S|^2, \qquad \text{con } K = \frac{R_1}{R_2}$$

Maggiormente generalizzando si può anche porre ([5])

[3] $$T = |A|^2 = a^2 (1 + |S_n|^2),$$

ove per a si richiede soltanto che sia il minimo valore di $|A|$ e, in ogni caso, non sia minore di $2\sqrt{K}$.

Si dimostra che S_n è una funzione razionale fratta

[4] $$S_n = \frac{N_1(\omega^2) + j\omega N_2(\omega^2)}{D(\omega^2)},$$

([4]) G. Cocci: Funzioni di trasmissione di quadripoli di pure reattanze inseriti fra due resistenze - A. F., 1938, VII, p. 804.

([5]) L'introduzione del fattore a permette, come si vedrà nell'appendice I, un ulteriore grado di libertà nel procedimento per determinare le funzioni S_n che corrispondono ad un filtro di date caratteristiche.

con N_1, N_2 e D polinomi in ω^2 (la variabile ω è la pulsazione) a coefficienti reali, e senza fattori in ω^2 comuni a numeratore e denominatore.

Se si considera, come si fa di solito, anziché la funzione di trasmissione A, la relativa attenuazione rispetto al valor minimo di $|A|$, si ha

$$\text{attenuazione} = 20 \log_{10} \sqrt{1 + |S_n|^2} \,. \quad \text{(in decibel)} \tag{5}$$

Considerando l'attenuazione, ha importanza dunque la sola funzione $|S_n|$ e non la T o la A.

Se $|S_n|$ è grande (banda attenuata), il suo quadrato risulta grande rispetto ad 1 e si può porre

$$\text{attenuazione} \cong 20 \log_{10} |S_n| \,; \quad \text{(in decibel)} \tag{6}$$

se invece $|S_n|$ è piccola (banda passante), si può sviluppare in serie il radicale e ottenere

$$\text{attenuazione} \approx 20 \log_{10} \left(1 + \frac{|S_n|^2}{2}\right) \,, \quad \text{(in decibel)} \tag{7}$$

cioè l'attenuazione diminuisce rapidamente al diminuire di $|S_n|$.

Assegnando l'attenuazione dalla tabella I si ricavano i valori per $|S_n|$ che sono di uso corrente.

TABELLA I. — *Corrispondenza tra l'attenuazione minima ed L_1*

Attenuazione (decibel)	$\sqrt{1 + \lvert S_n \rvert^2}$	$\lvert S_n \rvert$	$L_1 = \frac{1}{\lvert S_n \rvert}$
3	1,412	0,998	1,003
1	1,122	0,509	1,965
0,5	1,059	0,349	2,86
0,3	1,035	0,267	3,74
0,1	1,0116	0,153	6,55
0,05	1,0058	0,108	9,29
0,03	1,0035	0,083	12,03
0,01	1,00115	0,048	20,85

3. - Nell'illustrare ora il procedimento di normalizzazione delle funzioni di trasmissione per filtri, ci riferiremo, per fissare le idee, al caso di un filtro passa-basso (con frontiera ideale ω_0), questo comprende effettivamente nella loro essenza anche i casi più complessi, l'estensione ai quali verrà trattata in seguito.

Per la normalizzazione si fa uso innanzi tutto della variabile $\Omega = \omega/\omega_0$ anziché della variabile ω.

La funzione di trasmissione per un filtro passa-basso reale è allora rappresentabile come in figura 2. Si può cioè esigere che $|S_n|$ si mantenga inferiore ad un valore massimo abbastanza piccolo $(1/L_1)$ nella

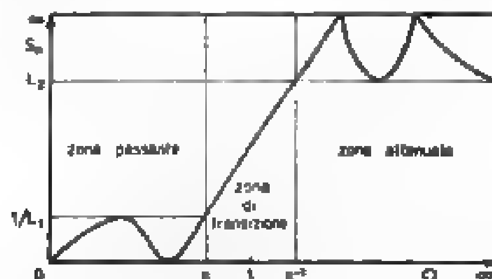


Fig. 2. — Funzione di trasmissione di un filtro passa-basso reale

zona passante e superiore ad un valore minimo abbastanza grande (L_2) nella zona attenuata; inoltre tra zona passante e zona attenuata si deve ammettere l'esistenza di una zona di transizione in modo da consentire a $|S_n|$ di passare da un ordine di grandezza all'altro. Se ω_1 e ω_2 sono prefissate, fra i dati del problema, come pulsazioni estreme della zona di transizione, si può scegliere ω_0 in modo che:

$$[8] \qquad \frac{\omega_1}{\omega_0} = x = \frac{\omega_0}{\omega_2} ;$$

risulta cioè:

$$[9] \qquad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad \text{e} \quad x = \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} .$$

Le condizioni di filtro, illustrate nella figura 2, si possono esprimere mediante le seguenti diseguaglianze

$$[10] \qquad \begin{aligned} |S_n| &< \frac{1}{L_1} && \text{per} \quad 0 < \Omega < x < 1 \\ |S_n| &< L_2 && \text{per} \quad 1 < x^{-1} < \Omega < \infty . \end{aligned}$$

4. Il genere di approssimazione definito dalle [9] porta a rendere minimo il massimo scarto numerico tra la funzione approssimante e la curva ideale; tale genere di approssimazione è noto in matematica come approssimazione di Cebiceff dal nome del primo che l'ha studiata sistematicamente.

L'approssimazione di Cebiceff è stata applicata da Cauer [6] per il progetto di filtri con numero minimo di elementi e la sua teoria è stata in tale occasione portata ad un notevole grado di perfezione.

Il punto fondamentale di tale teoria è il seguente: sia (fig. 3) da approssimare la curva aa nel tratto AB, e sia ε il massimo scarto consentito: tracciando le parallele distanti ε dalla curva richiesta, si individua la striscia CD - EF dentro la quale deve restare la curva approssimante. Se ora detta curva corrisponde a una funzione algebrica, la migliore approssimazione si ha quando la curva stessa oscilla tra il limite superiore CD e quello inferiore EF, diventando tangente ad essi il massimo numero di volte possibile ed assumendo il valore limite anche in corrispondenza delle frontiere (cioè passando per E o C e per F o D).

Fig. 3. – Approssimazione di una curva data aa, nell'intervallo AB con massimo scarto ε.

Nel caso presente le condizioni di approssimazione di Cebiceff sopra enunciate applicate alla funzione S_n (vedi formula [4,]) portano di conseguenza che il numeratore della S_n risulta in ogni caso un polinomio o pari o dispari, in Ω [7], cioè S_n può sempre essere scritta (a parte il fattore inessenziale j) in una delle due forme seguenti

$$[11] \qquad S_n = \frac{N_1(\Omega^2)}{D(\Omega^2)} \quad \text{(pari)} \qquad S_n = \Omega\,\frac{N_2(\Omega^2)}{D(\Omega^2)} \quad \text{(dispari)}$$

---

(6) W. CAUER, Ein Interpolationsproblem mit Funktionen mit positivem Realteil. Math. Zeitschr., 1934, XXXVIII, p. 1.

W. CAUER, Theorie der linearen Wechselstromschaltungen - Becker u. Erler, Leipzig, 1941.

(7) Infatti N_1 e N_2 non possono essere contemporaneamente presenti con questo tipo di approssimazione perchè S_n può annullarsi solamente dove N_1 e N_2 hanno radici comuni: dovendo S_n annullarsi il massimo numero di volte possibile, N_1 e N_2 devono avere tutte le radici comuni e devono coincidere a meno di un moltiplicatore: il numeratore di S_n si potrà allora scrivere $(a + j\Omega b)\,N(\Omega^2)$ ed è facile vedere che soltanto con $a = 0$ ovvero con $b = 0$ si può avere la migliore approssimazione per il grado massimo assegnato.

Da questo consegue inoltre che le condizioni di filtro scritte in [10] per Ω positivo, si mantengono anche per Ω negativo e che quindi in luogo delle [10], si può porre

$$[10'] \qquad \begin{aligned} S_n &\leq \frac{1}{L_1} \quad \text{per} \quad -1 \leq \Omega \leq 1 \\ S_n &\geq L_2 \quad \text{per} \quad \begin{cases} r^{-1} \leq \Omega \leq +\infty \\ -r^{-1} \geq \Omega \geq -\infty \end{cases} \end{aligned}$$

Per classificare queste funzioni le distingueremo ciascuna con due numeri: il primo, che chiameremo « classe », indicherà il grado in Ω del numeratore; il secondo, che chiameremo « specie », indicherà il grado in Ω^2 del denominatore. La specie può al massimo essere eguale alla metà della classe ([8]), se il numeratore della S_n è pari, se esso è dispari

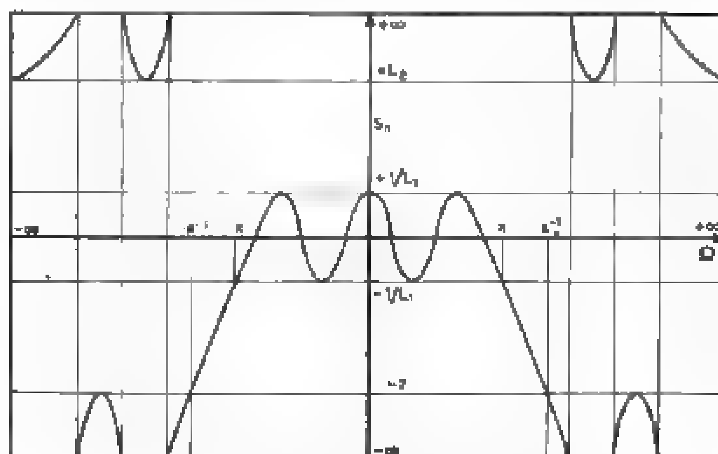


Fig. 4. — Andamento ottimo per una funzione di grado 6 al numeratore ed al denominatore (6 - 3).

anzi, la specie può al massimo essere uguale alla metà della classe diminuita di un'unità. Sono di specie massima, ad esempio, le funzioni 4 - 2, 5 - 2, 6 - 3 (illustrata nella figura 4) e così via.

Se non si distingueranno le funzioni con nessun contrassegno, si intenderà che le funzioni stesse abbiano tutti i parametri utilizzati per oscillare il massimo numero di volte tra i limiti ammessi dalle [10] o [10'], se invece le funzioni stesse sono ulteriormente limitate, si distingueranno con particolari segni supplementari.

Una di tali limitazioni è quella di imporre che, per Ω rispettivamente 0 e ∞, la funzione assuma pure corrispondentemente i valori 0 e ∞, cioè che sia

$$S_n(0) = 0, \quad S_n(\infty) = \infty \tag{12}$$

Tale limitazione è fisicamente necessaria se le funzioni debbono applicarsi al caso di filtri passa-basso o passa-alto.

[8] Il grado del denominatore, cioè, può essere al massimo eguale al grado del numeratore, infatti, se il primo superasse il secondo, per $\Omega = \infty$ sarebbe $S_n = 0$, ciò che è contro la seconda delle [10].

Le condizioni [12] sono sempre soddisfatte dalle funzioni dispari, per le funzioni pari rappresentano invece una ulteriore limitazione che può essere soddisfatta nel modo più semplice ponendo:

$$[11'] \qquad S_n^+ = \Omega^2 \, \frac{N_1(\Omega^2)}{D(\Omega^2)}$$

e limitando D ad avere al massimo il grado di N_1.

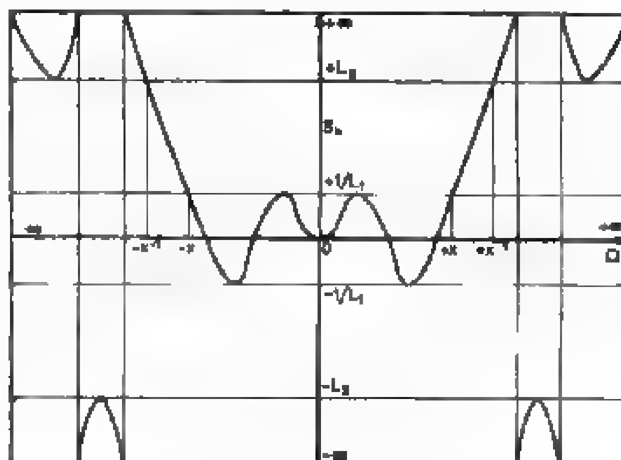


Fig 5 Andamento per una funzione speciale con + di grado 6 a numeratore e 4 al denominatore (6 - 2+)

Contrassegneremo queste funzioni con il segno +, la specie massima risulta la metà meno uno della classe, ad esempio 4 - 1+, 6 - 2+ (illustrata nella figura 5) e così via

5 Nell'appendice viene presentato un metodo generale per determinare le funzioni normalizzate S_n, e vien mostrato come si possano calcolare, superando le notevoli difficoltà matematiche che il metodo generale presenta, le funzioni di specie zero di specie massima, di specie massima con segno +, ed anche alcune funzioni generiche.

Conviene ripetere che tutte codeste funzioni sono normalizzate, cioè obbediscono alle seguenti condizioni.

1) la variabile corrente è la frequenza normalizzata $\Omega = \omega/\omega_0$,

2) ω_0 è scelto in modo che valgano la [8] e le [9'],

3) si ottempera alle condizioni di filtro ([10] ovvero [10']) con l'approssimazione di Cebiceff

4) si sceglie, per ogni funzione di una determinata classe e specie, quella per cui $L_1 = L_2 = L$ ed L è il massimo possibile in corrispondenza di ciascun valore di x (fig 2)

Una volta costituita una simile raccolta di funzioni S_n normalizzate, interessa porre in rilievo che immediata ne è l'utilizzazione come guida nel progetto di filtri col minimo numero di elementi.

Per ogni funzione normalizzata, infatti, a ciascun valore di x corrisponde un valore di L e viceversa; nel piano x, L si potrà allora tracciare un sistema di curve ciascuna corrispondente ad una funzione di classe e specie determinata.

Nella figura 6 sono riportate tali curve con scale per x e L tali da consentire una migliore rappresentazione per x molto prossimo alla unità oppure alquanto minore dell'unità.

Se si deve ora progettare un certo filtro caratterizzato da un dato x' e da dati L'_1 e L'_2 (ci si riferisce sempre alla figura 2 per il significato dei simboli), calcolato innanzi tutto $L'_{12} = \sqrt{L'_1 L'_2}$, si determinano assai agevolmente, nei diagrammi 6, le curve che passano in prossimità del punto (x', L'_{12}). Si può quindi senz'altro stabilire quale è il tipo di funzione S_n che si adatta al problema (9), risolvere cioè immediatamente il primo dei compiti proposti nella introduzione.

Poichè, per ogni funzione S_n, a ciascun particolare valore di x corrisponde il massimo L e viceversa, si può anche aver la certezza che la funzione determinata attraverso i diagrammi 6 non solo costituisce un tipo che si adatta al problema trattato, ma è quella che ha il massimo effetto filtrante per un dato valore di classe e di specie, o, viceversa quella che, ottemperando a certe caratteristiche filtranti (x ed L), ha classe e specie minime.

I diagrammi 6 hanno quindi un interesse fondamentale di orientamento in sede di progetto anche indipendentemente dal fatto che la calcolazione venga o non venga effettivamente eseguita seguendo i metodi laboriosi che conducono all'attuazione delle reti con numero minimo di elementi e di connessioni.

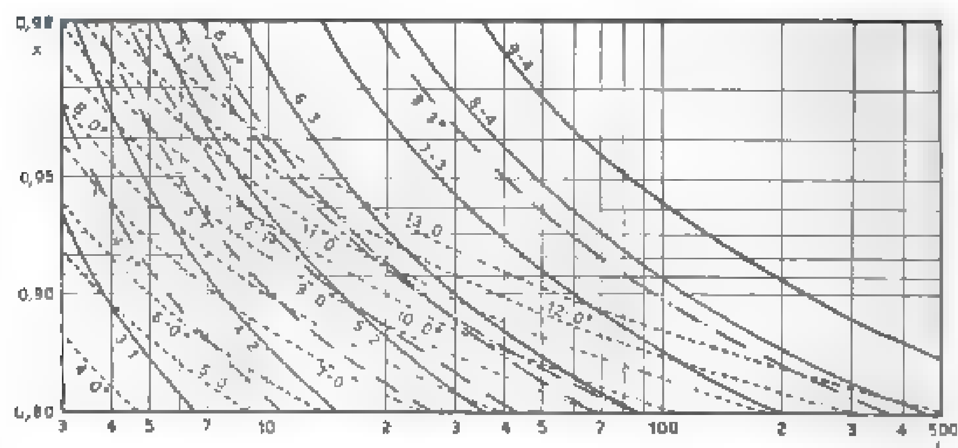
Deduzione del numero minimo di elementi di un filtro dalla forma della sua funzione di trasmissione.

6. - Anche senza effettuare la calcolazione degli elementi della rete, si può infatti molto rapidamente mettere in relazione la classe e la specie della funzione col numero e col genere degli elementi stessi.

Nel precedente lavoro (2) si è visto che la rete canonica per un dato quadripolo ha tanti elementi quante sono le radici di tgh $\theta - 1$ cioè

---

(9) La funzione che risolve effettivamente il problema per i dati x', L'_1 e L'_2 si ricava da quella normalizzata [passante per il punto (x', L') con $L' \cong L'_{12}$] moltiplicandola semplicemente per $k = \frac{L'_2}{L'_{12}} = \frac{L'_{12}}{L'_1}$, ovvero, con un miglior margine di sicurezza per il numero intero immediatamente superiore ad k. Si vedano, per maggior chiarezza, gli esempi numerici nella parte II.



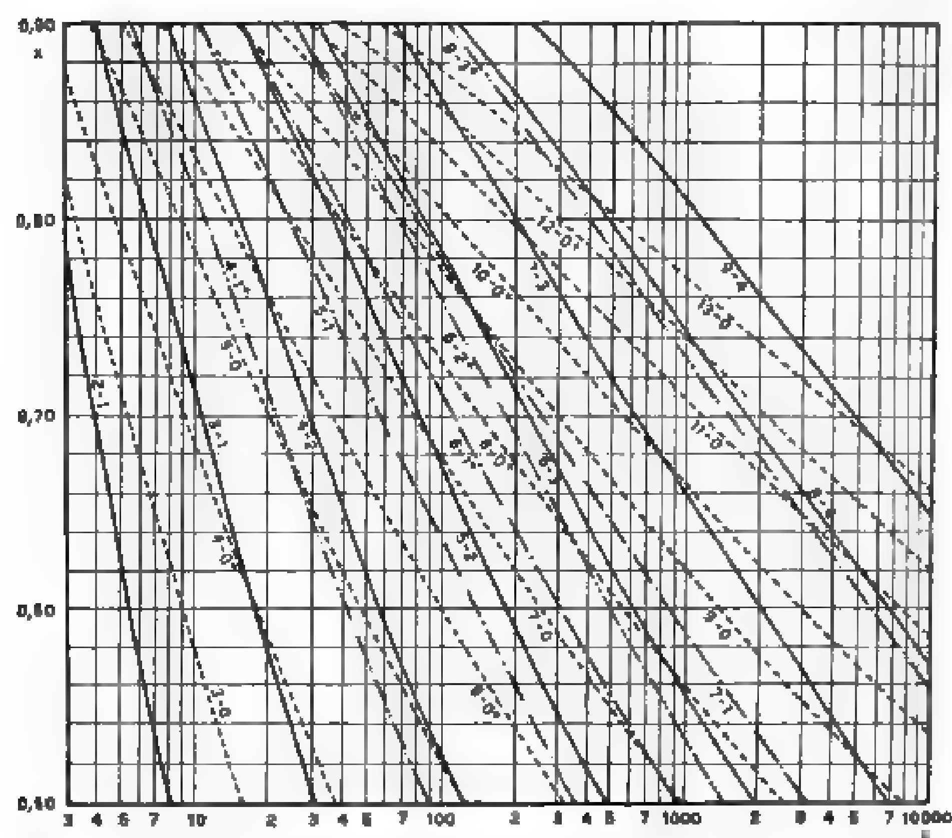


Fig. 6. — Potere filtrante corrispondente alle varie funzioni (in alto grafico per valori di x prossimi ad 1)

il grado in p del numeratore di A [10]; fra questi elementi vi sono tanti trasformatori reali ad accoppiamento unitario quante sono le coppie di radici di tgh $\vartheta - 1$ al finito, in cascata poi si avrà un trasformatore ideale. Secondo le denominazioni introdotte, la rete canonica ha dunque numero di elementi eguale alla classe della funzione; ad esempio nella figura 7 è rappresentata una rete che permette di attuare la funzione 7 - 2 e nella figura 8 una rete per la funzione 6 - 3. In questa forma normalizzata si vede che la rete ha tanti elementi di passa basso semplice (cioè condensatori in parallelo e induttanze in serie) quante sono le radici di valore infinito di tgh $\vartheta - 1$ (cioè quanta è la differenza di grado in p tra numeratore e denominatore di S_n) e tante cellule regolari elementari [11] quante sono le coppie di radici al finito (cioè quanto è il grado di S_n).

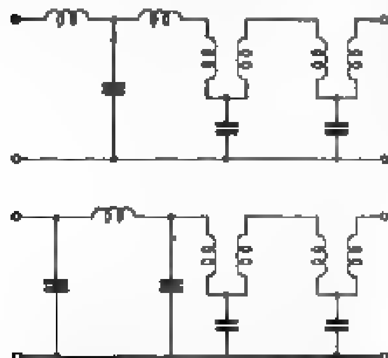


Fig. 7. — Filtro passa-basso corrispondente alla funzione 7 - 2; reti canoniche reciproche di resistenza

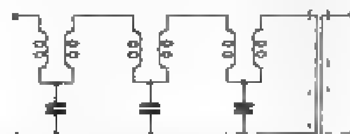


Fig. 8. — Filtro passa-basso corrispondente alla funzione 6 - 3; rete canonica

Volendo eliminare i trasformatori ad accoppiamento unitario che sono parte fondamentale delle cellule regolari elementari, bisogna ricorrere a reti supplementari, come già illustrato nel precedente lavoro [9], e precisamente introdurre tanti elementi supplementari quanti sono i trasformatori che si vogliono eliminare.

Così, ad esempio, la figura 9 mostra due reti reciproche di resistenza che equivalgono alle due reti della figura 7 e permettono di attuare la funzione 7 - 2. Queste reti vengono così ad avere un numero di elementi eguale alla somma della classe e della specie di S_n. Nella rete superiore, a ciascun elemento in parallelo corrisponde una radice all'infinito o una coppia di radici al finito di tgh $\vartheta - 1$; precisamente si hanno due circuiti risonanti in serie, cui corrispondono le due coppie di radici al finito ed un semplice condensatore cui corrisponde una radice all'infinito.

---

(10) Si intendono per radici di tgh $\vartheta - 1$ quei valori della variabile frequenziale $p = i\Omega$ in corrispondenza dei quali le impedenze a vuoto ed in corto circuito del quadripolo (misurate dalla stessa parte) sono uguali. Per codesti valori di p la tgh ϑ (che è uguale alla radice del rapporto di tali impedenze) risulta uguale a 1 e quindi si annulla l'espressione tgh $\vartheta - 1$.

(11) Cellule regolari elementari sono illustrate nelle figure 15 e 16 della pubblicazione citata (9).

Come elementi in serie si hanno quattro induttanze, cui però corrispondono soltanto due radici di valore infinito, come si può verificare applicando il criterio relativo esposto nel lavoro citato ([8]); due induttanze sono cioè elementi supplementari e servono unicamente a permettere di eliminare i due trasformatori della rete canonica. Per la rete duale, posta inferiormente, si possono ripetere le stesse considerazioni sostituendo però gli elementi in serie a quelli in parallelo e viceversa.

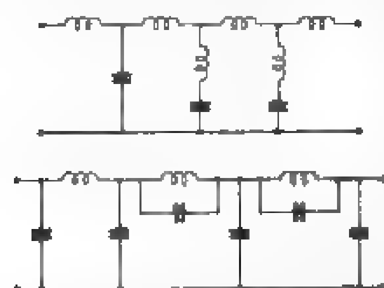


Fig. 9. — Filtro passa basso corrispondente alla funzione 7 - 2, reti senza mutue. Le due versioni sono le due cellule reciproche di resistenza corrispondenti a quelle della figura 7.

In queste reti è in certa misura arbitrario l'ordine di successione degli elementi in parallelo (per la superiore) o in serie (per l'inferiore) e, in particolare dei circuiti risonanti tale ordine è solo vincolato dalla necessità di permettere di ottenere valori positivi per tutti gli elementi della rete.

In generale e riassumendo: se il filtro ha n bande passanti (contando per metà quelle che cominciano con $\omega = 0$ oppure terminano con $\omega = \infty$), la rete minima che permette di attuarlo ha un numero di elementi che risulta dal prodotto di $2n$ per la classe. Di questi un numero eguale al prodotto di $2n$ per la specie sono trasformatori reali con accoppiamento unitario, essi possono venire eliminati con altrettanti elementi supplementari e si arriva così ad una rete composta di sole induttanze e capacità, ma con un numero di elementi eguale al prodotto di $2n$ per la somma della classe con la specie. Vi è poi un trasformatore ideale supplementare in cascata che in generale può essere eliminato assegnando un opportuno valore ad a (formula (3)) e che per un passa-banda può essere anche eliminato con un ulteriore elemento supplementare. Ad esempio per passa-basso semplice ($n = 1/2$) la funzione 7 - 2 è ottenibile con una rete minima di 7 elementi, oppure di 9, ma senza induttanze mutue. La stessa funzione per un passa-banda semplice ($n = 1$) è ottenibile con una rete minima di 14 elementi o, senza mutue, di 18 elementi (eventualmente 19 se a non ha un valore opportuno).

Confrontando ora nella figura 6 curve corrispondenti a funzioni di eguale classe ma di specie diversa, si vede che partendo dalla curva di specie massima le prime curve sono molto ravvicinate mentre poi la distanza e quindi la perdita di effetto filtrante vanno crescendo. Ad esempio la curva 5 - 1 è molto vicina alla 5 - 2, mentre poi per passare alla 5 - 0 vi è un intervallo notevole. Analogamente passando da una funzione pari normale alla corrispondente con segno + (ad esempio dalla 4 - 1 alla 4 - 1+), la perdita è molto piccola.

Da tutto questo deriva il principio generale che, partendo da una

funzione, la quale, sia nella zona passante, sia in quella attenuata, oscilli il massimo numero di volte tra i limiti assegnati quando si riduca di qualche unità il numero di dette oscillazioni, diminuisce in principio ben poco l'effetto filtrante; mentre, continuando per tale via sino a sopprimere completamente il comportamento oscillante, si arriva a ridurre fortemente tale effetto e tanto più quanto più ripida è la frontiera, cioè quanto più x è prossimo ad 1.

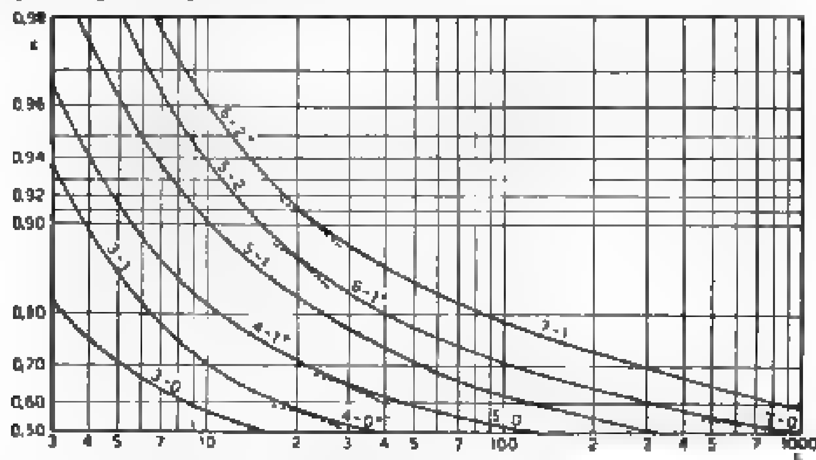


Fig. 10. Curve corrispondenti a funzioni con numero minimo di elementi per ottenere un dato effetto filtrante (per reti senza mutue)

Si vede quindi che, se si richiedono reti minime, converrà in generale ricorrere a funzioni di specie massima le quali, a pari classe, e quindi a pari numero di elementi, posseggono il migliore effetto filtrante, siccome tuttavia ad un maggiore numero indicativo della specie corrisponde sempre almeno una maggiore complicazione costruttiva, potrà anche convenire, specialmente nel caso di classe elevata, di prendere una specie inferiore a quella massima di una o forse due unità ottenendo così una semplificazione della rete con poca perdita nell effetto filtrante

Nel caso invece che si ricorra a reti senza mutue allora la funzione ottima potrà essere trovata, nella figura 6, confrontando funzioni con eguale la somma della classe con la specie e scegliendo quella che, nella zona che interessa ha il comportamento migliore. Nella figura 10 sono riportati i tratti ottimi delle varie curve che permettono di avere il migliore effetto filtrante per numero di elementi fissato (per reti senza mutue); si vede che per x piccolo le curve ottime sono addirittura quelle di specie zero, mentre per x molto prossimo ad 1 ci si avvicina alle curve di specie massima

Scorrendo poi gli esempi illustrati nella parte II si potranno vedere applicati i vari criteri ora esposti e meglio seguire l'utilizzazione delle curve delle figure 6 e 10

Estensione agli altri tipi di filtri mediante trasformazioni di frequenza e di reattanza.

7. - Le considerazioni svolte fin qui per il filtro passa basso si estendono facilmente agli altri tipi di filtri, sostituendo alla trasformazione di variabile $\Omega = \omega/\omega_0$, altre trasformazioni opportune.

Per passa-banda semplici la trasformazione è

$$\Omega = \frac{\omega_1\omega_2 - \omega^2}{\omega(\omega_2 - \omega_1)}$$

[13]

$$\omega = \Omega\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) + \sqrt{\Omega^2\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right)^2 + \omega_1\omega_2}$$

un poco più complicata della precedente, essa converte l'intera estensione di Ω da $-\infty$ a $+\infty$ nell'intervallo normale di ω da 0 ad ∞. Tale trasformazione è illustrata nella figura 11 e si vede che fa corrispondere -1 e $+1$ di Ω a ω_1 e ω_2, $-\infty$ e $+\infty$ a $\omega = 0$ ed $\omega = \infty$, 0 a $\omega = \sqrt{\omega_1\omega_2}$. Si hanno cioè frontiere ideali ad ω_1 e ω_2 e banda trasmessa interna all'intervallo ω_1-ω_2. Indicando ora con ω_{a1} e ω_{a2} gli estremi della zona attenuata e con ω_{p1} e ω_{p2} quelli della zona passante, si deve fare corrispondere ai primi $\Omega = \mp x^{-1}$ e ai secondi $\Omega = \mp x$, perchè questo sia possibile dev'essere



Fig. 11. - Corrispondenza tra la variabile ω e la variabile Ω quando si usi la trasformazione di reattanza per filtri passa-banda.

$$\omega_{a1}\,\omega_{a2} = \omega_{p1}\,\omega_{p2} = \omega_1\,\omega_2\,,$$

perchè in questa trasformazione, come si può facilmente vedere, il prodotto dei due ω corrispondenti a due valori di Ω opposti è costante ed eguale a $\omega_1\,\omega_2$, si ha allora

$$\omega_1\,\omega_2 = \omega_{a1}\,\omega_{a2} = \omega_{p1}\,\omega_{p2}$$

[14]

$$\omega_2 - \omega_1 = x\,(\omega_{p2} - \omega_{p1}) = \frac{\omega_{a2} - \omega_{a1}}{x}$$

$$x = \sqrt{\frac{\omega_{a2} - \omega_{a1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}}}$$

in generale poi, dato un Ω_r, invece che dalla seconda delle [13], conviene ricavare ω_r ed ω_{-r} (corrispondenti rispettivamente a Ω_r e $-\Omega_r$) dalle

[15]

$$\omega_r\,\omega_{-r} = \omega_1\,\omega_2$$

$$\omega_r - \omega_{-r} = \Omega_r\,(\omega_2 - \omega_1)$$

I filtri di banda si considerano larghi o stretti a seconda del valore del parametro

$$d = \frac{\omega_2 + \omega_1}{\omega_2 - \omega_1}, \tag{16}$$

per valori di d maggiori di 10 i filtri sono stretti; e, nella zona passante, in quella di transizione e anche all'inizio di quella attenuata, $(\omega_r + \omega_{-r})/2$ si confonde con $\sqrt{\omega_1 \omega_2}$, allora, sviluppando in serie, si ha:

$$\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} + \Omega \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \left(1 + \Omega \frac{\omega_2 - \omega_1}{4\sqrt{\omega_1 \omega_2}} + \ldots \right) \tag{17}$$

e i termini in Ω di potenza superiore alla prima possono venire trascurati (eventualmente si può tenere conto del termine di secondo grado). In questo caso le [14] e [15] si semplificano, e diventano

$$\begin{aligned} &\omega_0 = \frac{\omega_{a1} + \omega_{a2}}{2} = \frac{\omega_{d1} + \omega_{d2}}{2} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} && x = \sqrt{\frac{\omega_{a2} - \omega_0}{\omega_{d2} - \omega_0}} = \sqrt{\frac{\omega_0 - \omega_{a1}}{\omega_0 - \omega_{d1}}} \\ &\omega = \omega_0 + \Omega (\omega_2 - \omega_0) && \omega_2 - \omega_0 = \sqrt{(\omega_{a2} - \omega_0)(\omega_{d2} - \omega_0)} \\ &\Omega = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_2 - \omega_0} && \omega_0 - \omega_1 = \omega_2 - \omega_0 \end{aligned} \tag{18}$$

Trattando le funzioni bisogna naturalmente sempre usare la trasformazione esatta, questa fa corrispondere ad un dato valore di Ω due

Fig. 11 — Filtro passa-banda corrispondente alla funzione 7, 2 reti canoniche reciproche di resistenza.

valori di ω, l'uno positivo e l'altro negativo e diverso in valore: quindi raddoppia il grado delle funzioni ed il numero delle radici. Per le radici di $\operatorname{tgh} \vartheta = 1$ (18) si ha che

a) ad una radice per $\Omega = \infty$ corrispondono due radici per $\omega = 0$ ed $\omega = \infty$

(18) Si veda la nota (10

b) ad una coppia di radici finite e non nulle in Ω corrispondono due coppie di radici finite e non nulle in ω.

Così ad esempio, una funzione 7 – 2 avrà in p tre radici $p = 0$, tre $p = \infty$ e quattro coppie al finito, una rete canonica sarà quindi quella

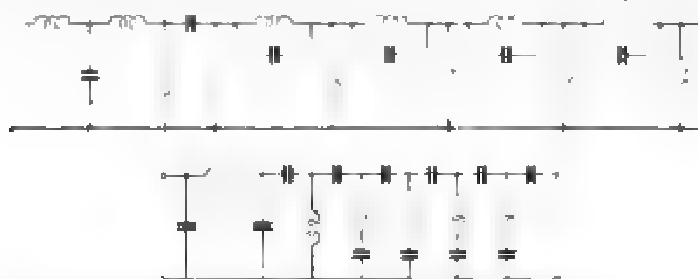


Fig. 13. — Filtro passa-banda corrispondente alla funzione 7 – 2; reti senza mutue corrispondenti alle due versioni della figura 12.

rappresentata nella figura 12. Il numero degli elementi risulta così doppio di quello di un corrispondente filtro passa-basso.

In queste reti, avendosi in generale radici di tgh θ – 1, sia per $p = 0$, sia per $p = \infty$, si hanno elementi dello stesso tipo (ad esempio

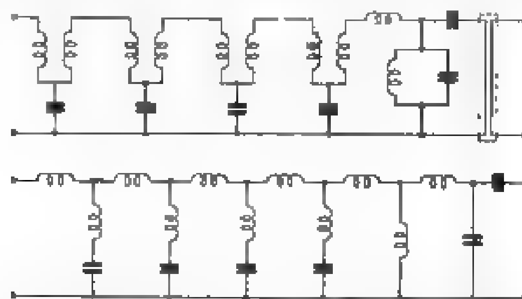


Fig. 14. — Filtro passa-banda corrispondente alla funzione 6 – 2; rete canonica (in alto) e rete senza mutue (in basso).

induttanze) montati tanto in serie quanto in parallelo nella rete e se da questi possono allora essere combinati col trasformatore ideale in cascata e permettono di attuarlo con un trasformatore reale induttivo o capacitivo (quest'ultimo è costituito da un T o Π di capacità), e, in una rete senza mutue, danno origine ad un elemento supplementare, naturalmente quando è possibile si cerca anche qui di eliminare il trasformatore ideale assegnando ad a il valore già determinato nel caso di filtro passa-basso (e con S_π sempre per $\Omega = 0$ cioè ora per $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$)

Oltre alla rete canonica anche in questo caso interessano reti senza mutue e nella figura 13 sono illustrate due reti duali per la funzione

7 - 2 che in questo caso hanno 18 elementi (due volte 9). Nella figura 14 poi sono rappresentate la rete canonica ed una rete senza mutue per la funzione 6 - 2; la rete senza mutue ha anche incorporato il trasformatore ideale in cascata nel modo descritto ed ha quindi in più un elemento (oltre i 16, ossia due volte 8), cioè in totale 17 elementi. Si può infine notare che, per tutte queste reti, la possibilità di derivare gli elementi supplementari da quelli corrispondenti a $p = 0$ o $p = \infty$ e le varie possibilità di alternare questi ultimi permettono una grande varietà nelle reti a cui si può giungere.

Per quanto riguarda infine i calcoli relativi a filtri passa-banda (ed anche ad altri filtri di ordine superiore) conviene attenersi il più possibile alla variabile Ω, in modo da non complicare senza necessità i calcoli. Ciò si può fare almeno sino alla determinazione delle caratteristiche globali del quadripolo, e soltanto dopo è da effettuare la trasformazione nella variabile ω. Anche le radici di $\operatorname{tgh} \vartheta - 1$ conviene siano calcolate per Ω e poi trasformate in ω, avendo sempre così il vantaggio di trattare polinomi di grado metà.

Come meglio si vedrà parlando della trasformazione di reattanza in generale, si possono anche determinare i singoli elementi della rete (o parti della stessa) con Ω e poi effettuare la trasformazione; questo però vincola molto nel progetto della rete e quindi è in generale poco conveniente.

8. - Nel caso di filtri passa-alto e arresta-banda, sostituendo, nelle funzioni S_n, al posto di Ω la variabile inversa

$$\bar{\Omega} = \frac{1}{\Omega} , \tag{19}$$

si ottengono funzioni che, nella nuova variabile $\bar{\Omega}$, hanno proprietà filtranti inverse e cioè lasciano passare nell'intervallo $(+x^{-1}) - \infty - (-x^{-1})$ ed arrestano nell'intervallo $(-x) - 0 - (+x)$. Applicando a queste funzioni le trasformazioni $\Omega = \omega/\omega_0$ e [13], si ottengono funzioni adatte per filtri passa-alto ed arresta-banda.

Per i filtri passa-alto valgono le stesse osservazioni fatte per i passa-basso, la sola differenza è che al posto delle radici $p = \infty$ di $\operatorname{tgh} \vartheta - 1$ si hanno corrispondenti radici $p = 0$, e quindi nelle reti in cascata invece di induttanze in serie e condensatori in parallelo si hanno questi in serie e quelle in parallelo. Nella figura 15 sono illustrate le reti canoniche duali per la funzione 7 - 2 e nella 16 le corrispondenti due reti senza mutue.

Analoghe considerazioni valgono per i filtri arresta-banda rispetto ai filtri passa-banda.

Per quanto tuttavia concerne le reti, siccome ora non si hanno più radici di $\operatorname{tgh} \vartheta - 1$ per $\Omega = \infty$, ma soltanto, eventualmente, per $\bar{\Omega} = 0$ (e a queste corrispondono in ω radici per $\omega = \pm \sqrt{\omega_1 \omega_2}$), non

una coppia al finito per ogni radice per $\bar{\Omega} = 0$), tutte le radici in ω sono a coppie, e finite e non nulle; la rete canonica è quindi composta di sole

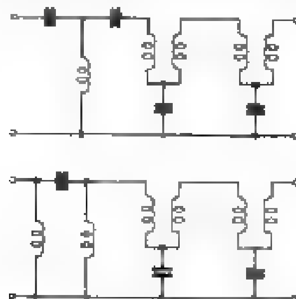


Fig. 15. - Filtro passa-alto corrispondente alla funzione 7 - 2: reti canoniche reciproche di resistenza.

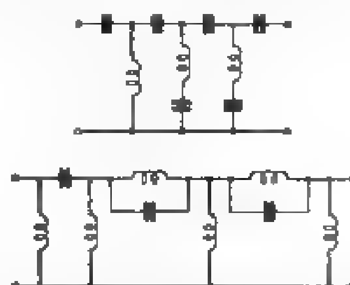


Fig. 16. - Filtro passa-alto corrispondente alla funzione 7 - 2: reti senza mutue corrispondenti a quelle della figura 15.

cellule regolari elementari più l'eventuale trasformatore ideale. Ad esempio per una funzione 7 - 2 si avrà la rete della figura 17. In questo caso non è facile eliminare i trasformatori mettendo elementi supple-

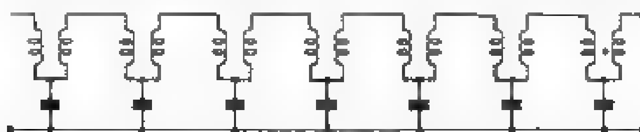


Fig. 17. — Filtro arresta-banda corrispondente alla funzione 7 - 2: rete canonica.

mentari, perchè mancano quegli elementi semplici di reti a scala la cui moltiplicazione permetteva, nei casi precedenti, di risolvere il problema, si può tuttavia pervenire egualmente allo scopo ad esempio applicando direttamente la trasformazione di reattanza alla rete passa-basso, come sarà chiarito meglio più avanti.

9. - Le trasformazioni considerate sino ad ora sono casi particolari di una classe generale nota sotto il nome di trasformazioni di reattanza. Esse sono definite da una delle due relazioni

$$\text{20)}\qquad \begin{aligned} \frac{1 - \bar{\Omega}}{1 + \bar{\Omega}} &= \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1 + \omega} \cdot \frac{\omega_2 + \omega}{\omega_2 - \omega} \cdot \frac{\omega_3 - \omega}{\omega_3 + \omega} \cdot \\ \frac{1 + \bar{\Omega}}{1 - \bar{\Omega}} &= \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1 + \omega} \cdot \frac{\omega_2 + \omega}{\omega_2 - \omega} \cdot \frac{\omega_3 - \omega}{\omega_3 + \omega} \cdot \end{aligned}$$

e trasformano rispettivamente le bande $0 - \omega_1$, $\omega_1 - \omega_2$, $\omega_2 - \omega_3 \ldots$ della

variabile ω nelle bande (+ 1) - oo - (— 1) e (— 1) - o - (+ 1) della variabile Ω, cioè in bande passanti e attenuate. Si utilizza la prima tra

Filtro	normale	passa-basso	passa-alto	passa-banda	arresta-banda
Variabile	Ω	$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$	$\Omega = -\frac{\omega_0}{\omega}$	$\Omega = \frac{\omega^2 - \omega_1\omega_2}{\omega(\omega_2 - \omega_1)}$	$\Omega = \frac{\omega(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1\omega_2 - \omega^2}$
Elemento	L L_0	L $L = \frac{L_0}{\omega_0}$	L $L = \frac{1}{C_0\omega_0}$	L, C $L = \frac{L_0}{\omega_2 - \omega_1}$ $C = \frac{\omega_2 - \omega_1}{L_0\omega_1\omega_2}$	L, C $L = \frac{L_0(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1\omega_2}$ $C = \frac{1}{L_0(\omega_2 - \omega_1)}$
	C C_0	C $C = \frac{C_0}{\omega_0}$	C $C = \frac{1}{L_0\omega_0}$	L, C $L = \frac{\omega_2 - \omega_1}{C_0\omega_1\omega_2}$ $C = \frac{C_0}{\omega_2 - \omega_1}$	L, C $L = \frac{1}{C_0(\omega_2 - \omega_1)}$ $C = \frac{C_0(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1\omega_2}$

Fig. 18. Trasformazione di un elemento reattivo con le quattro principali trasformazioni di reattanza

sformazione se si vuole che il primo intervallo o - ω_1 sia passante, e la seconda se si vuole che esso sia attenuato.

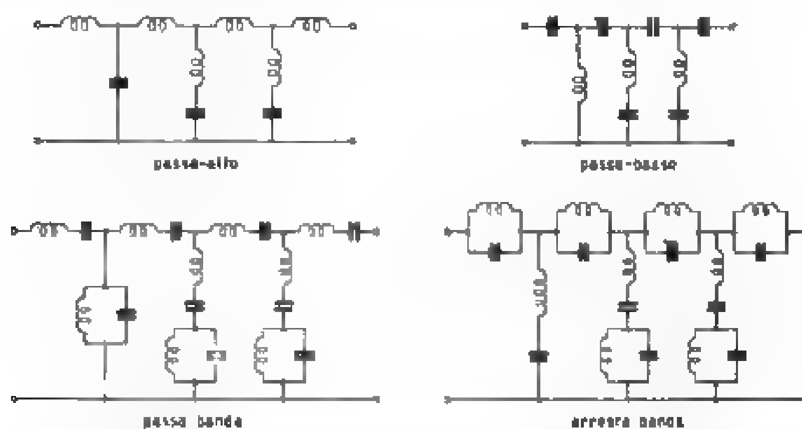


Fig. 19. — Trasformazione di un filtro passa-basso corrispondente alla funzione 7 - 2 applicando le varie trasformazioni di reattanza a ciascun elemento

Analiticamente la trasformazione converte una funzione di trasmissione di classe r in una di classe $2nr$ dove n è il numero delle bande passanti, contando per metà quelle che cominciano con ω o o terminano con ω = oo. Così per un passa banda semplice si ha una banda passante completa ed n = 1, per un arresta-banda semplice si hanno due bande passanti, da o a ω_1 e da ω_2 a oo, ed n è ancora 1.

Questa trasformazione è notevole perchè converte funzioni positive o di trasmissione in Ω in funzioni positive o di trasmissione in ω. Ad esempio, se si considerano le funzioni elementari $j\Omega$ e $1/(j\Omega)$, che, nella variabile normalizzata Ω, corrispondono ad un bipolo elementare costituito rispettivamente da una induttanza o da una capacità di valore unitario, la trasformazione fa corrispondere ad esse un bipolo di pure reattanze del tutto generale con $2n$ elementi. Tale trasformazione può allora essere utilizzata in una fase qualunque del passaggio dalla funzione alla rete e, in particolare, anche nella fase finale cioè sulla rete stessa, purchè non siano presenti mutue induttanze. Nella figura 18 è illustrato cosa diventino una induttanza o capacità calcolate con la variabile normalizzata Ω nei casi di passa-basso, passa-alto, passa-banda e arresta-banda. Nella figura 19 è illustrato cosa diventa, nei medesimi casi, un filtro passa-basso calcolato ancora con la variabile Ω per la funzione 7 - 2. Le reti così ottenute, nel caso di una o più bande passanti, sono abbastanza semplici come struttura generale, ma con i singoli rami man mano più complicati; esse contengono così elementi in generale non molto convenienti dal punto di vista costruttivo, sia per valore, sia per posizione, e sono quindi in generale meno vantaggiose delle reti con elementi più semplici discusse prima. Viene però per questa via mostrato come sia sempre possibile arrivare ad una rete senza trasformatori o mutue, e come tale rete contenga $2n\,(r+s)$ elementi, dove r è la classe ed s è la specie della funzione S_n da cui si parte, più un eventuale trasformatore ideale in cascata o un corrispondente elemento supplementare [13].

Risparmio di elementi: esempi di confronto con i metodi classici.

10. A conclusione di questa parte e per dar meglio un'idea dei vantaggi offerti dall'applicazione dei metodi fin qui esposti e, in particolare dall'uso dei diagrammi 6, è opportuno fare un confronto con alcuni esempi numerici contenuti nel noto libro di Cauer [14].

È interessante notare, in corrispondenza di tali esempi, che si possono considerare rappresentativi delle possibilità offerte dai metodi

[13] Altre trasformazioni di trattazione analitica piuttosto complessa sono state studiate principalmente dal Cauer. Ad esempio per i passa basso è stata proposta la trasformazione

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}\sqrt{\frac{\omega'^2_2 - \omega_2^2}{\omega'^2_2 - \omega^2}} \qquad (21')$$

che permette di ottenere l'attenuazione garantita non sino a ∞, ma soltanto sino a ω'_2. Si ha allora, assegnando ω_0, ω_2, ω'_2:

$$\omega_0^2 = \omega_1\omega_2 \sqrt{\frac{[illegible]\;\omega_1^2\,(\omega'^2_2 - \omega_2^2)}{\omega'^2_2\;\omega_1^2\;\omega_2^2}}\,\omega_1\omega_2 \qquad x = \frac{\omega_2}{\omega_0}\sqrt{\frac{\omega'^2_2 - \omega_1^2}{\omega'^2_2 - \omega_1^2}}$$

[14] W. CAUER, Theorie der linearen Wechselstromschaltungen - Becker u. Erler, Leipzig, 1941, p. 354.

classici di progetto, il risparmio nel numero di elementi della rete che è prevedibile con i nuovi procedimenti esposti.

Il primo esempio concerne un filtro passa-basso con banda trasmessa sino a 2665 Hz e con attenuazione garantita superiore a 5 neper da 3000 a 6000 Hz. Nella banda trasmessa è ammessa una variazione dell'impedenza immagine $s = 20\ \%$. Applicando le formule [22] si ha:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 2673\,, \qquad x = 0{,}909$$

a 5 neper corrisponde $L = 148$. Un poco più complicata è l'interpretazione del dato relativo all'irregolarità dell'impedenza immagine; si trova però che, nelle peggiori condizioni, è

$$L_1 = \frac{1 + s}{s\left(1 + \frac{s}{2}\right)} = 5{,}45\,,$$

e risulta quindi $L = \sqrt{5{,}45 \cdot 148} = 28{,}6$. Nella figura 6 si vede che la 6 - 3 risulta leggermente in difetto e la 7 - 2 presumibilmente corrisponde bene, si ha quindi una rete con 9 elementi contro gli 11 di quella a cui giunge Cauer.

Il secondo esempio si riferisce a un filtro passa-basso con banda passante sino a 2830 Hz, uniformità $s = 15\ \%$, banda attenuata con attenuazione garantita di 5 neper a partire da 3040 Hz. Risulta

$$L_1 = \frac{1{,}15}{0{,}15 \cdot 1{,}075} = 7{,}15\,, \quad L_2 = 148\,, \quad L = 32{,}5\,, \quad x = \sqrt{\frac{2830}{3040}} = 0{,}965$$

Esaminando la figura 6 si vede che la funzione 8 - 4 corrisponde esattamente; si hanno quindi 12 elementi contro i 13 della rete descritta da Cauer.

Il terzo esempio riguarda un filtro passa-alto con attenuazione di almeno 3,4 neper sino a 250 Hz e uniformità $s = 50\ \%$ a partire da 330 Hz; risulta,

$$L_1 = \frac{1{,}5}{0{,}5 \cdot 1{,}25} = 2{,}4\,, \quad L_2 = 26\,, \quad L = 8{,}15\,, \quad x = \sqrt{\frac{250}{330}} = 0{,}875$$

L'esame della figura 6 rivela che le funzioni 4 - 2 e 5 - 1 corrispondono largamente, si hanno così 6 elementi contro 7.

Viene portato ancora un quarto esempio, un passa-banda passante tra 7180 e 9475 Hz con uniformità $s = 20\ \%$, bande attenuate sotto 7010 e sopra 9670 Hz, con attenuazione minima garantita 5 neper. Per L si ha 28,6 come per il primo esempio, mentre per x è,

$$x = \sqrt{\frac{9475 - 7180}{9670 - 7010}} = 0{,}925\,.$$

La figura 6 mostra che la funzione 7 - 3 corrisponde largamente a queste esigenze e probabilmente basta la 7 - 2; si hanno quindi 20 o 18 elementi invece dei 22 di Cauer.

Per un altro passa-banda, con banda passante da 147,2 a 162,5 kHz, con uniformità $s = 25\ \%_0$, e bande attenuate sotto 142,8 e sopra 167,5 kHz, con attenuazione garantita di almeno 10 neper, risulta,

$$L_1 = 4{,}45\ ,\quad L_2 = 21\,900\ ,\quad L = 312\ ,\quad x = 0{,}785\ .$$

Nella figura 6 si vede che la funzione 8 - 4 è largamente esuberante e probabilmente è sufficiente la 8 - 3; si hanno quindi 24 o 22 elementi invece di 28.

L'ultimo esempio riguarda infine un passa-banda con banda passante da 2735 a 5065 Hz, con uniformità $s = 20\ \%_0$, bande attenuate sotto 2115 Hz e sopra 6550 Hz, con attenuazione garantita 3 neper, risulta

$$L_1 = 5{,}5\ ,\quad L_2 = 21\ ,\quad L = 10{,}8\ ,\quad x = 0{,}725$$

Esaminando la figura 6 si osserva che per poco la funzione 3 - 1 non è sufficiente e bisogna ricorrere alla 4 - 1 oppure alla 5 - 0, sono necessari così 10 elementi, tanti quanti ne vengono adoperati nella rete descritta nel libro di Cauer.

APPENDICE

DETERMINAZIONE DEI PARAMETRI DELLE FUNZIONI NORMALIZZATE PER FILTRI

Relazioni generali per la determinazione dei parametri.

11. Ci si propone il compito di proporzionare i polinomi a numeratore e a denominatore delle [11] in modo che la funzione risultante soddisfi alle [10']. Riferendosi, ad esempio, alla funzione 7 - 2, illustrata nella figura 20, che si può porre sotto la forma

$$[23] \qquad S_n = a\Omega\,\frac{(\Omega^2 - \Omega_2^2)\,(\Omega^2 - \Omega_4^2)\,(\Omega^2 - \Omega_6^2)}{(\Omega^2 - \Omega_9^2)\,(\Omega^2 - \Omega_{11}^2)}$$

sono da proporzionare i parametri Ω_2, Ω_4, Ω_6, Ω_9, Ω_{11} ed a in modo che i massimi in corrispondenza di $\pm\Omega_5$, $\pm\Omega_3$, $\pm\Omega_1$, abbiano tutti lo stesso valore assoluto $1/L_1$, ed analogamente i minimi abbiano il valore assoluto L_2, inoltre, per una completa normalizzazione della funzione dev'essere

$$[24] \qquad \Omega_7\,\Omega_8 = 1\ ,\qquad L_1 = L_2$$

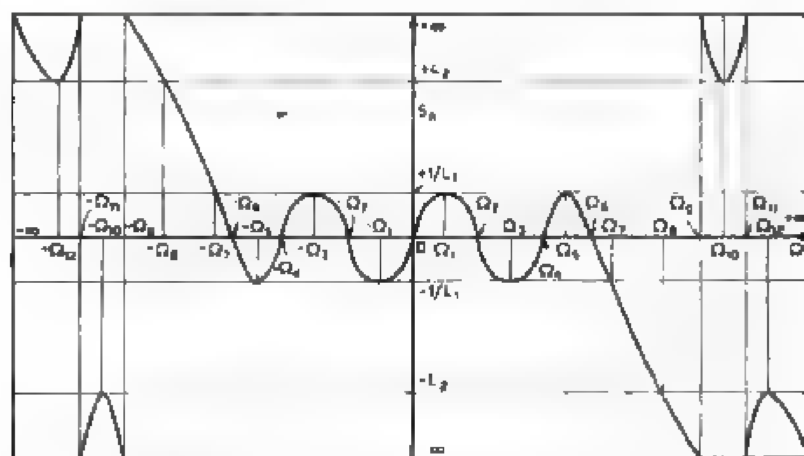


Fig. 20. — Andamento ottimo per una funzione di grado 7 al numeratore e 4 al denominatore (7 - 2).

Il procedimento più semplice per arrivare a questo risultato consiste nel trattare le espressioni relative al contatto della curva S_n con le orizzontali ad altezze $\pm L_2$ e $\pm 1/L_1$. Ad esempio, è

$$S_n \quad \frac{1}{L_1} \quad \frac{\frac{1}{L_1}(\Omega^2-\Omega_9^2)(\Omega^2-\Omega_{11}^2)+a\Omega(\Omega^2-\Omega_2^2)(\Omega^2-\Omega_4^2)(\Omega^2-\Omega_6^2)}{(\Omega^2-\Omega_9^2)(\Omega^2-\Omega_{11}^2)}$$

ora, se la curva è proporzionata nel modo prescritto, l'orizzontale ad altezza $+1/L_1$ è tangente ad essa nei punti $-\Omega_3$, Ω_1, Ω_5, e la taglia nel punto $-\Omega_7$. Si può quindi scrivere,

$$S_n \quad \frac{1}{L_1} = f_1(\Omega)\,(\Omega+\Omega_3)^2\,(\Omega-\Omega_1)^2\,(\Omega-\Omega_5)^2\,(\Omega+\Omega_7)\ ,$$

dove $f_1(\Omega)$ è una funzione razionale fratta da determinare. Confrontando questa espressione con la precedente e considerando in particolare i termini di grado massimo in Ω a numeratore (Ω^7), si ha

$$f_1(\Omega) \quad \frac{a}{(\Omega^2-\Omega_9^2)(\Omega^2-\Omega_{11}^2)}\ ,$$

sviluppando allora nelle due espressioni i polinomi a numeratore ed eguagliando i coefficienti dei termini di grado eguale, si ottengono 7 equazioni fra i 6 parametri di S_n e le 5 incognite supplementari Ω_1, Ω_3, Ω_5, Ω_7 e L_1.

Considerando l'orizzontale a $-1/L_1$ si arriva ancora alle stesse equazioni. Guardando infine l'orizzontale a $+L_2$ (ovvero a $-L_2$) si

ottengono altre 7 equazioni tra parte delle 11 incognite già viste e 6 nuove incognite, in modo che, in totale, si hanno 14 equazioni con 17 incognite. Altre due equazioni sono le [24, ed essendo una delle incognite assegnabile arbitrariamente (ad esempio $\Omega_7 = x$ oppure L), si è in grado di risolvere il sistema.

12. - Le due equazioni supplementari (24'), che normalizzano S_n, possono anche non venire utilizzate; in tale caso si assegna ad a un valore arbitrario e si fissa pure ad arbitrio una frequenza (o si utilizzano in altro modo comodo i due gradi di libertà così acquisiti). La funzione risultante non ha L_1 ed L_2 eguali e le due frontiere simmetricamente disposte, può però risultare più semplice da studiare ed è possibile sempre procedere alla normalizzazione in un secondo tempo.

Equazioni supplementari si ottengono poi esprimendo analiticamente il fatto che in corrispondenza dei massimi e minimi della funzione si annulla la derivata. Ad esempio per la funzione (7 2) già considerata si ha l'espressione della derivata

$$\frac{dS_n}{d\Omega} = \frac{(\Omega^2 - \Omega_6^2)(\Omega^2 - \Omega_{11}^2)\frac{dN}{d\Omega} - N\,[4\Omega^3 - 2\Omega(\Omega_6^2 + \Omega_{11}^2)]}{(\Omega^2 - \Omega_6^2)^2(\Omega^2 - \Omega_{11}^2)^2},$$

con

$$N = -a\Omega(\Omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega^2 - \Omega_4^2)(\Omega^2 - \Omega_8^2),$$

che ha a numeratore un polinomio di grado 5 in Ω^2 e deve annullarsi per $\Omega = \pm\Omega_1, \pm\Omega_3, \pm\Omega_5, \pm\Omega_{10}, \pm\Omega_{12}$. Sono quindi note tutte le radici del numeratore e si può scrivere

$$[25] \quad \frac{dS_n}{d\Omega} = \frac{a_1(\Omega^2-\Omega_1^2)(\Omega^2-\Omega_3^2)(\Omega^2-\Omega_5^2)(\Omega^2-\Omega_{10}^2)(\Omega^2-\Omega_{12}^2)}{(\Omega^2 - \Omega_6^2)^2(\Omega^2 - \Omega_{11}^2)^2}$$

il coefficiente a_1 si determina, ad esempio, confrontando le due espressioni per il termine di grado massimo in Ω. Si ricavano così in questo caso 5 equazioni supplementari che naturalmente non sono indipendenti dalle 14 prima determinate e possono soltanto servire a sostituirne una parte opportunamente scelta, allo scopo di semplificare la trattazione analitica.

Ottenuto nel modo descritto un sistema di equazioni tra le diverse incognite, si presenta il problema di risolverlo in modo che, assegnato ad esempio x, si possano determinare tutti gli altri parametri della funzione. Nel caso generale e per poco che la funzione considerata sia complicata, la risoluzione del sistema di equazioni considerato è molto difficile e può essere in generale solamente ottenuta con metodi di risoluzione numerica. Si è allora cercato di giungere in modo più rapido alla soluzione con procedimenti matematici di carattere superiore.

Con riferimento ancora alla derivata si può imporre che essa si annulli in corrispondenza degli zeri doppi di $1/L - S_n$ e di $L - S_n$; conviene anzi considerare insieme anche le funzioni $1/L + S_n$ e $L + S_n$ e scrivere

$$[26] \qquad (L^2 - S_n^2)\left(\frac{1}{L^2} - S_n^2\right) = \left(\frac{dS_n}{d\Omega}\right)^2 f(\Omega^2),$$

dove $f(\Omega^2)$ è una funzione razionale fratta la cui forma è determinabile al solito imponendo che, nei due membri, si abbia una espressione dello stesso tipo. Ad esempio per la funzione 7 - 2 prima considerata il primo membro risulta

$$(L^2 - S_n^2)\left(\frac{1}{L^2} - S_n^2\right) =$$

$$\frac{[L^2(\Omega^2-\Omega_9^2)^2(\Omega^2-\Omega_{11}^2)^2 - N^2]\left[\frac{1}{L^2}(\Omega^2-\Omega_9^2)^2(\Omega^2-\Omega_{11}^2)^2 - N^2\right]}{(\Omega^2-\Omega_9^2)^4(\Omega^2-\Omega_{11}^2)^4},$$

ed ha quindi a numeratore un polinomio in Ω^2 di grado 14. Si è già visto che la derivata ha al numeratore un polinomio di grado 5 in Ω^2, quindi f è un polinomio, in Ω^2, di quarto grado; due sue radici sono note, perchè l'espressione deve annullarsi alle frontiere e si ha così

$$[27] \qquad \begin{aligned} f(\Omega^2) &= f_1(\Omega^2)(\Omega^2 - x^2)\left(\Omega^2 - \frac{1}{x^2}\right) \\ f_1(\Omega^2) &= b\Omega^4 + c\Omega^2 + d \end{aligned}$$

ove b, c e d sono parametri supplementari. L'equazione [27] si può allora mettere sotto la forma

$$[28] \qquad \frac{dS_n}{\sqrt{(L^2 - S_n^2)\left(\frac{1}{L^2} - S_n^2\right)}} = \frac{d\Omega}{\sqrt{f_1(\Omega^2)(\Omega^2 - x^2)\left(\Omega^2 - \frac{1}{x^2}\right)}},$$

le variabili sono così separate. In certi casi f_1 si può determinare subito e allora è possibile successivamente integrare l'equazione differenziale, nel caso generale bisogna prima determinare f_1 in modo che, eseguendo le due integrazioni (che portano a funzioni ellittiche ed iperellittiche) possa esistere una relazione algebrica tra Ω ed S_n. Anche questa via è però complessa e praticamente il metodo è stato utilizzato soltanto quando si è potuto determinare direttamente f_1.

Funzioni di specie zero.

13. - In questo caso la funzione ha massimi e minimi nella sola zona passante e lo studio risulta così semplificato. L'equazione differenziale si scrive facilmente; la funzione

$$\left(S_n - \frac{1}{L_1}\right)\left(S_n + \frac{1}{L_1}\right) = S_n^2 - \frac{1}{L_1^2}$$

è un polinomio di grado $2t$ (se t è la classe di S_n) e ha come radici quelle della derivata doppie e le due frontiere; risulta quindi

$$S_n^2 - \frac{1}{L_1^2} = c\,(\Omega^2 - \Omega_{f1}^2)\left(\frac{dS_n}{d\Omega}\right)^2,$$

c è una costante numerica che si determina eguagliando i termini di grado massimo in Ω nei due membri. Risulta.

$$c = \frac{1}{t^2}$$

e l'equazione differenziale può allora essere posta sotto la forma

(29) $$\frac{dS_n}{\sqrt{S_n^2 - \dfrac{1}{L_1^2}}} = \frac{t\,d\Omega}{\sqrt{\Omega^2 - \Omega_{f1}^2}}$$

Per esprimere i risultati in forma semplice, invece di considerare la funzione normalizzata conviene porre $L_1 = 1$ ed $\Omega_{f1} = 1$; viene allora

(30) $$S_t = \cos\,[t \arccos \Omega]\,,$$

cioè praticamente basta cercare su di un formulario le espressioni per $\cos tA$ in funzione di $\cos A$ e sostituire al posto di $\cos A$ la variabile Ω. Per le prime classi si ha

Classe	S_n
1	Ω
2	$2\,\Omega^2 - 1$
3	$4\,\Omega^3 - 3\,\Omega$
4	$8\,\Omega^4 - 8\,\Omega^2 + 1$
5	$16\,\Omega^5 - 20\,\Omega^3 + 5\,\Omega$
6	$32\,\Omega^6 - 48\,\Omega^4 + 18\,\Omega^2 - 1$
7	$64\,\Omega^7 - 112\,\Omega^5 + 56\,\Omega^3 - 7\,\Omega$

Queste funzioni non sono in forma normalizzata, ma è molto facile convertirvele. Sia, ad esempio, richiesta la funzione 5 - 0 per $x = 0{,}8$, la frontiera inferiore è per $\Omega_1 = 1$ e quindi la superiore per $\Omega_2 > \Omega_1/x^2 = 1/0{,}8^2$, in corrispondenza di essa è

$$\frac{1}{0{,}64}\,S_1 = L_2 = 80\,.$$

Siccome $L_1 = 1$, risulta $L = \sqrt{80} = 8{,}9$. La funzione normalizzata (che ha cioè le frontiere per $\Omega_n = x$ e $\Omega_n = x^{-1}$ ed ha $L_1 = L_2$) risulta

$$S_n = \frac{1}{8{,}9}\left[16\,(1{,}25\,\Omega_n)^5 - 20\,(1{,}25\,\Omega_n)^3 + 5\,(1{,}25\,\Omega_n)\right]$$

$$S_n = 0{,}702\,\Omega_n - 4{,}38\,\Omega_n^3 + 5{,}5\,\Omega_n^5$$

ove con S_n ed Ω_n si sono volute indicare funzione e variabile interamente normalizzate.

Le funzioni pari con segno + verranno trattate insieme con quelle dello stesso tipo e di specie massima.

Funzioni di specie massima.

14. - In questo caso si ha per la funzione normalizzata

$$S_n\left(\frac{1}{\Omega}\right) = \frac{1}{S_1(\Omega)}\ ;$$

cioè si presenta una simmetria intorno al punto $\Omega = 1$. Questo si vede anche notando che le oscillazioni nella zona trasmessa sono in eguale numero di quelle nella zona attenuata. Tale simmetria viene messa in luce scrivendo le funzioni normalizzate sotto la forma

[31]
$$S_n = \frac{(\Omega^2 - \Omega_1^2)\ldots(\Omega^2 - \Omega_q^2)}{(1 - \Omega^2\,\Omega_1^2)\ldots(1 - \Omega^2\,\Omega_q^2)}$$
$$S_n = \Omega\,\frac{(\Omega^2 - \Omega_1^2)\ldots(\Omega^2 - \Omega_q^2)}{(1 - \Omega^2\,\Omega_1^2)\ldots(1 - \Omega^2\,\Omega_q^2)}$$

rispettivamente per S_n di classe pari $t = 2q$ o dispari $t = 2q + 1$. Pure in questo caso si può scrivere facilmente e risolvere l'equazione differenziale; si ottiene.

$$\left(S_n^2 - \frac{1}{L_2}\right)(S_n^2 - L^2) = c\left(\frac{dS_n}{d\Omega}\right)^2(\Omega^2 - x^2)\left(\Omega^2 - \frac{1}{x^2}\right).$$

c è anche qui una costante e si determina eguagliando dalle due parti i coefficienti dei termini a numeratore di grado massimo in Ω. L'equazione differenziale si pone, al solito, sotto la forma

[32]
$$\frac{\sqrt{c}\,dS_n}{\sqrt{(S_n^2 - L^2)\left(S_n^2 - \frac{1}{L^2}\right)}} = \frac{d\Omega}{\sqrt{(\Omega^2 - x^2)\left(\Omega^2 - \frac{1}{x^2}\right)}}$$

e conduce questa volta a funzioni ellittiche. Per le funzioni dispari si ottiene ([16])

33]
$$\Omega_r = x \,\mathrm{sn}\left(\frac{2r}{l} K\right)$$
$$\Omega_r^+ = x \,\mathrm{sn}\left(\frac{2r-1}{l} K\right)$$
$$\frac{1}{L} = x\, \Omega_1^{+2}\, \Omega_2^{+2} \ldots \Omega^{+2}_{\frac{l-1}{2}}\,,$$

con $r = 1, 2, \ldots, (l-1)/2$; e per le funzioni pari

34]
$$\Omega_r = x \,\mathrm{sn}\left(\frac{2r-1}{l} K\right)$$
$$\Omega_r^+ = x \,\mathrm{sn}\left(\frac{2r}{l} K\right)$$
$$\frac{1}{L} = \Omega_1^2\, \Omega_2^2 \ldots \Omega_{\frac{l}{2}}^2\,,$$

con $r = 1, 2, \ldots, l/2$. In queste espressioni Ω_r^+ sono le variabili frequenziali per cui S_n diventa massimo o minimo e K è l'integrale ellittico completo di modulo x^2.

15. - Un inconveniente di queste formule è che non è facile trovare tavole di funzioni ellittiche. Queste però si calcolano facilmente con le serie per q e q'. Dato x si cominciano a calcolare le quantità

35]
$$k = x^2 \quad \mathrm{e} \quad k' = \sqrt{1 - k^2}$$

Quando una di queste è maggiore di 0,707 per essa si calcola allora q o q'

36]
$$q = \frac{1}{2}\,\frac{1-\sqrt{k'}}{1+\sqrt{k'}} + \frac{1}{2^4}\left(\frac{1-\sqrt{k'}}{1+\sqrt{k'}}\right)^5$$
$$q' = \frac{1}{2}\,\frac{1-\sqrt{k}}{1+\sqrt{k}} + \frac{1}{2^4}\left(\frac{1-\sqrt{k}}{1+\sqrt{k}}\right)^5$$

Queste serie convergono con molta rapidità e basta generalmente tener conto di un solo termine o al massimo di due. Si determinano quindi gli integrali ellittici completi K e K' con le formule

([16]) Il simbolo sn indica, come è noto, la funzione ellittica seno amplitudine.

$$\log_e q \log_e q' = \pi^2 \qquad K = -\frac{K'}{\pi} \log_e q'$$

37) $$\sqrt{\frac{2K}{\pi}} = 1 + 2q + 2q^4 + \ldots \qquad \sqrt{\frac{2K'}{\pi}} = 1 + 2q' + 2q'^4 + \ldots$$

$$\sqrt{K} = \frac{\sqrt{2\pi}}{1 + \sqrt{k}} (1 + 2q^4 + \ldots) = \frac{\sqrt{-2 \log_e q}}{1 + \sqrt{k}} (1 + 2q'^4 + \ldots) .$$

Infine si calcolano le funzioni ellittiche doppiamente periodiche sn con le formule

38) $$\operatorname{sn} X = \frac{\sqrt[4]{q}}{\sqrt{k}} \frac{2 \operatorname{sen} r - 2q^2 \operatorname{sen} 3r + 2q^6 \operatorname{sen} 5r - \ldots}{1 - 2q \cos 2r + 2q^4 \cos 4r - 2q^9 \cos 6r + \ldots} , \quad \text{con} \quad r = \frac{\pi}{2} \frac{X}{K}$$

$$\operatorname{sn} X = \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\operatorname{senh} r' - q'^2 \operatorname{senh} 3r' + q'^6 \operatorname{senh} 5r' - \ldots}{\cosh r' + q'^2 \cosh 3r' + q'^6 \cosh 5r' + \ldots} \quad \text{con} \quad r' = \frac{\pi}{2} \frac{X}{K'}$$

Anche queste serie convergono rapidamente, si usa quella con funzioni trigonometriche per x inferiore a 0,92 e l'altra (che purtroppo è un poco meno comoda) per x superiore a tale valore.

Come esempio calcoliamo i parametri della funzione 5 - 2 per $x = 0,76$. Risulta

$$\sqrt{k'} = (1 - 0,76^4)^{\frac{1}{4}} = 0,9035 , \qquad q = 0,02535$$

È da calcolare la funzione sn per $X = (2/5) K$ e $X = (4/5) K$, non vi è bisogno di calcolare K, perchè si ha subito $r = 36^0$ e $r = 72^0$ e quindi

$$\operatorname{sn}\left(\frac{2}{5} k\right) = \frac{\sqrt[4]{0,02535}}{\sqrt{0,76}} \frac{2 \operatorname{sen} 36^0 - 2 \cdot 0,02535^2 \operatorname{sen} 108^0 + \ldots}{1 - 2 \cdot 0,02535 \cos 72^0 + \ldots} = 0,6264$$

$$\operatorname{sn}\left(\frac{4}{5} k\right) = 0,9508 , \qquad \Omega_1 = 0,76 \cdot 0,6264 = 0,4760 , \qquad \Omega_2 = 0,7226$$

Funzioni pari con segno + di specie zero e massima.

16. Una funzione pari con segno + è funzione della sola Ω^2 ed allora può essere studiata con riferimento a questa variabile che si indicherà con $y = \Omega^2$. Si consideri una funzione di specie 0, ad esempio la 8 - 0+; rispetto alla variabile y essa è rappresentata nella figura 21, dalla quale si rileva come abbia andamento analogo alla 4 - 0 riportata accanto e precisamente può essere ottenuta da questa con un semplice spostamento dell'origine, cioè facendo la sostituzione

39) $$\Omega = ay + b$$

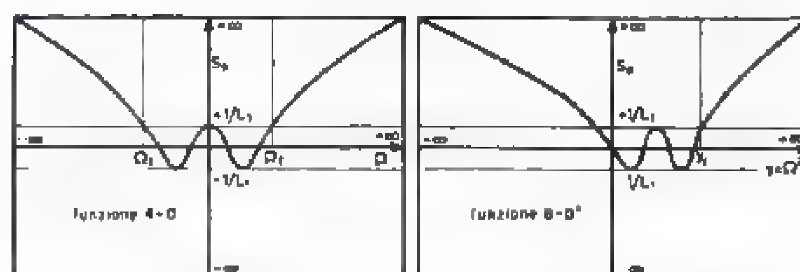


Fig. 21. — Da una funzione 4-0 nella variabile Ω si può passare ad una funzione 8-0⁺ nella variabile $y = \Omega^2$, spostando semplicemente l'origine

con a e b opportunamente scelti. La funzione 4-0 è

$$S_n = 1 - 8\,\Omega^2 + 8\,\Omega^4 = \left[1 - \left(\frac{\Omega}{0{,}3827}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{\Omega}{0{,}9239}\right)^2\right];$$

si deve scegliere b in modo che per $\Omega = -0{,}9239$ sia $y = 0$; viene quindi $b = -0{,}9239$. Si può poi scegliere a in modo da avere $y = 1$ per un punto conveniente: ad esempio, si può chiedere che sia $y = 1$ all'altra estremità, cioè per $\Omega = +0{,}9239$; con ciò risulta

$$\Omega = 0{,}9239\,(2y - 1)\,,$$

e, operando la sostituzione e tornando alla variabile Ω

$$S_n = -93{,}25\,\Omega^2\,(0{,}2929 - \Omega^2)\,(0{,}7071 - \Omega^2)\,(1 - \Omega^2)$$

Si riportano per comodità le espressioni delle funzioni delle prime classi assieme al valore di Ω in corrispondenza della frontiera:

Classe e specie	$-S_n$	Ω_l
2-0⁺	Ω^2	1
4-0⁺	$4\,\Omega^2\,(1 - \Omega^2)$	1,0986
6-0⁺	$20{,}79\,\Omega^2\,(0{,}5 - \Omega^2)\,(1 - \Omega^2)$	1,0380
8-0⁺	$93{,}25\,\Omega^2\,(0{,}2929 - \Omega^2)\,(0{,}7071 - \Omega^2)\,(1 - \Omega^2)$	1,0204
10-0⁺	$398{,}5\,\Omega^2(0{,}1910 - \Omega^2)(0{,}5 - \Omega^2)(0{,}8090 - \Omega^2)(1 - \Omega^2)$	1,0128

Le funzioni così proporzionate oscillano tra $+1$ e -1 per Ω compreso tra $-\Omega_l$ e $+\Omega_l$.

17. — Analogamente le funzioni con segno ⁺ di specie massima si ricavano da funzioni normali di specie massima e classe metà. Ad esempio la funzione 6-2⁺ come funzione di y è rappresentata nella figura 22 accanto alla funzione 3-1 e si vede come ambedue abbiano lo stesso andamento: basta soltanto operare una trasformazione dalla variabile Ω alla variabile y che faccia corrispondere ai valori $\pm 1/\Omega_1$

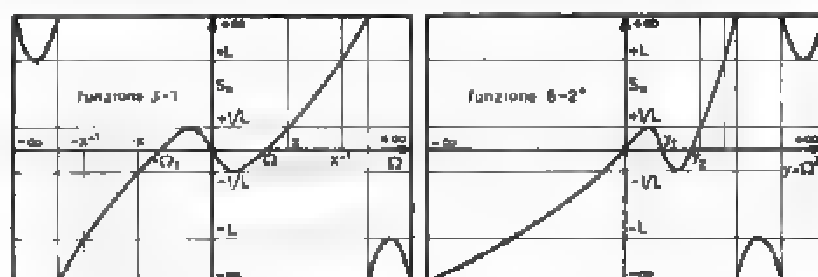


Fig. 2. — Da una funzione 3-1 si può passare ad una funzione 6-2* utilizzando una trasformazione che sposta non solo l'origine ma anche il punto all'infinito.

e $-\Omega_1$ di Ω rispettivamente i valori ∞ e 0 di y. La trasformazione generale utilizzabile è

$$\Omega = \frac{ay + b}{cy + b},$$

ed è completamente determinata quando, per mantenere la funzione normalizzata, si impone la condizione supplementare che per $\Omega = 1$ sia $y = 1$. Risulta allora

$$[40] \qquad \Omega = \frac{\Omega_1 - y}{\Omega_1 y - 1}, \qquad y = \frac{\Omega_1 + \Omega}{\Omega \Omega_1 + 1};$$

e la funzione S_n che era

$$S_n = \Omega \frac{\Omega^2 - \Omega_1^2}{1 - \Omega^2 \Omega_1^2}$$

diventa

$$[41] \qquad S_n = y \frac{(y - y_1)(y - y_2)}{(1 - yy_1)(1 - yy_2)},$$

con $y_1 = \Omega_1$ e $y_2 = \dfrac{2\,\Omega_1}{1 + \Omega_1^2}$. Ripassando ad Ω con la relazione $y = \Omega^2$ si ottiene la funzione cercata.

Il procedimento serve nel caso generale prendendo per Ω_1 la frequenza caratteristica (della funzione da cui si parte) più prossima alla frontiera. Anche nel caso generale si conserva la struttura simmetrica della [41], cioè si ha

$$[42] \qquad S_n = \Omega^2 \frac{(\Omega^2 - \Omega_1^2) \ldots (\Omega^2 - \Omega_{t,2}^2)}{(\Omega^2 \Omega_1^2 - 1) \ldots (\Omega^2 \Omega_{t,2}^2 - 1)},$$

dove t è al solito la classe

Altre funzioni.

18. - Per le funzioni che non rientrano nelle categorie ora esaminate non vi è altra risorsa che risolvere il sistema di equazioni algebriche ottenuto dallo studio del contatto di S_n con le orizzontali ad altezza $\pm L_1$

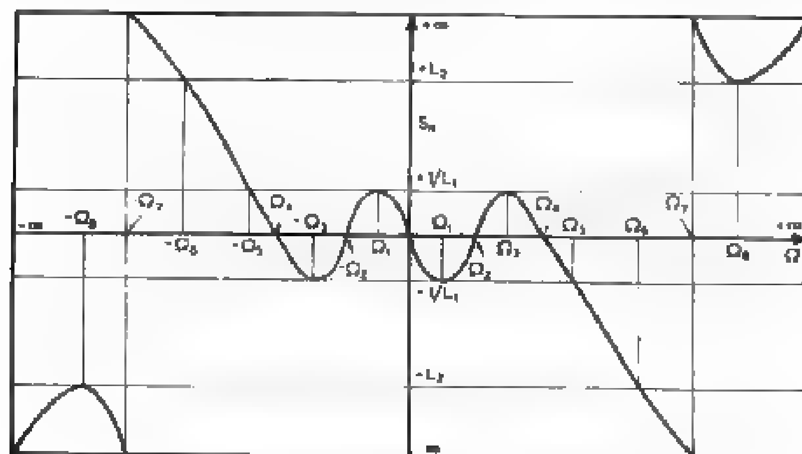


Fig. 23. Funzione 5-1 ($\Omega_s = 1$)

ed L_2. Le cose sono ancora non troppo complicate per le funzioni di specie 1 per le quali, rinunciando alla normalizzazione, non è necessario considerare il contatto con l'orizzontale ad altezza L_2, perchè nella zona attenuata si ha un solo minimo ed allora le relative equazioni servono a fissare L_2 e la frontiera superiore. Per le prime classi presentiamo i risultati di questi calcoli.

Funzione 5-1. Si può scrivere sotto la forma

$$(43) \qquad S_n = \frac{\Omega\,(\Omega^2 - \Omega_3^2)\,(\Omega^2 - 1)}{(\Omega^2 - \Omega_7^2)},$$

ed è rappresentata nella figura 23. Si assegna un parametro D variabile tra 0.277 e 0.5 e si ottiene

$$\Omega_1 \quad \Omega_3 = \sqrt{D - \frac{\Omega_5^2}{16}} \pm \frac{\Omega_5}{4} \qquad \Omega_8 = \sqrt{\frac{D\,(D - \Omega_5^2)}{3\,t_1}}$$

$$(44) \qquad \Omega_2 = \sqrt{D\,\frac{4 - 5D}{3 - 4D}} \qquad t_1 = \frac{5D - 1 - 5D^2}{3 - 4D}$$

$$\Omega_5 = \sqrt{\frac{1 - D}{3 - 4D}} \qquad \Omega_7 = \frac{D}{\sqrt{t_1}} \qquad L_1 = \frac{1}{\Omega_5 \ldots}$$

La quantità L_2 verrà ottenuta calcolando S_n per $\Omega = \Omega_0$, e la frontiera determinando graficamente o in altro modo l'intersezione di S_n con l'orizzontale L_2.

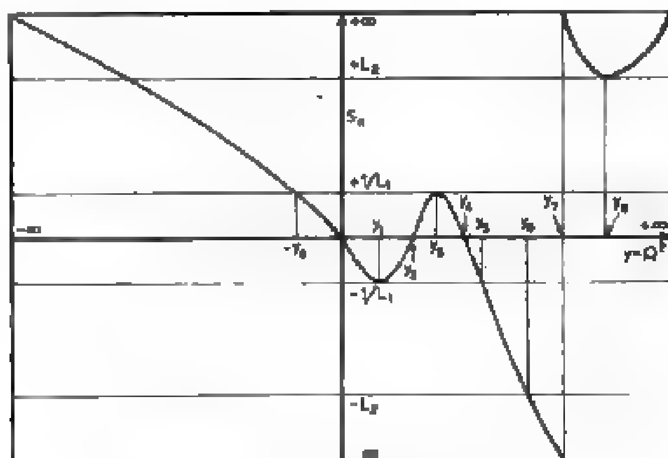


Fig. 24. - Funzione 6 - 1+.

Funzione 6 - 1+. Si può scrivere sotto la forma

[45] $$S_n = \frac{y\,(y - y_2)\,(y - y_4)}{y - y_7}\,,$$

con $y = \Omega^2$ ed è rappresentata nella figura 24. Si assegna y_3 tra $\sqrt{3} - 1$ e 1 e si calcolano anzitutto

$$y_1 = \quad y_3^2 + y_3\sqrt{y_3^2 + 2y_3 \quad 1} \quad \text{e} \quad y_5 = 2y_3 - (1 + 2y_1)$$

e quindi P, L_1 ed S dalle relazioni

[46] $$\begin{cases} P \quad \dfrac{1}{L_1} \quad y_1^2 \quad 2y_1 \\ P \quad \dfrac{1}{L_1} \quad y_3^2 \quad 2y_3\,y_5 \\ S \quad 1 \quad 2y_5\,. \end{cases}$$

Si ha quindi

[47] $$\begin{cases} y_{2,4} = \dfrac{S}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{S}{2}\right)^2 \quad P} \\ y_7 = y_1^2\,L_1 \\ y_8 \quad \dfrac{2y_1\,y_5}{P\,y_7}\,, \end{cases}$$

ed infine L_2 e y_6 si determinano direttamente come nel caso precedente

Funzione 7 - 1. Si può mettere sotto la forma

$$S_n = \frac{\Omega\,(\Omega^2 - \Omega_2^2)\,(\Omega^2 - \Omega_4^2)\,(\Omega^2 - \Omega_6^2)}{\Omega^2 - \Omega_8^2}$$

[48]

$$S_n = \frac{\Omega^7 - \Omega^5 S + \Omega^3 P_2 - \Omega P_3}{\Omega^2 - \Omega_8^2}$$

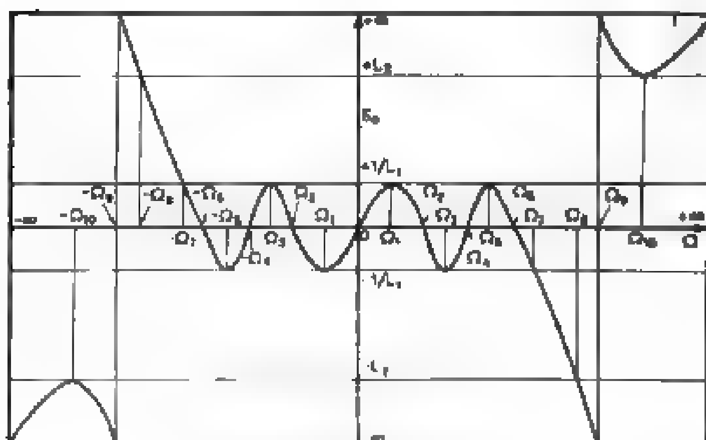


Fig. 25 — Funzione 7 - 1.

ed è rappresentata nella figura 25. Si assegna un parametro A tra 0,5 ed 1 e si calcolano

$$B = \frac{A}{2} - \frac{1}{8} \qquad \Omega_2 + \Omega_4 - \Omega_6 = 0{,}5$$

$$S = 2A + 0{,}75 \qquad \Omega_2\,\Omega_4 + \Omega_4\,\Omega_6 - \Omega_2\,\Omega_6 = A$$

$$P_3 = B\,(1{,}5A + 0{,}125) \qquad \Omega_2\,\Omega_4\,\Omega_6 = B\,;$$

[49]

$$P_2 = A^2 + 1{,}5A - \frac{1}{8}$$

$$L_1 = \frac{8}{2A - 1}$$

$$\Omega_9 = B\sqrt{L_1}$$

Ω_8 ed L_2 si trovano al solito direttamente.

Per orientare sulla scelta dei parametri D, γ_2, A, nelle tre tabelle II, III e IV sono riportati alcuni gruppi di valori calcolati in corrispondenza di quelli, opportunamente spaziati, dei parametri base.

TABELLA II. *Parametri per la funzione* 5 - 1.

D	Ω_5^2	Ω_7^2	L_1	L_2	x
0,280	0,3872	18,43	227	406	0,512
0,282	0,3902	12,06	144	210	0,568
0,290	0,4019	5,240	50,6	54,5	0,667
0,300	0,4167	3,240	34,5	23,4	0,782
0,320	0,4465	2,001	18,85	8,85	0,876
0,340	0,4768	1,554	13,04	4,45	0,9268
0,360	0,5077	1,330	10,02	2,43	0,9565
0,380	0,5392	1,201	8,16	1,97	0,9748
0,400	0,5583	1,120	6,90	1,40	0,9864

TABELLA III. *Parametri per la funzione* 6 - 1.

y_3	y_2	y_4	y_7	L	L_2	x
0,735	0,4671	0,9300	18,95	481	2310	0,493
0,740	0,4744	0,9306	9,055	221	500	0,592
0,750	0,4871	0,9334	4,380	99,2	103	0,708
0,760	0,4996	0,9377	2,870	60,2	38,1	0,785
0,780	0,5250	0,9444	1,967	35,7	13,5	0,862
0,800	0,5506	0,9511	1,537	24,4	6,55	0,913
0,820	0,5762	0,9577	1,336	18,75	3,91	0,942
0,840	0,6022	0,9642	1,216	15,16	2,54	0,9627
0,860	0,6284	0,9713	1,140	[illegible]	1,75	0,9762
0,880	0,6473	0,9841	1,0886	10,02	1,24	0,9852

TABELLA IV. *Parametri per la funzione* 7 - 1.

A	S	P_2	P_3	Ω_5^2	L_1	L_2	x
0,504	1,758	0,885	0,1119	16,13	1000	7800	0,510
0,510	1,77	0,900	0,1157	6,760	400	788	0,634
0,520	1,79	0,925	0,1222	3,645	200	137	0,738
0,550	1,85	1,002	0,1425	1,800	80	13,6	0,877
0,600	1,95	1,135	0,1794	1,225	40	2,2	0,959
0,640	2,03	1,245	0,2116	1,0864	28,6	0,84	0,9848
0,660	2,07	1,301	0,2280	1,0506	25	0,53	0,9916

PARTE II

CALCOLO DEGLI ELEMENTI COSTITUTIVI DEI FILTRI

Procedimenti da seguire.

19. Dopo aver studiato e discusso nella parte I, la determinazione della funzione di trasmissione per un filtro di date caratteristiche, si deve ora procedere al calcolo degli elementi di circuito che effettivamente costituiranno il filtro.

Questa parte del progetto di un filtro è una diretta applicazione di quanto è stato ampiamente svolto, nel lavoro già ripetutamente citato (*), circa il progetto dei quadripoli in generale

Perciò, come è già stato accennato nell'introduzione, il nostro compito si restringerà qui ad illustrare le modalità e le particolarità di applicazione della teoria generale ed a presentare alcuni esempi di svolgimento completo del calcolo numerico di progetto di filtri tipici.

Il procedimento di determinazione della rete e degli elementi di circuito, che attuano un filtro corrispondente ad una data funzione di trasmissione S_n, si può suddividere nelle successive operazioni parziali che vengono qui di seguito elencate, richiamando per ognuna di esse le formule teoriche fondamentali o accennando ad accorgimenti particolari, utili nello svolgimento pratico dei calcoli.

a) Noto S_n, determinare $|S|$ ed $|A|$.

Ciò si ottiene immediatamente, usando le formule [2] e [3] riportate nella parte I

b) Noti $|S|$ ed $|A|$ determinare S ed A.

Questo passaggio dai moduli alle funzioni è assai laborioso, comportando notoriamente la necessità di cercare tutte le radici di A ed S e scartare quelle con parte reale positiva.

c) Noti S ed A, determinare i parametri caratteristici del quadripolo (α, β, γ, δ)

Le formule da usare sono

$$\alpha + \gamma R_1 = \frac{A + S}{2}$$

50

$$\delta R + \frac{\beta}{R_2} = \frac{A - S}{2}$$

Ricordando che, in quadripoli di pure reattanze, α e δ sono reali, β e γ immaginari puri, si ha immediatamente modo di ricavare singolarmente α, β, γ e δ dalle parti reali o, rispettivamente, immaginarie della semisomma e della semidifferenza di A ed S

d) Noti α, β, γ e δ, determinare e calcolare gli elementi effettivamente costitutivi del filtro.

Questa fase della calcolazione necessita di qualche illustrazione particolare, per facilitare praticamente la procedura.

Noti i parametri α, β, γ e δ vi sono procedimenti generali che permettono di attuare il quadripolo completo mediante un certo numero

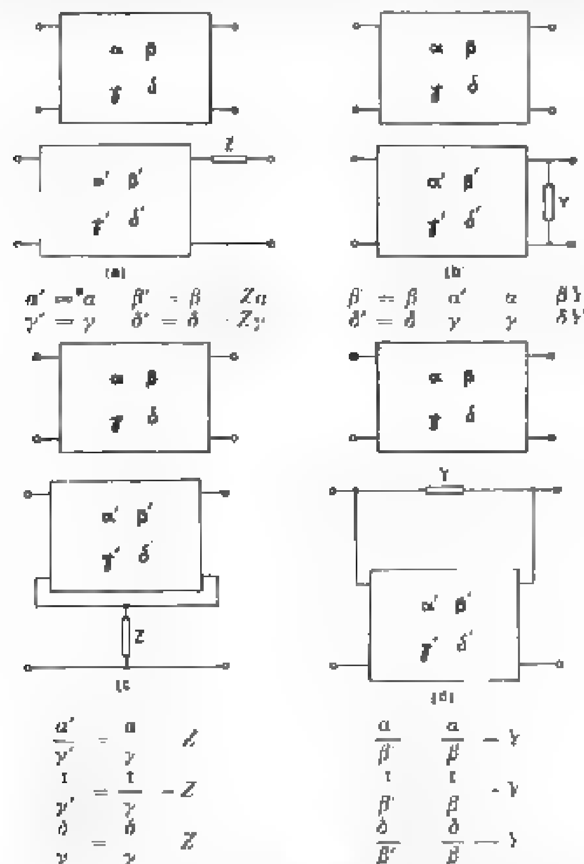


Fig. 26. — Scomposizioni fondamentali di un quadripolo

di quadripoli elementari in cascata, in parallelo o in serie. Questi procedimenti sono stati ampiamente descritti nelle pubblicazioni citate, qui ci si limiterà a considerare il caso che il quadripolo elementare si riduca ad un semplice bipolo.

Nella figura 26 sono rappresentate le quattro principali scomposizioni effettuate verso destra. Effettuando le scomposizioni verso sinistra basta nelle formule scambiare δ con α e viceversa.

L'idea generale per queste scomposizioni è di avere come residuo un quadripolo attuabile e più semplice, procedendo allora a successive scomposizioni si arriva a rappresentare tutto il quadripolo con una opportuna rete di bipoli. In alcuni casi non si estrae completamente un elemento, il quadripolo residuo non risulta più semplice (e la rete completa contiene allora elementi supplementari), ma può avere le caratteristiche desiderate (ad esempio consentire come passaggio successivo una scomposizione di tipo prestabilito).

Vediamo ora quando è possibile effettuare le varie scomposizioni. Si considererà la sola eventualità che le Z dei casi a e c della figura 26 si riducano a un semplice circuito risonante in parallelo e le Y dei casi b e d ad un circuito risonante in serie; qualunque bipolo può infatti essere ottenuto disponendo in serie un certo numero di circuiti risonanti in parallelo o in parallelo un certo numero di circuiti risonanti in serie. Come caso particolare i bipoli elementari si riducono ad una semplice induttanza o capacità quando la frequenza di risonanza diventa 0 od ∞.

Nel caso a, si consideri la frequenza per cui Z è infinito, la scomposizione è effettuabile quando per tale frequenza $\beta\alpha$ e $\delta\gamma$ hanno un infinito di grado 1, e la scomposizione è completa quando $\beta'\alpha'$ e $\delta'\gamma'$ non hanno più tale infinito. Analogamente nel caso b devono essere infiniti $\alpha\beta$ e $\gamma\delta$ (cioè gli inversi delle espressioni precedenti). Nel caso che siano infinite le espressioni ottenute dalle precedenti sostituendo α a δ e viceversa, allora, sia nel caso a, sia nel caso b, si effettuerà la scomposizione verso sinistra.

Per il caso c conviene scomporre le tre grandezze α/γ, $1/\gamma$ e δ/γ in somma di frazioni parziali

$$
(51)\qquad
\begin{aligned}
\frac{\alpha}{\gamma} &= \frac{l_0}{p} + \sum \frac{l_r p}{p^2 + \omega_r^2} + l_\infty p \\
\frac{1}{\gamma} &= \frac{m_0}{p} + \sum \frac{m_r p}{p^2 + \omega_r^2} + m_\infty p \\
\frac{\delta}{\gamma} &= \frac{n_0}{p} + \sum \frac{n_r p}{p^2 + \omega_r^2} + n_\infty p
\end{aligned}
$$

Allora per un polo r si può estrarre una porzione l_r purché sia ancora

$$
(52)\qquad (l_r - t_r)(n_r - t_r) \geq (m_r - t_r)^2
$$

Il caso più favorevole si ha quando $l_r = n_r = m_r$ nel quale ponendo $t_r = l_r$ si fanno sparire i poli di tutte e tre le espressioni. Qualora invece i tre coefficienti siano disuguali ed abbiano già il valore minimo cioè $l_r n_r = m_r^2$, è facile vedere che per t_r è ammissibile solo il valore 0 cioè la scomposizione c non è effettuabile per quel valore di ω. Considerazioni analoghe si possono fare per il caso d, sostituendo β a γ.

I quadripoli che più interessano per le applicazioni possono in generale venire completamente attuati con successive scomposizioni dei tipi illu-

strati effettuando tuttavia parte delle scomposizioni in modo non completo e ricorrendo quindi a reti con elementi supplementari. Volendo reti minime si arriva invece in genere rapidamente ad un quadripolo « regolare » che non è più scomponibile con i procedimenti illustrati

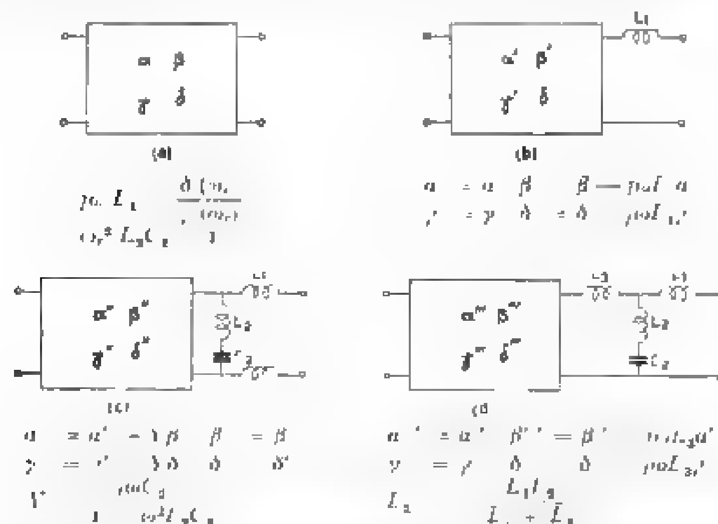


Fig. 27. — Estrazione di una cellula regolare elementare da un quadripolo reattivo.

Per la scomposizione di tale quadripolo si utilizzano quadripoli elementari con mutue o trasformatori ideali ed il procedimento di scomposizione risulta un poco macchinoso. Qui, seguendo il metodo originario di Brune ([19]), si illustrerà un procedimento semplice per estrarre un quadripolo regolare elementare con successive scomposizioni fittizie (perchè non eseguibili se isolate) dei tipi *a* e *b*. Il procedimento è illustrato nella figura 27.

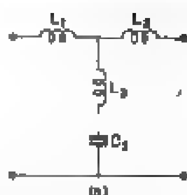
Siano α, β, γ e δ infiniti di uguale grado per $\omega = \omega_r$ (se fossero infiniti di grado diverso si potrebbe effettuare una delle scomposizioni *a* o *b*), dovendo essere sempre $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, per tale frequenza è

[53]
$$\frac{\delta(\omega_r)}{\gamma(\omega_r)} = \frac{\beta(\omega_r)}{\alpha(\omega_r)} = j\omega_r L_1 .$$

Allora, estraendo L_1 con la scomposizione *a*, il quadripolo residuo ha

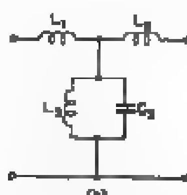
[54]
$$\frac{\delta'}{\gamma'} = \frac{\delta}{\gamma} - j\omega L_1 \quad \text{e} \quad \frac{\beta'}{\alpha'} = \frac{\beta}{\alpha} - j\omega L_1$$

([19]) O. Brune, Synthesis of finite two terminal networks whose driving point impedance is a prescribed function of frequency. J. Math. a. Phys. Mass. Inst., 1931, X, p. 191.



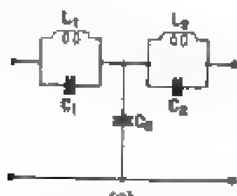
(a)

$G_1 = 1 - \omega^2 C_3 (L_1 + L_3)$
$G_2 = 1 - \omega^2 C_3 (L_2 + L_3)$
$G = 1 - \omega^2 L_3 C_3$
$U_1 = j\omega (L_1 + L_2) - j\omega^3 C_3 (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3)$
$U_2 = j\omega C_3$



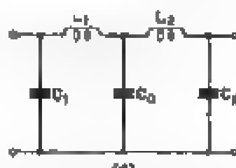
(b)

$G_1 = j\omega (L_1 + L_3) - j\omega^3 L_1 L_3 C_3$
$G_2 = j\omega (L_2 + L_3) - j\omega^3 L_2 L_3 C_3$
$G = j\omega L_3$
$U_1 = -\omega^2 (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3) + \omega^4 L_1 L_2 L_3 C_3$
$U_2 = 1 - \omega^2 L_3 C_3$



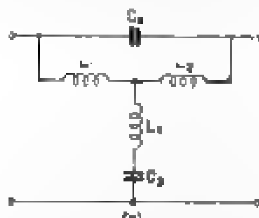
(c)

$G_1 = (1 - \omega^2 L_2 C_2) [1 - \omega^2 L_1 (C_1 + C_0)]$
$G_2 = (1 - \omega^2 L_1 C_1) [1 - \omega^2 L_2 (C_2 + C_0)]$
$G = (1 - \omega^2 L_1 C_1) (1 - \omega^2 L_2 C_2)$
$U_1 = j\omega (L_1 + L_2) - j\omega^3 L_1 L_2 (C_0 + C_1 + C_2)$
$U_2 = j\omega C_0 (1 - \omega^2 L_1 C_1) (1 - \omega^2 L_2 C_2)$



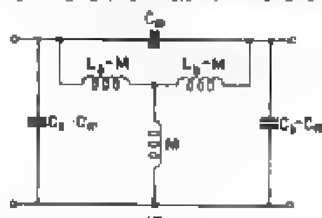
(d)

$G_1 = 1 - \omega^2 [L_2 C_2 + L_1 (C_0 + C_2)] + \omega^4 L_1 L_2 C_0 C_2$
$G_2 = 1 - \omega^2 [L_1 C_1 + L_2 (C_0 + C_1)] + \omega^4 L_1 L_2 C_0 C_1$
$G = 1$
$U_1 = j\omega (L_1 + L_2) - j\omega^3 L_1 L_2 C_0$
$U_2 = j\omega (C_0 + C_1 + C_2) - j\omega^3 [L_1 C_1 (C_0 + C_2) + L_2 C_2 (C_0 + C_1)] + j\omega^5 L_1 L_2 C_0 C_1 C_2$



(e)

$G_1 = 1 - \omega^2 [C_3 (L_1 + L_3) + C_2 (L_1 + L_2)] + \omega^4 C_2 C_3 (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3)$
$G_2 = 1 - \omega^2 [C_3 (L_2 + L_3) + C_2 (L_1 + L_2)] + \omega^4 C_2 C_3 (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3)$
$G = 1 - \omega^2 [C_2 (L_1 + L_2) + C_3 L_3] + \omega^4 C_2 C_3 (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3)$
$U_1 = j\omega (L_1 + L_2) - j\omega^3 C_2 (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3)$
$U_2 = j\omega C_3 - j\omega^3 C_2 C_3 (L_1 + L_2)$



(f)

$G_1 = j\omega L_a - j\omega^3 C_b (L_a L_b - M^2)$
$G_2 = j\omega L_b - j\omega^3 C_a (L_a L_b - M^2)$
$G = j\omega M - j\omega^3 C_m (L_a L_b - M^2)$
$U_1 = -\omega^2 (L_a L_b - M^2)$
$U_2 = 1 - \omega^2 (L_a C_a + L_b C_b - 2 M C_m) + \omega^4 (C_a C_b - C_m^2) (L_a L_b - M^2)$

Fig. 28. — Raccolta di quadripoli reattivi semplici

che assumono il valore 0 per $\omega = \omega_r$, i loro inversi sono infiniti ed è allora possibile con la scomposizione *b* estrarre un circuito risonante in serie accordato su ω_r; la scomposizione si effettua in modo completo e cioè in modo che $\frac{\delta''}{\gamma'}$ e $\frac{\beta''}{\alpha'}$ non si annullino più per $\omega = \omega_r$. In fine si effettua ancora una scomposizione del tipo *a* togliendo una induttanza:

$$L_3 = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \qquad [55]$$

Con questo procedimento, se ω_r è reale, o L_1 o L_2 risultano negativi, la loro combinazione con L_3 è tuttavia effettuabile e il quadripolo residuo è attuabile.

Qualora ω_r sia immaginario puro (ω_r^2 reale e negativo) la scomposizione è ancora possibile, solo, in questo caso, è L_3 l'elemento negativo.

Negli esempi numerici si trovano sviluppati molti casi di scomposizioni complete ed incomplete dei tipi *a* e *b*. Per semplicità si è posto nello sviluppare tali esempi

$$\alpha = \frac{G_1}{G}, \quad \beta = \frac{U_1}{G}, \quad \gamma = \frac{U_2}{G}, \quad \delta = \frac{G_2}{G}. \qquad [56]$$

con G_1, G_2 e G polinomi di grado pari ed U_1 e U_2 polinomi di grado dispari in p o viceversa, si possono allora fare scomparire i denominatori dalle varie espressioni e semplificare così i calcoli numerici.

Per ridurre la mole di questi è inoltre molto utile preparare un catalogo di quadripoli semplici con le espressioni per G_1, G_2, G, U_1 e U_2.

Esaminando i coefficienti dei polinomi che compaiono nelle α, β, γ e δ ovvero nelle A ed S, si può con grande rapidità passare dalle espressioni dei polinomi ai valori degli elementi della rete e viceversa. Nella compilazione degli esempi numerici si è fatto largo uso di un catalogo abbastanza completo che si è compilato; qui si riporterà la trattazione dei quadripoli utilizzati negli esempi numerici e di qualche altro quadripolo di uso corrente. I risultati sono presentati nella figura 28 nella quale accanto alle configurazioni dei quadripoli sono riportate le espressioni dei vari polinomi.

Nei casi *a*, *e*, *f*, si ha un nucleo centrale di tre induttanze che possono essere attuate con un trasformatore reale consentendo così ad una delle tre di essere negativa, nel caso *f* si sono indicati i parametri del trasformatore, mentre nei casi *a*, *e* si sono considerate tre induttanze indipendenti; il passaggio da un sistema di parametri all'altro è tuttavia abbastanza semplice.

Progetto di filtro passa-basso.

20\. Sia da progettare un filtro per eliminare le armoniche della tensione d'uscita di un generatore a 400 Hz. La soluzione più semplice è

ricorrere ad un filtro passa-basso. Ammettendo che la frequenza del generatore possa variare del $\pm 5\%$, la più alta frequenza da trasmettere risulta 420 Hz e la più bassa da attenuare $2 \cdot 380 = 760$ Hz. Applicando le (6) risulta

$$\omega_0 = 2\pi\sqrt{420 \cdot 760} = 3550 \qquad x' = \sqrt{\frac{420}{760}} = 0{,}74\,.$$

Si ritiene sufficiente un'attenuazione di 50 decibel, cioè $L'_2 = 300$; nella zona passante si richiede che non si abbiano variazioni di attenuazione superiori a 0,1 decibel (1 % circa) e dalla tabella I si vede che basta $L'_1 = 7$. Si ha allora $L'_{12} = \sqrt{300 \cdot 7} = 46$. Esaminando ora la figura 6 si vede che è necessario ricorrere a funzioni con la somma della classe con la specie almeno 7; si prendono quindi in considerazione le funzioni 7 - 0, 6 - 1+, 5 - 2. Nella zona che interessa (intorno del punto $L_{12} = 46$, $x' = 0{,}74$) il migliore comportamento (massimo valore di x per un dato L) si ottiene con la funzione 6 - 1+; di poco meno buona e sempre adeguata alle esigenze richieste è la funzione 5 - 2, mentre la 7 - 0 possiede un effetto filtrante decisamente inferiore e non sufficiente per questo caso. Si sceglie la funzione 5 - 2 perchè si ritiene la quanto più adatta, prendendo un certo margine tanto per L quanto per x, si vede che su di essa conviene fissare il punto $L_{12} = 50$, $x = 0{,}76$. Calcolando le funzioni ellittiche in corrispondenza di $x = 0{,}76$, secondo quanto è stato illustrato nell'appendice, si ottiene

$$S_n = \frac{7\Omega\,(\Omega^2 - \Omega_1^2)\,(\Omega^2 - \Omega_2^2)}{(1 - \Omega^2\Omega_1^2)\,(1 - \Omega^2\Omega_2^2)} \qquad \text{con } \Omega_1^2 = 0{,}2260\,, \quad \Omega_2^2 = 0{,}5321$$

Con tale funzione rimane fissata una funzione normalizzata per cui $L_1 L_2 = 50$. Per avere la funzione che serve al nostro caso, la quale cioè abbia L_2 superiore a 300 ed L_1 superiore a 7, occorre moltiplicarla per un numero h (intero per semplicità) che sia superiore a 300/50 ed inferiore a 50/7; si sceglie ora perciò $h = 7$.

Si consideri ora per primo il caso simmetrico, si supponga cioè di dovere progettare un filtro destinato a lavorare tra un generatore ed un utilizzatore aventi resistenza uguale e unitaria. Si può allora nella (3) assegnare ad a il valore minimo 2 ottenendo

$$A^2 = 4\,(1 + S_n^2) \qquad S^2 = 4S_n^2$$

Per S si vede che l'unica soluzione è porre

$$\pm S = \frac{14P\,(\Omega_1^2 + P^2)\,(\Omega_2^2 + P^2)}{(1 + P^2\Omega_1^2)\,(1 + P^2\Omega_2^2)}\,, \qquad \text{con } P = j\Omega$$

Per ottenere A bisogna invece cercare le radici di $(1 + S_n^2)$ e scartare quelle con parte reale positiva. Trattandosi di funzione dispari si cer

cheranno (13) le radici di $1 + jS_n = 1 + S^2$ ottenendo

$$P^6 + P^4 \frac{\Omega_1^2\Omega_2^2}{7} + P^4(\Omega_1^2 + \Omega_2^2) + \frac{P^2}{7}(\Omega_1^2 + \Omega_2^2) + P^2\Omega_1^2\Omega_2^2 + \frac{1}{7}$$
$$= (P + 0{,}4818)(P^2 + 0{,}2005P + 0{,}6803)(P^2 + 0{,}6051P + 0{,}4358)$$

Cambiando allora segno alla parte reale delle radici dell'ultimo termine si può scrivere per A

$$A = \frac{2{,}7\,(P + 0{,}4818)(P^2 + 0{,}2005P + 0{,}6803)(P^2 - 0{,}6051P + 0{,}4358)}{(1 + 0{,}5321\,P^2)(1 + 0{,}2266\,P^2)} =$$
$$= 14\,\frac{P^5 - 1{,}3475\,P^4 + 1{,}6065\,P^3 - 1{,}1410\,P^2 + 0{,}5506\,P - 0{,}1420}{1 + 4{,}7587\,P^2 + 0{,}1206\,P^4}\,.$$

Calcolando la semisomma e la semidifferenza tra A ed S e separando la parte reale da quella immaginaria si ottiene (prendendo per S il segno positivo)

$$G_2 = G_3 = 1 + 7{,}0034\,P^2 + 9{,}4344\,P^4 \qquad U_1 = 3{,}1521\,P + 6{,}3549\,P^3$$
$$G_1 = 1 + 4{,}7587\,P^2 + 0{,}1206\,P^4 \qquad U_2 = 4{,}7401\,P + 10{,}0765\,P^3 + 14\,P^5\,.$$

Scegliendo per S il segno negativo si scambiano tra loro le espressioni di β e γ e si ottiene la cellula reciproca di resistenza.

---

(13) Per scomporre in fattori i polinomi a numeratore di A^2 e S^2 si può osservare che, se questi polinomi sono di grado dispari in P^2 una radice è sicuramente reale e può essere agevolmente individuata con i noti metodi di approssimazione numerica; si arriva così a considerare soltanto polinomi di grado pari i quali però in genere hanno tutte le radici complesse.

Nel caso di polinomi di quarto grado in P^2 si è utilizzato uno schema di calcolo abbastanza comodo che permette di ricondurre la risoluzione del problema alla ricerca di una radice reale di un'equazione di terzo grado. Nella relazione

$$[57] \qquad P^8 + DP^6 + CP^4 + BP^2 + A = (P^4 + b_1P^2 + a_1^2)(P^4 + b_2P^2 + a_2^2)$$

ci si propone di determinare a_1, a_2, b_1 e b_2 dati A, B, C e D. Per questo si cerca la radice X_1 dell'equazione

$$[58] \qquad X^3 - CX^2 + (BD - 4A)X - (4AC - B^2 - D^2A) = 0$$

tale che sia

$$[59] \qquad X_1 > 0\,, \qquad X_1^2 > 4A$$

Noto X_1 si calcolano le quattro incognite con le

$$a_1^2 + a_2^2 = X_1 \qquad b_1 = \frac{B - Da_1^2}{a_2^2 - a_1^2}$$
$$a_1^2 - a_2^2 = \sqrt{X_1^2 - 4A} \qquad b_2 = \frac{B - Da_2^2}{a_1^2 - a_2^2}$$

21. - Per ottenere una rete utilizzabile nel caso simmetrico il modo più semplice è di ricorrere alla cellula a ponte. Le impedenze del ponte si ottengono subito considerando i due gruppi di radici con parte reale rispettivamente positiva e negativa di $1 + S/2$, si ha

$$(P + 0{,}4818)\,(P^2 + 0{,}2005\,P + 0{,}6803) = P^3 + 0{,}6823\,P^2 + 0{,}7769\,P + 0{,}3278\,,$$

e quindi una soluzione è:

$$\zeta_1 = \frac{0{,}6651\,P}{0{,}4359 + P^2}\,, \qquad \zeta_2 = \frac{0{,}6823\,P^2 + 0{,}3278}{P^3 + 0{,}7769\,P}\,,$$

e l'altra è la reciproca di resistenza. La forma a ponte non è in sè la più conveniente; si può invece ricorrere alla cellula a forchetta e combinando

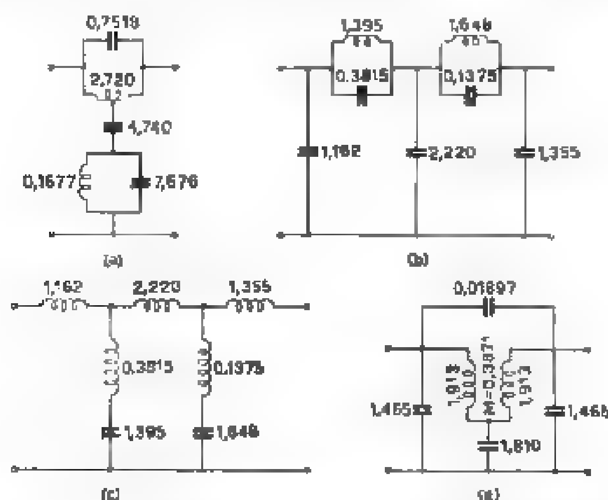


Fig. 29. — Varie reti base per un filtro passa-basso corrispondente ad una funzione 5 - 2 nel caso simmetrico ($K = 1$): induttanze in henry, capacità in microfarad

l'induttanza di ζ_1 col trasformatore ideale si arriva alla cellula rappresentata nella figura 29 *a* che può presentare un certo interesse

Di uso più generale è la rete a scala del tipo mostrato dalla figura 29 *b*. Per calcolare gli elementi si parte da α, β, γ e δ e si comincia a togliere a sinistra una capacità in parallelo di valore tale che, successivamente, si possa estrarre un circuito risonante, come elemento in serie, accordato su Ω_2. Per $P^2 = -1/0{,}5321 = -1{,}8795$, è

$$c_1 = \frac{1{,}8795\,U_2}{-1{,}8795\,PG_1} = \frac{22{,}288}{19{,}187} = 1{,}1616\ \mu F$$

Analogamente a destra si toglie una capacità in parallelo tale da ottenere lo stesso risultato nei riguardi di $P^2 = -1 : 0,2266 = -4,4308$.

$$c_2 = \frac{4,4308\,U_2}{4,4308\,PG_2} = \frac{202,407}{149,377} = 1,3550\ \mu F .$$

La cellula residua ha come caratteristiche

$$\begin{aligned} U'_1 &= U_1 \quad G'_1 = G_1 - c_2PU_1 = (1 + 0,2266\,P^2)\,(1 + 3,628\,P^2) \\ G' &= G \quad G'_2 = G_2 - c_1PU_1 = (1 + 0,5321\,P^2)\,(1 + 3,885\,P^2) \\ &\qquad U'_2 = U_2 - (c_1 + c_2)\,PG_1 + c_1c_2P^2U_1 = 2,220\,PG \end{aligned}$$

Si potrebbe continuare col processo di scomposizione generale, ma più semplice è confrontare queste espressioni con quelle della cellula a T cui si vuole arrivare (fig. 28 *c*), si ottiene la cellula illustrata nella figura 29 *b*. La 29 *c* mostra la cellula reciproca di resistenza. Si può notare che queste due cellule, pur essendo simmetriche (e quindi capovolgibili, poichè restano, così facendo, eguali a se stesse), non hanno struttura simmetrica.

Dalla rete della figura 29 *c*, raggruppando le induttanze si può giungere a due trasformatori con induttanza dispersa oppure a due trasformatori senza induttanza dispersa e a una induttanza in serie. La rete che si ottiene in quest'ultimo caso è una rete canonica. Non si proseguono i calcoli per questa via, dato lo scarso interesse di queste strutture rispetto, ad esempio, a quella di figura 29 *b*. Una rete molto interessante si ottiene pure ricorrendo ad elementi in cascata e in parallelo. Volendo giungere come nucleo centrale alla cellula riprodotta nella figura 28 *c*, che attua le due coppie di radici di tgh $\vartheta = 1$ al finito di A, si devono togliere dalle due parti due capacità in parallelo, che attuano la residua radice per $P = \infty$ ed inoltre in questo caso sono tali da rendere, nella cellula residua per $P = \infty$, $a = \delta = 1$. Si ha allora:

$$c_1 = c_2 = \frac{9,4324 - 0,1206}{6,3549} = 1,4652 .$$

le caratteristiche della cellula residua sono quindi

$$G' = G , \quad U'_1 = U_1 , \quad G'_1 = G'_2 = G_1 - c_1PU_1 = 1 + 3,5211\,P^2 - 0,1206\,P^4 ,$$

e, confrontando con le formule date per la cellula scelta, se ne possono direttamente calcolare gli elementi senza bisogno di calcolare anche U'_2. Si arriva così alla cellula rappresentata nella figura 29 *d*.

22. - Le reti per il caso non simmetrico si possono derivare da quelle ora descritte in modo abbastanza semplice, dato che si tratta di funzioni dispari. Si pone

$$T = (1+K)^2 (1+S_n^2)$$

[illegible] $= \dfrac{7(1+K)(P^{10} + 1,3475\,P^{8} + 1,6665\,P^{6} + 1,1419\,P^{4} + 0,5566\,P^{2} + 0,1420)}{1 + 0,7587\,P^2 + 0,1206\,P^4}$

$$S^2 = (1+K)^2 S_n^2 - (1-K)^2$$

$$S = (1 + K)\,S_n \; [\text{illegible}] \; (1 - K)$$

Vi sono anche altre possibilità per S che si potrebbero determinare cercando le radici del numeratore di S^2; qui tuttavia ci si limiterà alla soluzione semplice sopra sviluppata che porta alle cellule con $a - Kb =$ costante già trattate in una precedente pubblicazione [4]. Eseguendo i calcoli per il caso $R_1 = 1\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$, $K = 1/2$, si ha:

$$G_1 = 1 + 6{,}1830\,P^2 + 7{,}1044\,P^4 \qquad U_1 = 4{,}5781\,P + 9{,}5324\,P^3$$
$$G_2 = 1 + 11{,}6091\,P^2 + 14{,}0883\,P^4 \qquad U_2 = 3{,}5550\,P + 12{,}7323\,P^3 + 10{,}5\,P^5$$
$$G = 1 + 0{,}7587\,P^2 + 0{,}1206\,P^4$$

Si può ricorrere alla rete della figura 29 *d*. Si comincia al solito ad estrarre i due condensatori in parallelo dalle due parti in modo da avere $a = b = 1$ per $P = \infty$

$$c_1 = \frac{14{,}0883 - 0{,}1206}{9{,}5324} = 1{,}4652\ \mu F$$

$$c_2 = \frac{7{,}1044 - 0{,}1206}{9{,}5324} = 0{,}7326\ \mu F\ ,$$

le caratteristiche della cellula residua sono

$$G' = G \qquad G'_1 = G_1 - c_2 U_1 P = 1 + 2{,}8297\,P^2 - 0{,}1206\,P^4$$
$$U'_1 = U \qquad G'_2 = G_2 - c_1 U_1 P = 1 + 4{,}9007\,P^2 - 0{,}1206\,P^4\ ,$$

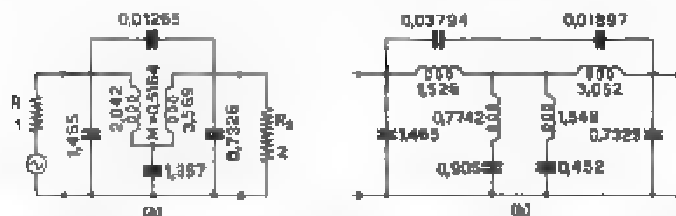


Fig. 30. — Adattamento della rete *d* della figura 29 al caso che le resistenze terminali siano diverse: induttanze in henry, capacità in microfarad, resistenze in ohm.

Come già indicato, non è necessario calcolare anche U'_2 e si può subito risalire agli elementi del nucleo centrale. La cellula completa è rappresentata nella figura 30 *a*. Nella 30 *b* è mostrato come più rapidamente si sarebbe potuto arrivare a questa cellula col procedimento di deriva-

zione (⁴) consistente nel dividere in due metà simmetriche la cellula della figura 29 *d* e moltiplicare per due le reattanze della mezza cellula di destra.

23. - Si esamini ora il caso che il generatore sia senza resistenza interna. Allora è $K = 0$ e quindi risulta

$$A = \alpha + \frac{\beta}{R_2} = 7\,\frac{P^5 + 1{,}3475\,P^4 + 1{,}6665\,P^3 + 1{,}1419\,P^2 + 0{,}5566\,P + 0{,}1429}{(1 + 0{,}5321\,P^2)\,(1 + 0{,}2266\,P^2)}\ .$$

Ponendo $R_2 = 1$ si hanno subito α e β e si potrebbero calcolare γ e δ scegliendo però la rete a scala del tipo di figura 29 *c* se ne possono calcolare direttamente gli elementi partendo da α e β. Il quoziente β/α è l'impedenza in corto circuito, misurata da destra, della cellula, sapendo già che questa avrà la struttura mostrata nella figura 29 *c* si può cominciare a calcolare l'induttanza iniziale a destra, assegnandole un valore tale che da β si elimini il fattore $1 + 0{,}2266\,P^2$; si ottiene

$$G_1 = 1 + 7{,}9932\,P^2 + 9{,}4324\,P^4$$
$$U_1 = 3{,}8961\,P + 11{,}6657\,P^3 + 7\,P^5$$
$$G = 1 + 0{,}7587\,P^2 + 0{,}1206\,P^4$$
$$l = \frac{4{,}4308\,U_1}{-4{,}4308\,PG_1} = \frac{88{,}709}{149{,}377} = 0{,}5939\ \text{H}$$

Per la cellula residua poi

$$G'_1 = G_1$$
$$G' = G$$
$$U'_1 = U_1 - lPG_1 = (1 + 0{,}2266\,P^2)\,(3{,}3022\,P + 6{,}1704\,P^3)\ .$$

Si può adesso estrarre un ramo in parallelo accordato su $P = 4{,}4308$, si ha

$$c = \frac{4{,}4308\,G_1}{3{,}3022 \cdot 4{,}4308 + 6{,}1704 \cdot 4{,}4308^2} = \frac{149{,}377}{105{,}568} = 1{,}415\ \mu\text{F}$$

$$l = \frac{0{,}2266}{1{,}415} = 0{,}1602\ \text{H}\ .$$

Le caratteristiche della cellula residua sono

$$G''_1 = 1 + 3{,}0940$$
$$U''_1 = 3{,}3022\,P + 6{,}1704\,P^3$$
$$G'' = 1 + 0{,}5321\,P^2\ ;$$

proseguendo nella scomposizione o, più semplicemente, confrontando con le caratteristiche della cellula a T residua si calcolano i restanti

elementi della rete: questa è rappresentata nella figura 31 *a*. Il caso $R_2 = \infty$ si tratta in modo perfettamente analogo; la rete a scala corrispondente può essere tuttavia più facilmente ottenuta come reciproca di resistenza di quella ora calcolata ed è mostrata nella figura 31 *b*.

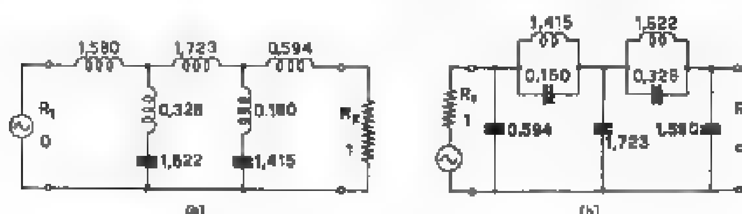


Fig. 31. — Adattamento delle reti *b* e *c* della figura 29 ai casi limite che una delle due resistenze terminali sia nulla od infinita: induttanze in henry, capacità in microfarad, resistenze in ohm.

Sino ad ora si sono calcolate reti ideali proporzionate ad $R = 1\ \Omega$ e con frontiera per $\Omega = 1$. Nel caso particolare in esame, ad $\Omega = 1$ corrisponde $\omega_0 = 3550$, le reattanze proporzionate ad un valore di R assegnato sono allora

$$L = \frac{R}{\omega_0}\, l, \qquad C = \frac{c}{\omega_0 R}$$

Ad esempio, sia da attuare il filtro ora analizzato per un generatore con 500 Ω di resistenza interna e funzionamento a vuoto. Si utilizza la

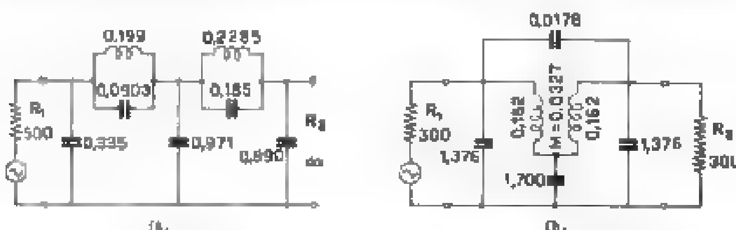


Fig. 32. — Reti per filtro passa-basso reale ottenute da quelle idealizzate prima illustrate: induttanze in henry, capacità in microfarad, resistenze in ohm.

rete di figura 31 *b* e si arriva alla rete reale rappresentata in figura 32 *a*. Sia invece da progettare lo stesso filtro per adoperarlo tra un generatore con resistenza interna di 300 Ω e un carico pure di 300 Ω. Si può scegliere tra le quattro reti della figura 29 ed altre che si potrebbero calcolare. La scelta generalmente viene fatta considerando le induttanze che sono per questi filtri l'elemento di gran lunga più costoso e difficile a costruire. Le reti *a*, *b* e *d* richiedono solo due reattanze o trasforma

tori con accoppiamento unitario la rete *d* ha, in particolare, due semplici induttanze con leggero accoppiamento magnetico che possono essere costituite da due bobine a nucleo magnetico semiaperto montate vicine e quindi senza bisogno di schermature o di altre complicazioni costruttive

Si sceglie quindi la rete *d* e nella figura 32 *b* ne sono mostrati i valori degli elementi

Progetto di filtro passa-alto e arresta-banda.

24. - Sia da progettare un filtro passa alto da associare al generatore sopra menzionato per potere effettuare misure di distorsione. Da un tale filtro si richiede che attenui in modo sostanziale la fondamentale (a circa 400 Hz) e trasmetta invece in modo abbastanza uniforme le armoniche. Data l'elevata attenuazione richiesta (almeno 1000 decibel) bisogna ricorrere ad un filtro con molti elementi e quindi abbastanza laborioso da calcolare e delicato da costruire. Per semplificare tanto il calcolo quanto la costruzione, e in considerazione anche del fatto che il filtro deve in pratica essere combinato con un amplificatore, dopo un breve esame di massima si decide di spezzare il filtro in due parti e precisamente di utilizzare all'ingresso un filtro arresta-banda che elimini la maggior parte della fondamentale e di fare seguire dopo l'amplificatore un filtro passa-alto; si ottiene così una forte attenuazione in corrispondenza della fondamentale ed una sufficiente attenuazione per frequenze inferiori alla fondamentale il che è utile per eliminare ronzii ed altri disturbi. Per semplicità i singoli filtri vengono progettati in modo del tutto indipendente e ci si riserva eventualmente di portare in un secondo tempo qualche ritocco per migliorare le caratteristiche globali. Cominciando dal filtro passa alto si hanno per esso frontiere complementari a quelle del caso precedente, si richiede cioè zona attenuata sino a 420 Hz e passante a partire da 760 Hz; m_0 e x risultano quindi gli stessi del caso precedente. Nella zona passante si hanno pure le stesse esigenze e quindi è ancora $L_1 = 7$; nella zona attenuata ci si contenta di avere $L_2 = 25$, data la presenza dell'altro filtro ed è così $L = \sqrt{7 \cdot 25} = 13{,}2$.

Esaminando ora la figura 6 si vede che si può scegliere tra la funzione 4 - 1+ e la 5 - 0. La 4 - 1+ dà un effetto filtrante migliore e corrisponde a reti un poco più convenienti e viene quindi preferita. La sua trattazione, eseguita nell'appendice, mostra che è conveniente la funzione

$$\frac{\Omega^4 (1 - \Omega^2)}{4 - \Omega^2},$$

che ha $L = 14$ ed ha la frontiera inferiore per $\Omega = 1{,}083$ e quella superiore per $\Omega = 1{,}846$, cui corrisponde $x = 0{,}76$, questa funzione ha quindi la frontiera ideale non per $\Omega = 1$, ma un poco spostata verso

l'alto e precisamente per $\Omega = \sqrt{1,083 \cdot 1,846} = 1,4142$ ed è a questo valore di Ω che si dovrà fare corrispondere il valore di x prima determinato. Moltiplicando poi per 2 la funzione si ottiene appunto $L_1 = 7$ ed $L_2 = 28$.

Per determinare A si debbono al solito cercare le radici di $1 + S_x^2$ si ha

$$1 + \frac{4\Omega^4 (1 - \Omega^2)^2}{(\Omega^2 - 4)^2} = \frac{1 + 0,5\, P^2 + 0,3125\, P^4 + 0,5\, P^6 + 0,25\, P^8}{(1 + 0,25\, P^4)^2}$$

Il polinomio scomposto dà

$$\frac{1}{4} (P^4 + 2 \cdot 1,4868\, P^2 + 2,6160)(P^4 - 2 \cdot 0,4868\, P^2 + 1,5290)\,,$$

e scomponendo ora in fattori i due polinomi di quarto grado e prendendo le radici con parte reale positiva, si ricava

$$\frac{1}{2} (P^2 + 0,5110\, P + 1,6174)(P^2 + 1,8565\, P + 1,2365) = 1 + 1,8173\, P + 1,9013\, P^2 + 1,1838\, P^3 + 0,5\, P^4\,.$$

25. - Considerando ora il caso simmetrico, è

$$A = 2\, \frac{1 + 1,8173\, P + 1,9013\, P^2 + 1,1838\, P^3 + 0,5\, P^4}{1 + 0,25\, P^4}$$

$$S = \frac{P^2 + P^4}{1 + 0,25\, P^4}\,,$$

prendendo la semisomma e la semidifferenza si hanno le quattro caratteristiche del quadripolo per $R_1 = R_2 = 1$

$$G_1 = 1 + 2,4013\, P^2 + P^4$$
$$G_2 = 1 + 1,4013\, P^2$$
$$G_3 = 1 + 0,25\, P^4$$
$$U_1 = U_2 = 1,8173\, P + 1,1838\, P^3\,.$$

Si tratta cioè di una cellula antimetrica ($\beta R_1 = \gamma R_1$) che, nel caso simmetrico ideale, è caratterizzata dall'avere U_1 e U_2 eguali; questa cellula ha due attuazioni con reti a scala che in apparenza sono reciproche di resistenza, ma in realtà sono equivalenti cioè corrispondono all'unico gruppo di caratteristiche ora determinato. La sola alternativa possibile in questo caso (cambio di G_1 con G_2) corrisponde semplicemente a rovesciare le cellule mettendo cioè il carico al posto del generatore e viceversa.

Per calcolare i valori della rete a scala si cominci ad estrarre un condensatore in parallelo a destra in modo da fare scomparire una radice di tgh ϑ 1 per $\Omega = \infty$. Risulta

$$c = \frac{1}{1,1838} = 0,8448\ \mu F \qquad G'_2 = G_2$$

$$G'_1 = G_1 - cPU_1 = 1 + 0,8661\ P^2 \qquad U'_1 = U_1$$

$$U'_2 = U_2 - cPG_2 = 0,9626\ P \qquad G' = G$$

Resta una cellula a T di cui nella figura 28 sono date le formule risolutive. Senza allora proseguire col metodo generale di scomposi-

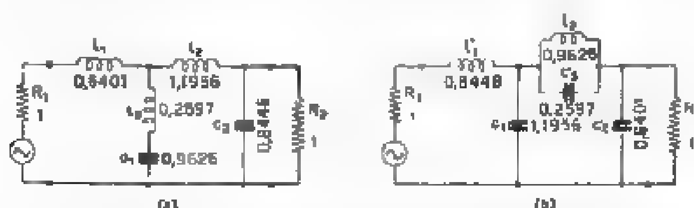


Fig. 33. — Reti base per filtro passa-alto corrispondenti ad una funzione 4 1+ nel caso simmetrico ($K = 1$): induttanze in henry, capacità in microfarad, resistenze in ohm.

zione si possono direttamente calcolare gli elementi residui della rete arrivando così alla cellula rappresentata nella figura 33 *a*. Un'altra attuazione della stessa cellula si ottiene estraendo a destra un condensatore di valore un poco minore in modo che G'_1 ed U'_2 diventino divisibili per G, si arriva così alla rete della figura 33 *b*, i cui elementi tuttavia, più semplicemente, si possono calcolare applicando la trasformazione reciproca di resistenza alla rete 33 *a*.

Nel caso non simmetrico le cose sono alquanto più complicate che non in quello di funzione dispari prima trattato e non si hanno metodi semplici per derivare la nuova rete da quella utilizzata nel caso simmetrico. Precisamente bisogna cercare le radici di S'^2 e ricomporre S coi metodi generali per passare dal modulo di una funzione alla funzione stessa. Si ha per il caso $R_1 = 1\,\Omega$ e $R_2 = 2\,\Omega$

$$T = \left(\frac{3}{2}\right)^2 (1 + S_1^2)$$

$$A = \frac{3}{2}\,\frac{1 + 1,8173\,P + 1,6613\,P^2 + 1,1838\,P^3 + 0,5\,P^4}{1 - 0,25\,P^4}$$

$$S'^2 = T - 2 = \frac{1}{4}\,\frac{(4 + P^2)^2 + 36\,P^4 (1 - P^2)^2}{(4 + P^2)^2} =$$

$$= 9\,\frac{P^8 + 2P^6 + \frac{37}{36}\,P^4 + \frac{2}{9}\,P^2 + \frac{4}{9}}{(4 + P^2)^2}$$

Il polinomio a numeratore di $|S|^2$, scomposto, dà

$$(P^2 + 0{,}3279\,P + 1{,}2152)\,(P^2 - 0{,}3279\,P + 1{,}2152)\,\cdot$$
$$\cdot\,(P^2 + 1{,}1917\,P + 0{,}5486)\,(P^2 - 1{,}1917\,P + 0{,}5486)\,.$$

Per ricomporre S si possono scegliere a piacere i termini corrispondenti a radici con parte reale positiva o negativa. Si vede che si hanno due soluzioni base (le altre sono le coniugate o le opposte) e precisamente:

$$S' = \frac{3}{4}\,\frac{(P^2 + 0{,}3279\,P + 1{,}2152)\,(P^2 + 1{,}1917\,P + 0{,}5486)}{1 + 0{,}25\,P^2} =$$
$$= \frac{3}{4}\,\frac{P^4 + 1{,}5196\,P^3 + 2{,}1546\,P^2 + 1{,}6281\,P + 0{,}6667}{1 + 0{,}25\,P^2}$$
$$S'' = \frac{3}{4}\,\frac{(P^2 - 0{,}3279\,P + 1{,}2152)\,(P^2 + 1{,}1917\,P + 0{,}5486)}{1 + 0{,}25\,P^2} =$$
$$= \frac{3}{4}\,\frac{P^4 + 0{,}8641\,P^3 + 1{,}3733\,P^2 + 1{,}2684\,P + 0{,}6667}{1 + 0{,}25P^2}\,.$$

Per ciascuna di queste si hanno, com'è noto, 4 soluzioni (in corrispondenza al doppio segno per la parte reale e per la parte imaginaria di S); interessano tuttavia soltanto le due che per $\Omega = 0$ hanno $\alpha = \delta = 1$ perchè queste sole possono venire rese con reti a scala senza trasformatori ideali. Si hanno così 4 soluzioni utili per α, β, γ e δ e ciascuna di tali cellule può essere attuata con la rete della figura 33 *a* oppure 33 *b*. I calcoli procedono in modo perfettamente analogo a quello del caso simmetrico ed i valori ottenuti per gli elementi sono raccolti nella tabella V. Si può notare che tutte le cellule cominciano con un ramo in serie dal lato di R minore e terminano invece con un ramo in parallelo dal lato di R maggiore.

TABELLA V. — *Valori degli elementi per le reti base della figura 33*

R_1	1	1	1	1	1	0
R_2	2	2	2	2	∞	1
L_1	0,2696	1,0554	0,4349	0,0566	0,1191	0,9919
L_2	1,2414	1,9907	1,3395	2,7186	1,1942	0,8254
L_3	0,3147	0,5047	0,2130	0,4324	0,4059	0,2806
C_1	0,7943	0,4953	1,1735	0,5782	0,6159	0,8909
C_2	1,1702	0,2573	0,6651	0,3092	1,2014	0,4224
L'_1	0,5156	2,3584	0,6184	1,3302	0,4224	1,2014
L'_2	0,9906	1,5886	1,1564	2,3470	0,8909	0,6159
C'_1	0,9953	0,6207	1,3593	0,6697	0,8254	1,1942
C'_2	0,9777	0,1348	0,4783	0,2174	0,9919	0,1191
C'_3	0,2523	0,1573	0,2162	0,1065	0,2806	0,4059

26. - I casi limiti $R_1 = 0$ e $R_2 = \infty$ si trattano facilmente. Per non avere trasformatori ideali si pone al solito $A = 1$ per $\Omega = 0$ e si ha quindi:

$$A = \frac{1 + 1,8173\,P + 1,0013\,P^2 + 1,1838\,P^3 + 0,5\,P^4}{1 + 0,25\,P^2}$$

Se ci si riferisce al caso $R_2 = \infty$, risulta

$$\alpha = \frac{1 + 1,0013\,P^2 + 0,5\,P^4}{1 + 0,25\,P^2}, \qquad R_1\gamma = \frac{1,8173\,P + 1,1838\,P^3}{1 + 0,25\,P^2}$$

Si proporziona al solito la rete base ai $R_1 = 1\,\Omega$ e si possono allora calcolarne gli elementi da α e γ applicando i metodi già mostrati nel caso precedente. Ora tuttavia si vogliono determinare prima le altre caratteristiche del quadripolo. Considerando la matrice $\| Z \|$ si ha.

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{1,8173\,P} - \frac{[illegible]\,P}{1 + [illegible]\,P^2}$$

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{1}{1,8173\,P} + \frac{[illegible]\,P}{1 + [illegible]\,P^2} + \frac{0,5}{1,1838}\,P\,;$$

l'espressione minima per il terzo termine risulta,

$$\frac{\delta}{\gamma} = \frac{1}{1,8173\,P} + \frac{[illegible]\,P}{1 + [illegible]\,P^2}$$

e se ne deduce per i restanti parametri della cellula

$$\delta = \frac{1 + [illegible]\,P^2}{1 + 0,25\,P^2}, \qquad \beta = \frac{1,3[illegible]\,P + 0,4[illegible]\,P^3}{1 + 0,25\,P^2}$$

Nel caso duale ($R_1 = 0$) i calcoli procedono in modo identico scambiando soltanto nelle formule β/R_2 con γR_1 e trattando la matrice $\| Y \|$ invece della $\| Z \|$. Le cellule poi possono venire attuate con le reti della figura 33 e nella tabella V sono riportati, anche per questi due casi, i valori numerici calcolati sempre con i soliti metodi.

Infine, per passare dalle reti ora progettate con la variabile normalizzata Ω alle reti reali, bisogna applicare prima la trasformazione [19] e successivamente la [13]; inoltre la funzione considerata non è perfettamente normalizzata e si dovrà allora fare corrispondere la frontiera della funzione 1,4142 con $\omega_0 = 3550$ già calcolato al paragrafo 20. Si ottiene allora

$$\Omega = \frac{\omega_0}{\omega}, \qquad \Omega_0 = 3550 \cdot 1,4142 = 5020\,;$$

per gli elementi della rete risulta:

$$L = \frac{R}{\Omega\omega_0}, \qquad C = \frac{1}{lR\omega_0}.$$

Come esempio si calcolerà la rete 33 *b* per il caso di $R_1 = 8000\,\Omega$ e $R_2 = 4000\,\Omega$. Scambiando l'entrata con l'uscita si ricade nel caso di $K = 1{,}2$ e si possono utilizzare i valori riportati nella tabella V; è da preferire la soluzione *a*, perchè dà le induttanze minori ed è possibile eseguire i calcoli con $R_2 = 4000\,\Omega$. Si ha una rete con due capacità e tre induttanze queste ultime disposte a Π. È noto come un Π di indut-

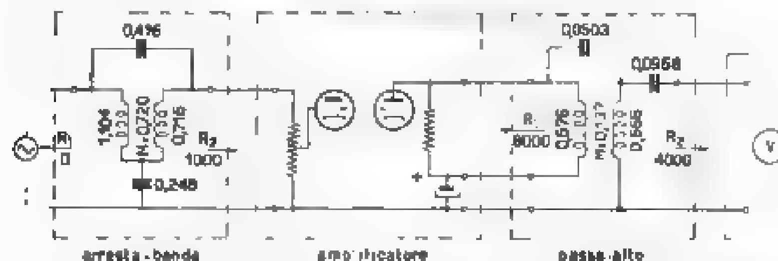


Fig. 34. — Filtro amplificatore passa-alto con speciali caratteristiche ottenute combinando un passa-alto semplice con un arresta-banda (induttanze in henry, capacità in microfarad, resistenze in ohm).

tanze sia sempre sostituibile con due induttanze accoppiate, e con questa trasformazione si giunge alla rete riprodotta nella parte destra della figura 34 che si presta molto bene alla costruzione.

27. - Per completare il sistema filtrante si deve ora progettare un arresta-banda. Con riferimento alle formule [14] si conosce

$$f_{a1} = 380\,, \qquad f_{a2} = 420\,, \qquad f_{s2} = 760$$

si ha allora

$$\omega_1\omega_2 = (2\pi \cdot 400)^2\,, \quad f_{s1} = \frac{400^2}{760} = 210\,, \quad x = \sqrt{\frac{420 - 380}{760 - 210}} = 0{,}270$$

La figura 6 non si estende sino a valori così bassi di *x*; è sufficiente tuttavia ricorrere alla più semplice funzione trattata che è la 2 - 1. Una funzione adatta è:

$$\frac{1 + 27\,P^2}{27 + P^2}\,,$$

che corrisponde a $x = 0{,}271$ e ad $L = 27$. Moltiplicandola per 4 si ha $L_1 = 6{,}67$ ed $L_2 = 108$ che sono valori pienamente soddisfacenti.

Si considera il caso di generatore con resistenza interna trascurabile, cioè $R_1 = 0$. Allora

$$T = a^2 \left| 1 + \frac{16\,(1 + 27\,P^2)^2}{(27 + P^2)^2} \right| =$$

$$= \frac{a^2}{(27 + P^2)^2} \left[(P^4 + 54\,P^2 + 729) + 16\,(1 + 54\,P^2 + 729\,P^4) \right].$$

Scomponendo nel modo già mostrato il polinomio a numeratore si ha

$$A = a\,\frac{27,295 - 70,554\,P + 108,0046\,P^2}{27 + P^2}\,.$$

Per eliminare dalla rete trasformatori ideali si darà ad a un valore tale che per $P = 0$ sia $A = 1$, risulta:

$$A = \frac{1 - 2,5849\,P + 3,9569\,P^2}{1 + 0,037037\,P^2}$$

Essendo $R_1 = 0$, per $R_2 = 1\,\Omega$ si ha

$$\alpha = \frac{1 + 3,9569\,P^2}{1 + 0,037037\,P^2}\,, \qquad \beta = \frac{2,5849\,P}{1 + 0,037037\,P^2}$$

Considerando la matrice $|\,Y\,|$ è:

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{2,5849\,P} + \frac{0,037037}{2,5849}\,P\,, \qquad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{2,5849\,P} + \frac{3,9569}{2,5849}\,P\,,$$

da cui si ricava

$$\frac{\delta}{\beta} = \frac{1}{2,5849\,P} + \frac{0,0003467}{2,5849}\,P\,;$$

i due restanti parametri del quadripolo sono quindi

$$\delta = \frac{1 + 0,0003467\,P^2}{1 + 0,037037\,P^2}\,, \qquad \gamma = \frac{1,5023\,P}{1 + 0,037037\,P^2}\,.$$

Dato che adesso la trasformazione di frequenza non è più una semplice proporzionalità, per potere studiare le reti utilizzabili ci si deve avvicinare alla variabile ω. Si porrà:

$$P = \frac{j\omega\,(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_1\omega_2 - \omega^2} = \frac{0,37\,P_1}{1 + P_1^2}$$

$$P_1 = \frac{j\omega}{\omega_0}$$

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 400\,;$$

effettuando la sostituzione si ottiene

$$G_1 = 1 + 2,5417\,P_1^2 + P_1^4$$
$$G_2 = 1 + 2,00004746\,P_1^2 + P_1^4$$
$$G = 1 + 2,005070\,P_1^2 + P_1^4$$
$$U_1 = 0,95641\,(1 + P_1^2)\,P_1$$
$$U_2 = 0,55582\,(1 + P_1^2)\,P_1\,.$$

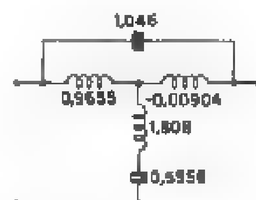


Fig. 35. — Rete base per filtro arresta banda corrispondente ad una funzione 2 : 1 induttanze in henry capacità in microfarad.

Questa cellula può essere comodamente attuata con quella rappresentata nella figura 35. I valori degli elementi della rete si calcolano subito confrontando le espressioni dei parametri della cellula con quelle riportate nella tabella V e sono riportati sulla figura.

28. Si è ora in grado di esaminare l'associazione del filtro passa alto e del filtro arresta banda studiati per formare il complesso filtrante richiesto. Una disposizione generale conveniente è rappresentata nella

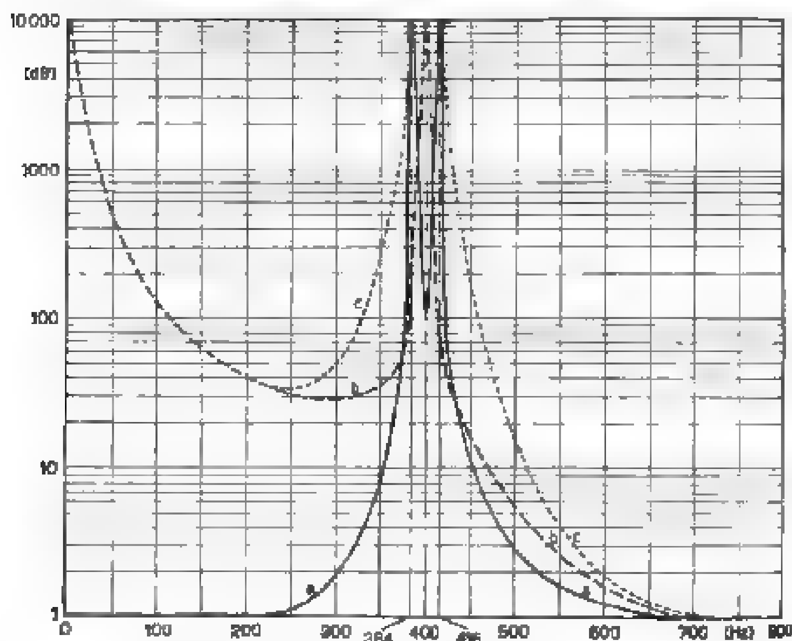


Fig. 36. — Curve di attenuazioni parziali e totale per il filtro amplificatore della figura 34: *a*, arresta banda, *b*, passa alto, *c*, complesso.

figura 34. Si è messo all'inizio il filtro arresta-banda in modo da alimentare l'amplificatore con una tensione già quasi depurata dalla fondamentale ed evitare così che si abbiano in uscita armoniche generate dall'amplificatore stesso; il filtro passa-alto è stato invece messo in uscita e serve così anche ad eliminare l'eventuale ronzio dell'amplificatore. Il filtro passa-alto è stato prima calcolato; quello arresta-banda viene invece desunto dallo schema della figura 35 per $R_2 = 1000\ \Omega$ ed $\omega_0 = 2\pi \cdot 400$ ed ha così i valori segnati in figura 34. Le proprietà filtranti effettive delle parti e del complesso sono rappresentate nella figura 36. Si vede che con un opportuno proporzionamento del filtro passa-alto si è ottenuto che la relativa frequenza per la quale è infinita l'attenua-

zione cada proprio a 400 Hz cioè tra le due frequenze di attenuazione del filtro arresta-banda. Grazie anche al comportamento un poco migliore dei due filtri rispetto al minimo da cui si è partiti, nella zona che interessa L_2 è sempre superiore a 6500 decibel (è 6750 a 420 Hz) mentre si mantiene superiore a 30 per tutte le frequenze inferiori. Nella zona passante si ha una massima disuniformità di $\pm$ 1 % perchè ciascun filtro, avendo $L_1 = 7$ può al massimo dare uno scostamento di 1 % dal valore massimo (e quindi $\pm$ 0,5 % dal valore medio).

Questo complesso filtrante può essere considerato un esempio significativo delle vaste possibilità offerte dall'uso di diversi tipi di funzioni normalizzate per ottenere scopi particolari. Ricorrendo ad un'unica funzione, sia pure attuata con due reti separate dall'amplificatore, si sarebbe potuto risparmiare qualche elemento, ma probabilmente non induttanze, che sono già ridotte al minimo, si sarebbe quindi conseguita una economia irrilevante, non proporzionata alle notevoli complicazioni di progetto.

Progetto di filtro passa-banda.

29 - Sia da progettare un filtro per misure di fruscio con le seguenti caratteristiche

1) banda trasmessa 300-1200 Hz, con massima attenuazione relativa di 1 decibel,

2) per frequenze inferiori a 240 Hz e superiori a 1500 Hz, minima attenuazione relativa di 40 decibel

Applicando le formule [14] si ha

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = 2\pi \cdot 600\,, \quad x = \sqrt{\frac{[illegible]}{1200}} = 0{,}84$$

D'altra parte le prescrizioni per l'attenuazione con l'aiuto della tabella I si traducono in

$$L_1 = 2 \qquad L_2 = 100\,, \qquad L = 14{,}2$$

Consultando la figura 6 si vede che la funzione in ogni caso più conveniente è la 5 - 1. Una funzione adatta è

$$S_n = 10{,}64\,\Omega\,\frac{(\Omega^2 - 1)\,(\Omega^2 - 0{,}4425)}{\Omega^2 - 2{,}1880}\,,$$

che ha $L_1 = 2$, $L_2 = 114{,}2$ ed è passante sino a $\Omega = 1{,}0386$ attenuata a partire da $\Omega = 1{,}4001$.

Si considera prima il caso simmetrico; si ricava al solito

$$|A|^2 = 4\,(1 + S_n^2)\,, \qquad |S|^2 = 4S_n^2\,.$$

quindi per S si ha semplicemente $\pm 2jS_n$; per A invece bisogna cercare le radici di $2(1 + jS_n)$. Risulta così

$$S = 2 \cdot 10{,}64 \frac{P^5 + 1{,}4425\, P^3 + 0{,}4425\, P}{P^2 + 2{,}1889}$$

e poichè

$$P^6 + 1{,}4425\, P^4 + \frac{P^3}{10{,}64} + 0{,}4425\, P^2 + \frac{2{,}1889}{10{,}64} =$$

$$= (P + 0{,}34515)\,(P^2 - 0{,}4828\, P + 0{,}5523)\,(P^2 + 0{,}13768\, P + 1{,}0792)\,,$$

è ancora:

$$A = 2 \cdot 10{,}64 \frac{P^6 + 0{,}96565\, P^5 + 1{,}9122\, P^4 + 1{,}1832\, P^3 + 0{,}80213\, P + 0{,}20572}{P^2 + 2{,}1889}\,.$$

Con la semisomma e la semidifferenza si ha, per $R_1 = R_2 = 1$

$$\alpha = \delta = 21{,}28 \frac{0{,}4828\, P^4 + 0{,}5916\, P^2 + 0{,}10286}{P^2 + 2{,}1889}$$

$$\left.\begin{matrix}\beta \\ \gamma\end{matrix}\right\} = \frac{21{,}28}{P^2 + 2{,}1889} \left\{\begin{matrix} P^5 + 1{,}6786\, P^3 + 0{,}6222\, P \\ 0{,}23312\, P^3 + 0{,}17995\, P\end{matrix}\right.$$

La trasformazione di frequenza da usare è

$$P = 0{,}6924 \frac{P_1^2 + 1}{P_1}\,, \qquad P_1 = \frac{j\omega}{2\pi\, 600}\,,$$

effettuandola e scegliendo per β il polinomio di quinto grado, si ottiene infine

$$G_1 = G_2 = 0{,}6924^2\,[0{,}48282\,(1 + P_1^8) + 3{,}1652\,(P_1^2 + P_1^6) + 5{,}81227\, P_1^4]$$
$$U_1 = 0{,}6924^2\, P_1^2\,[0{,}33668\,(1 + P_1^4) + 1{,}5522\,(P_1^2 + P_1^4)]\,,$$
$$U_2 = 0{,}6924^3\,[(1 + P_1^{10}) + 8{,}5013\,(P_1^2 + P_1^8) + 23{,}2109\,(P_1^4 + P_1^6)]\,,$$
$$G = \frac{P_1^5}{21{,}28}\,(P_1^2 + 0{,}15603)\,(P_1^2 + 6{,}4100)\,.$$

30. - La cellula ora definita è alquanto complessa; essa ha 3 radici di $\mathrm{tgh}\,\vartheta - 1$ per $\omega = 0$, tre per $\omega = \infty$ e due coppie al finito. Per attuarla con una rete a scala si comincerà ad estrarre a sinistra una induttanza ed una capacità in parallelo in modo che i polinomi G_2 ed U_2 diventino divisibili per $P_1^2 + 0{,}15603$ e si annullino inoltre i coefficienti dei termini di grado massimo; si è così eliminata una radice di valore infinito e si è preparato il terreno per l'eliminazione di una coppia di radici al finito. Risulta

$$L_1 = 1{,}1250\ \mathrm{H} \qquad C_1 = 1{,}4341\ \mu\mathrm{F}$$
$$G'_2 = G_2 - \ldots U_1 = 0{,}6924^2\, P_1\,(P_1^2 + 0{,}15603)\,(0{,}5589\, P_1^4 + 1{,}7421\, P_1^2 + 0{,}6563)$$
$$U'_2 = U_2 - \ldots G_1 = 0{,}6924^2\,(P_1^2 + 0{,}15603)\,(0{,}8017\, P_1^6 + 4{,}0344\, P_1^4 +$$
$$+ 2{,}3354\, P_1^2 + 0{,}0406)\,.$$

È ora possibile estrarre, sempre a sinistra, un circuito risonante in parallelo, accordato in corrispondenza della coppia di radici $P_1 = \pm j\,0,3950$ e montato come ramo in serie, in modo da eliminare detta coppia di radici; si ottiene

$$G''_1 = P_1 (0,48482\, P_1^6 + 2,8245\, P_1^4 + 4,040\, P_1^2 + 1,165)$$
$$G''_2 = P_1 (0,5589\, P_1^4 + 1,7421\, P_1^2 + 0,6563)$$
$$U''_1 = P_1^2 (0,3367\, P_1^4 + 1,318\, P_1^2 + 0,7716)$$
$$U''_2 = (0,8017\, P_1^6 + 4,0344\, P_1^4 + 4,3354\, P_1^2 + 0,0406)$$
$$l_2 = 2,1137 \text{ H}$$
$$c_2 = 3,0341\ \mu\text{F}$$
$$G'' = \frac{P_1^2}{21,28 \cdot 0,69242} (P_1^2 + 6,4100)$$

Si può ora procedere a destra in modo analogo, eliminando tuttavia col primo ramo in parallelo una radice di valore zero

$$G'''_1 = P_1^2 (P_1^2 + 6,4100)(0,104\, P_1^2 + 0,198) \qquad l_3 = 0,6078$$
$$U'''_2 = P_1^2 (P_1^2 + 6,4100)(0,1737\, P_1^2 + 0,1683) \qquad c_3 = 1,1298\,,$$

e col successivo ramo in serie si elimina anche l'ultima coppia di radici al finito, ottenendo

$$G''''_1 = P_1^2 (0,104\, P_1^2 + 0,198) \qquad l_4 = 0,3245 \text{ H}$$
$$G''''_2 = 0,2038\, P_1^2 + 0,102 \qquad c_4 = 0,4808\ \mu\text{F}$$
$$U''''_1 = P_1 (0,122\, P_1^2 + 0,120) \qquad G'''' = 0,098\, P_1^2\,.$$
$$U''''_2 = P_1 (0,1737\, P_1^2 + 0,1683)$$

Questa cellula residua ha ancora due radici per $\omega = 0$ e due per $\omega = \infty$; essa quindi potrà essere costituita con 4 elementi semplici, ad esempio

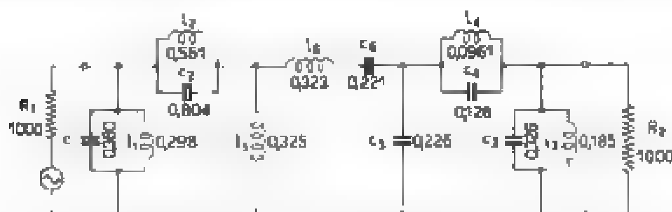


Fig. 37. - Filtro passa-banda per misure di fruscio corrispondente ad una funzione 5 - 1: induttanze in henry, capacità in microfarad

nel modo illustrato nella parte centrale della figura 37, nella quale è appunto rappresentata tutta la rete che si è venuta calcolando per il caso di $R_1 = R_2 = 1000\ \Omega$. I valori di questi 4 elementi risultano:

$$l_5 = 1,224 \text{ H} \qquad c_5 = 0,852\ \mu\text{F}$$
$$l_6 = 1,220 \text{ H} \qquad c_6 = 0,834\ \mu\text{F}$$

i valori effettivi della rete per il caso $R = 1000\ \Omega$ si calcolano con le formule

$$L = \frac{lR}{\omega_0}, \qquad C = \frac{c}{\omega_0 R},$$

e sono riportati nella figura. La rete così ottenuta non è che una delle tante reti a scala che permettono di attuare la cellula desiderata, si possono infatti variare in tante maniere l'ordine ed il modo di estrazione delle radici di tgh $\vartheta - 1$ e la posizione ed il tipo dei due elementi supplementari (nel caso presente l_1 e c_3).

31. - Combinando la rete con un amplificatore è possibile giungere a reti parziali più semplici e probabilmente più agevoli da attuare. Si può infatti così spezzare la funzione di trasmissione A nel prodotto di più fattori ciascuno dei quali è reso con uno stadio amplificatore; ogni stadio può essere studiato ed aggiustato separatamente e si può così con molta maggiore facilità ottenere le caratteristiche finali desiderate. Scomponendo in fattori la funzione A si ha

$$A = a\,\frac{(P + 0{,}34515)\,(P^2 + 0{,}13768\,P + 1{,}0792)\,(P^2 + 0{,}48282\,P + 0{,}5523)}{P^2 + 2{,}1889},$$

effettuando, per ciascun fattore la trasformazione nella nuova variabile P_1 si ottiene

$$A = a'\,\frac{(P_1^2 + 0{,}4085\,P_1 + 1)\,(P_1^2 + 0{,}03982\,P_1 + 0{,}2503)\,(P_1^2 + 0{,}15903\,P_1 + 3{,}9043)\,(P_1^2 + 0{,}18034\,P_1 + 0{,}3726)\,(P_1^2 + 0{,}50798\,P_1 + 2{,}6832)}{P_1^3\,(P_1^2 + 0{,}15003)\,(P_1^2 + 6{,}4100)}.$$

Una suddivisione in tre fattori abbastanza conveniente può essere la seguente

$$A_1 = a_1\,\frac{1 + 0{,}4085\,P_1 + P_1^2}{P_1}$$

$$A_2 = a_2\,\frac{(P_1^2 + 0{,}03982\,P_1 + 0{,}2503)\,(P_1^2 + 0{,}50798\,P_1 + 2{,}0832)}{P_1\,(P_1^2 + 0{,}15603)}$$

$$A_3 = a_3\,\frac{(P_1^2 + 0{,}15003\,P_1 + 3{,}9043)\,(P_1^2 + 0{,}18034\,P_1 + 0{,}3726)}{P_1\,(P_1^2 + 6{,}4100)},$$

essa corrisponde alla rete illustrata nella figura 38. Non è necessario nella forma generale precisare a_1, a_2 e a_3 che verranno scelti nel modo più opportuno studiando ciascuna rete. Si cominci da A_1 che costituisce lo stadio finale. Scelto un carico totale di $5000\ \Omega$ per tale stadio, A_1 si attua semplicemente con un circuito risonante (primario accordato del

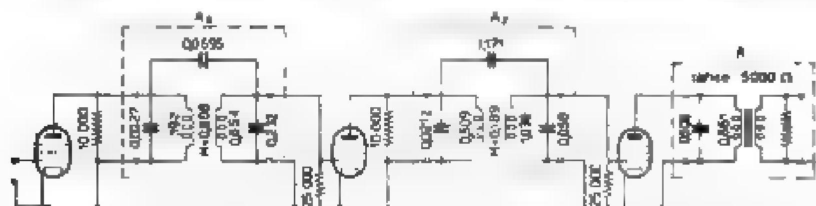


Fig. 38. — Filtro amplificatore avente eguali caratteristiche di trasmissione del filtro passa-banda rappresentato nella figura 37: induttanze in henry, capacità in microfarad, resistenze in ohm.

trasformatore di uscita supposto privo di dispersione magnetica). Allora A_1 è proporzionale all'ammettenza del complesso, cioè

$$Y = a'_1\left(\frac{1}{P_1} + 0{,}4985 + P_1\right) \qquad 0{,}4985\, a'_1 = \frac{1}{5000}$$

$$c = \frac{a'_1}{\omega_0} = 0{,}1064\ \mu F \qquad L = \frac{1}{a'_1 \omega_0} = 0{,}6612\ \mathrm{H}\,.$$

32. La funzione A_2 sviluppata è

$$A_2 = a_2\,\frac{P_1^4 + 0{,}5478\,P_1^3 + 2{,}9537\,P_1^2 + 0{,}23403\,P_1 + 0{,}67160}{P_1^2 + 0{,}15603\,P_1}$$

il quadrato del suo modulo risulta

$$|A_2|^2 = a_2^2\,\frac{P_1^8 + 5{,}6074\,P_1^6 + 9{,}8114\,P_1^4 + 3{,}9126\,P_1^2 + 0{,}45105}{-(P_1^6 + 0{,}31206\,P_1^4 + 0{,}024345\,P_1^2)}\,,$$

che è minimo per $P_1 = j\,1{,}635$ e vale allora

$$|A_2|^2_{min} = 0{,}23928\,a_2^2\,.$$

È possibile allora proporzionare a_2 in modo che $|A_2|^2_{min}$ sia eguale a $4K$, oppure assegnargli un valore un poco superiore, in quest'ultimo caso si ha una corrispondente perdita di trasmissione, ma si ottiene una maggiore libertà nel proporzionamento della rete. Si sceglierà il valore

$$a_2 = \sqrt{\frac{4K}{0{,}15}}\,,$$

cui corrisponde

$$|A_2|^2_{min} = 4K\,1{,}26^2\,,$$

cioè con una perdita di circa 1/5 nell'amplificazione. Risulta,

$$|S|^2 = |A_2|^2 - 4K = a_2^2\,\frac{P_1^8 + 5{,}7574\,P_1^6 + 9{,}8582\,P_1^4 + 3{,}9163\,P_1^2 + 0{,}45105}{-(P_1^6 + 0{,}31206\,P_1^4 + 0{,}024345\,P_1^2)}\,,$$

scomponendo il numeratore si hanno due fattori per ciascuno dei quali

si può scegliere per la parte reale il segno + oppure —; vi sono così due alternative principali e precisamente

$$S' \quad a_2 \frac{P_1^4 + 0{,}3485\, P_1^3 + 2{,}9393\, P_1^2 + 0{,}1796\, P_1 + 0{,}6716}{P_1 (P_1^2 + 0{,}15603)}$$

$$S'' \quad a_2 \frac{P_1^4 + 0{,}2725\, P_1^3 + 2{,}9157\, P_1^2 + 0{,}0238\, P_1 + 0{,}6716}{P_1 (P_1^2 + 0{,}15603)}$$

Ad S' corrisponde la cellula:

$$\left.\begin{matrix} \alpha \\ K\delta \end{matrix}\right\} = \frac{a_2}{P_1^2 + 0{,}15603} \cdot \left\{\begin{matrix} 0{,}44815\, P_1^2 + 0{,}20681 \\ 0{,}09965\, P_1^2 + 0{,}02721 \end{matrix}\right.$$

$$\left.\begin{matrix} \gamma R_1 \\ \beta / R_2 \end{matrix}\right\} = \frac{a_2}{P_1 (P_1^2 + 0{,}15603)} \cdot \left\{\begin{matrix} 0{,}0072\, P_1^2 \\ P_1^4 + 2{,}9465\, P_1^2 + 0{,}6716\,, \end{matrix}\right.$$

e ad S'' corrisponde invece la cellula

$$\left.\begin{matrix} \alpha \\ K\delta \end{matrix}\right\} = \frac{a_2}{P_1^2 + 0{,}15603} \cdot \left\{\begin{matrix} 0{,}41015\, P_1^2 + 0{,}12891 \\ 0{,}13765\, P_1^2 + 0{,}10512 \end{matrix}\right.$$

$$\left.\begin{matrix} \gamma R_1 \\ \beta / R_2 \end{matrix}\right\} = \frac{a_2}{P_1 (P_1^2 + 0{,}15603)} \cdot \left\{\begin{matrix} 0{,}0190\, P_1^2 \\ P_1^4 + 2{,}9352\, P_1^2 + 0{,}6716\,. \end{matrix}\right.$$

Per la costituzione è molto conveniente la cellula illustrata nella figura 28/ cui corrispondono valori abbastanza bassi di induttanza e che è quindi attuabile senza difficoltà anche in corrispondenza di valori delle resistenze terminali abbastanza elevati quali conviene usare con tubi elettronici. Confrontando le caratteristiche ora calcolate con quelle riportate nella figura 28 per la cellula considerata si ha subito

	$\omega_0 L_1 / C_m R_1$	$\omega_0 (C_2 + C_m) R_2$	$\omega_0 C_m \sqrt{R_1 R_2}$	$\frac{\omega_0 L_a}{R_1}$	$\frac{\omega_0 L_b}{R_2}$	$\frac{\omega_0 M}{\sqrt{R_1 R_2}}$
1) per S':	13,84	62,24	26,00	0,308	0,0405	0,0450
2) per S'':	7,24	21,59	10,19	0,192	0,157	0,0451

dovendo risultare C_1 e C_2 positivi, la soluzione 1 è utilizzabile per K compreso tra 0,10 e 0,27 e la 2 per K compreso tra 0,23 e 0,51. Per il particolare amplificatore studiato si trova conveniente scegliere R_1 = 10 000 Ω e R_2 = 25 000 Ω, cui corrispondono un amplificazione abbastanza alta e valori accettabili per le induttanze; anche la compensazione delle resistenze degli elementi (con variazione dei valori di R_1 ed R_2 effettivamente usati, di cui si parlerà in seguito) può avere luogo senza difficoltà; si adotta allora la soluzione 2 ed i valori effettivi degli elementi sono riportati nella figura 38.

In modo del tutto analogo si sviluppano i calcoli per A_3, si sceglie

$$a_3 = \sqrt{\frac{4K}{0{,}308}}\,, \qquad A_3{}^2_{\max} = 4K \cdot 1{,}27^2$$

e si giunge pure alla rete della figura 38.

PARTE III

PORTATA DEL NUOVO METODO DI PROGETTO E SUA ESTENSIONE A CASI SPECIALI

Filtri con impedenza d'ingresso o d'uscita costante nella banda trasmessa. Filtri con una delle resistenze terminali variabile a piacere.

53. In alcuni casi si richiede che il filtro che si studia possegga, anche in corrispondenza delle bande passanti, un'impedenza apparente d'ingresso o di uscita che approssimi nel migliore modo una resistenza costante; tale caratteristica è, ad esempio, desiderata quando il filtro deve lavorare in congiunzione con una linea, oppure con un generatore o un carico di resistenza variabile.

Si comincia a vedere come si comportano sotto questo punto di vista i filtri sino ad ora studiati. Chiudendo un quadripolo reattivo su una resistenza R_1, l'impedenza d'ingresso è:

$$[60] \qquad Z' = \frac{\alpha R_2 + \beta}{\gamma R_2 + \delta} = R_1 \frac{A + S}{A - S} = R_1 \frac{1 + \frac{S}{A}}{1 - \frac{S}{A}} .$$

Ora, per i filtri esaminati, si ha

$$|A|^2 = a^2 (1 + S_n^2) \qquad |S|^2 = (a^2 - 4K) + a^2 S_n^2 ,$$

$$[61] \qquad \left| \frac{S}{A} \right|^2 = \frac{S_n^2 + \left(1 - \frac{4K}{a^2}\right)}{S_n^2 + 1} ,$$

se a ha il valore minimo, cioè $2\sqrt{K}$, risulta

$$[62] \qquad \left| \frac{S}{A} \right| = \frac{S_n}{\sqrt{1 + S_n^2}}$$

e nella zona passante, ove S_n è piccolo e minore di $1/L_1$, anche $\left| \frac{S}{A} \right|$ si mantiene piccolo ed inferiore a tale valore, e con buona approssimazione si può porre

$$[63] \qquad Z' = R_1 \left(1 + \frac{2}{L_1} e^{j\varphi} \right) .$$

dove a è un numero reale positivo minore di 1 e φ è una differenza di fase qualsiasi. Z' è cioè vincolato a restare dentro un cerchio di raggio $2R_1/L_1$ e centro R_1 come è mostrato nella figura 39. Il modulo di Z' è allora compreso tra i limiti



Fig. 39. — Campo di variazione dell'impedenza d'ingresso di un filtro progettato nel modo prima esposto e con il valore minimo per a.

$$[64] \qquad 1 - \frac{2}{L_1} \leq \frac{Z'}{R_1} \leq 1 + \frac{2}{L_1},$$

e per la fase si ha:

$$[65] \qquad -\varphi_1 \leq \text{argomento } (Z') \leq +\varphi_1 \qquad \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{2}{L_1}$$

L'impedenza d'uscita risulta analogamente

$$[66] \qquad Z'' = \frac{\delta R_1 + \beta}{\gamma R_1 + \alpha} = R_1 \frac{1 - \frac{S}{A}}{1 + \frac{\bar{S}}{A}},$$

ove $\bar{S}$ indica la coniugata di S, e valgono quindi le stesse espressioni approssimate del caso precedente.

Desiderando allora con i filtri normali avere le impedenze d'ingresso e di uscita nella zona passante eguali con buona approssimazione ad una resistenza pura e costante, basta assegnare ad a il valore minimo $2\sqrt{K}$ e ad L_1 un valore abbastanza grande in modo che il massimo scostamento dell'impedenza d'ingresso (o di uscita) dal valore desiderato, che è espresso dalla [64], si mantenga entro limiti accettabili.

La variazione di Z' aumenta molto quando a non assume il valore minimo, perchè allora il numeratore dell'ultima delle [61] non si riduce ad S_n^2 ma conserva anche per S_n piccolo il valore $1 - 4K/a^2$ che non è in generale piccolo.

Risulta infatti

$$[67] \qquad 1 - \frac{4K}{a^2} = 1 - \frac{4K}{(1+K)^2} = \left(\frac{1-K}{1+K}\right)^2,$$

e quindi, anche per S_n trascurabile, il valore minimo di $\left|\frac{A}{S}\right|$ non scende sotto a

$$[68] \qquad \left|\frac{A}{S}\right|_{\min} = \left|\frac{1-K}{1+K}\right|$$

che, ad esempio, per $K = 2$ vale 1/3. In tali casi quindi l'impedenza d'ingresso (o di uscita) ha anche nella banda passante variazioni abbastanza sensibili.

34. - Esiste un'altra maniera, collegata con la teoria precedente di progettare filtri con impedenza d'ingresso (o di uscita) costante e consiste nel determinare il filtro per uno dei due casi degeneri di resistenza zero od infinita e nell'aggiungere un bipolo per la correzione della reattanza. Considerando l'impedenza di uscita si può scrivere

$$[69] \quad Z'' = \frac{\delta R_1 + \beta}{\gamma R_1 + \alpha} = \frac{(\beta + \delta R_1)(\alpha - \gamma R_1)}{(\alpha + \gamma R_1)(\alpha - \gamma R_1)} = R_1 \frac{1 + j(\alpha\beta / R_1 - \delta\gamma R_1)}{|\alpha + \gamma R_1|^2},$$

la sua parte reale è quindi

$$[70] \qquad \frac{R_1}{|\alpha + \gamma R_1|^2},$$

ove $\alpha + \gamma R_1$ è ora la funzione di trasmissione del quadripolo nel caso $R_2 = \infty$; ricordando le [61] essa può esprimersi con

$$[71] \qquad \frac{R_1}{a\sqrt{1 - S_1^2}}$$

e quindi approssima un valore costante tanto bene quanto la funzione di trasmissione relativa. Resta tuttavia la parte immaginaria, espressa da

$$[72] \qquad \frac{R_1}{a\sqrt{1 - S_1^2}} \left[\alpha \frac{\beta}{R_1} - \delta\gamma R_1\right].$$

In vari modi si può vedere che, per i filtri considerati, questa parte immaginaria può essere cancellata dentro la banda passante con un bipolo

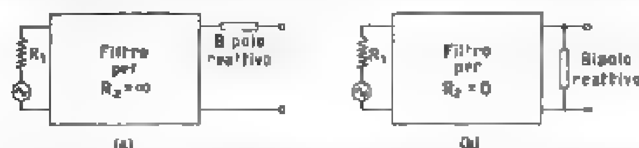


Fig. 40. – Filtro con impedenza di uscita eguale ad una resistenza costante ottenuto da filtri progettati per casi limiti con l'aggiunta di bipoli reattivi per l'annullamento della residua componente reattiva dentro la banda passante.

di pure reattanze in serie nell'uscita come è mostrato nella figura 40 a. Se ci si contenta di una approssimazione discreta, nel caso di filtro passa-basso si ha una semplice induttanza, ed un elemento corrispondente nel caso di filtro di altro tipo, altrimenti bisogna ricorrere ad un bipolo più complicato, ma sempre con numero abbastanza limitato di elementi.

Analogamente, se si parte da un filtro progettato per una terminazione con $R_2 = 0$, si trova che la parte reale dell'ammettenza è costante

nella zona passante ed ha espressione simile alla [71], mentre la parte immaginaria può essere neutralizzata con un bipolo reattivo in parallelo come si vede nella figura 40 *b*.

Naturalmente non è necessario mettere esplicitamente il bipolo reattivo come nella figura 40, si può invece prima determinare il bipolo ed aggiungerlo al filtro normale, poi calcolare le caratteristiche complessive α, β, γ e δ della cellula completa così ottenuta e attuare questa complessivamente nel modo più comodo con i metodi generali noti.

35. - Per illustrare meglio questo procedimento si riporta un esempio numerico. Nel paragrafo 26 sono state determinate le caratteristiche

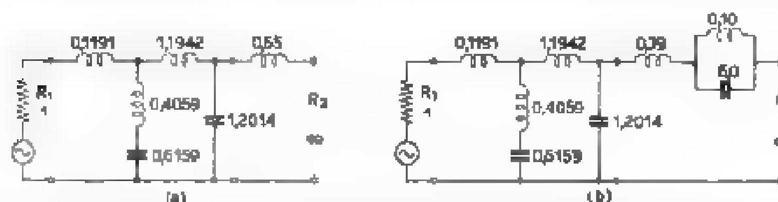


Fig. 41. - Filtro passa basso del tipo della figura 33 con in serie un bipolo reattivo per l'annullamento della reattanza costituito da una semplice induttanza (*a*) oppure da un circuito risonante in parallelo (*b*).

di una cellula che permette di attuare la funzione $4 - 1^{+}$ per il caso $R_1 = 1\,\Omega$ e $R_2 = \infty$. L'impedenza d'uscita per tale cellula risulta:

$$Z = \frac{\delta R_1 + \beta}{\gamma R_1 + \alpha} = \frac{1 + 3{,}134\,P + 0{,}6855\,P^2 + 0{,}4162\,P^3}{1 + 1{,}8173\,P + 1{,}9013\,P^2 + 1{,}838\,P^3 + 0{,}5\,P^4} =$$

$$= \frac{(1 - 0{,}25\,\Omega^2)^2 + j\Omega\,(-0{,}4039 + 0{,}0615\,\Omega^2 + 0{,}2814\,\Omega^4 - 0{,}2081\,\Omega^6)}{1 - 0{,}5\,\Omega^2 + 0{,}3125\,\Omega^4 - 0{,}5\,\Omega^6 + 0{,}25\,\Omega^8}.$$

La parte immaginaria per Ω piccolo equivale ad una induttanza negativa il cui valore cresce lentamente quando ci si avvicina alla frontiera. L'espressione di questa induttanza è:

$$l = \frac{0{,}4039 - 0{,}0615\,\Omega^2 - 0{,}2814\,\Omega^4 + 0{,}2081\,\Omega^6}{1 - 0{,}5\,\Omega^2 + 0{,}3125\,\Omega^4 - 0{,}5\,\Omega^6 + 0{,}25\,\Omega^8};$$

calcolandone i valori dentro la banda passante si trova

Ω^2	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
l	0,494	0,509	0,52[illegible]	0,529	0,531	0,541	0,543
Ω^2	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	
l	0,554	0,576	0,602	0,638	0,689	0,742.	

(l'ultimo valore si riferisce alla frontiera

Mettendo in serie, come mostra la figura 41 *a*, un'induttanza di 0,65 H, si compensa la reattanza e la si riduce a restare entro $\pm$ 0,08 R_1 (cioè l'8 % della parte reale). Volendo una compensazione che la riduca molto più sensibilmente, si può ricorrere ad un bipolo di due o tre elementi.

Con tre elementi si ha il bipolo

$$Z = [illegible]\, P + \frac{0{,}1\, P}{1 + [illegible]\, P^2}$$

che riduce la reattanza a meno dell'1 % e quindi permette di ottenere per Z'' una funzione che differisce da R_1 di un vettore la cui massima ampiezza non raggiunge mai l'1 % di R_1. La rete corrispondente è rappresentata nella figura 41 *b*.

La rete della figura 41 *a* ha le caratteristiche:

$$\alpha = \frac{1 + 1{,}0013\, P^2 + 0{,}5\, P^4}{1 + 0{,}25\, P^2} \qquad \beta = \frac{1{,}0634\, P + 1{,}6520\, P^3 + 0{,}3250\, P^5}{1 + 0{,}25\, P^2}$$

$$\gamma = \frac{1{,}8173\, P + 1{,}1858\, P^3}{1 + 0{,}25\, P^2} \qquad \delta = \frac{1 + 2{,}1667\, P^2 + 0{,}7095\, P^4}{1 + 0{,}25\, P^2}$$

essa può, ad esempio, venire usata come filtro universale per un generatore con resistenza interna R_1 capace di funzionare con un carico qualsiasi. La tensione in uscita è infatti quella a vuoto diminuita della caduta di tensione espressa da:

$$\frac{Z'' - R_1}{R_2}$$

Nella zona passante Z'' è praticamente costante e quindi questo termine non dà origine a irregolarità sensibili di trasmissione, nella zona attenuata invece si ha un poco di aumento nell'attenuazione.

36. - Si possono ora confrontare i due metodi per ottenere filtri con impedenza terminale regolare. Come si è visto, col primo di essi si prende per a il valore minimo $2\sqrt{K}$ e per L_1 un valore abbastanza grande (in genere molto più di quanto non sia richiesto per le sole esigenze di regolarità di trasmissione) ottenendo come risultato che l'impedenza d'ingresso (o di uscita) differisca dal valore prefissato di un vettore il cui modulo ha ampiezza relativa inferiore od eguale a $2 L_1$.

Col secondo metodo invece si progetta il filtro per uno dei due casi degeneri $R_2 = 0$ o $R_2 = \infty$: la parte reale dell'impedenza considerata differisce allora dal valore prefissato meno di $\sqrt{1 + \frac{1}{2L_1}} - 1$, mentre la parte immaginaria deve essere neutralizzata dentro la banda passante con un bipolo reattivo supplementare.

Con ambedue i procedimenti la rete finale risulta più complicata di quando non si richieda anche la regolarità dell'impedenza terminale, col primo perchè bisogna prendere L_1 più grande e col secondo in seguito alla presenza del bipolo per la correzione della reattanza (o suscettanza). La maggiore convenienza dell'uno o dell'altro metodo dipende in larga misura dal genere di scostamento che si tollera abbia l'impedenza considerata dal valore costante desiderato. Se ci si contenta di avere abbastanza costante la parte reale ed il modulo allora risulta tollerabile una componente in quadratura discreta ed è più conveniente il secondo metodo di progetto, perchè la compensazione grossolana della reattanza può essere ottenuta con un bipolo molto semplice. Se invece si hanno esigenze severe anche per la componente in quadratura allora il bipolo di correzione risulta complicato e conviene in generale ricorrere al primo metodo di progetto.

Considerando l'esempio numerico trattato nel paragrafo precedente, si ricordi che la cellula da cui si è partiti corrisponde a $L_1 = 7$, $L_2 = 28$ e $x = 0{,}706$. Con la rete della figura 41 *a* la parte immaginaria è limitata all'8 %, la parte reale oscilla intorno al valore medio del 0,5 % ed il modulo tra 1 e $\sqrt{1 + \frac{1}{7^2} + 0{,}08^2} = 1{,}014$, cioè del 0,7 % intorno al valore medio 1,007. Con lo stesso numero di elementi col primo metodo si può ricorrere alla funzione 5 - 1 che con eguali x ed L_2 permette di avere $L_1 = 32$, l'impedenza terminale è allora costante a meno di $\pm 2/32$, ossia $\pm 5{,}6$ %. Se invece si esige che la parte immaginaria venga compensata ad esempio all'1 %, occorre la rete di figura 41 *b* che ha 8 elementi ed è quindi paragonabile ad una rete ottenuta partendo dalla funzione 7 - 1, tale funzione, per i valori di x ed L_2 dati, permette di ottenere $L_1 = 600$ e quindi un'impedenza costante $\pm 2/600$, ossia $\pm 0{,}33$ %, cioè una migliore regolarità che non con la rete della figura 41 *b*.

Filtri per radioricevitori.

37 - Per radioricevitori e amplificatori selettivi a radiofrequenza si è sviluppata, su basi prevalentemente sperimentali, una teoria ed una tecnica costruttiva che permettono di ottenere filtri passa-banda stretti con caratteristiche filtranti abbastanza elevate. Date le particolari esigenze costruttive che limitano le possibili reti a catene di circuiti risonanti in cascata, accoppiati reattivamente o con tubi termoionici ed accordati sulla frequenza media trasmessa, ed in seguito al fatto che in queste reti la resistenza è associata prevalentemente agli elementi reattivi invece di essere concentrata all'inizio ed alla fine della catena, la teoria di tali reti si è sviluppata in modo del tutto indipendente dalla teoria classica dei filtri; oggi però vi è la tendenza ad accostarsi nuovamente a questa, utilizzando in particolare la teoria delle funzioni di trasmissione adatte per filtri sviluppata nella parte I.

Con le catene di circuiti risonanti oggi in uso si ottengono funzioni filtranti di specie o e classe eguale al numero dei circuiti accordati usati, è allora possibile fare riferimento alle funzioni di grado o studiate ed alle relative curve riportate nella figura 6 per giudicare in che misura particolari schemi si avvicinino alla massima efficienza filtrante teorica e per risolvere altri problemi analoghi.

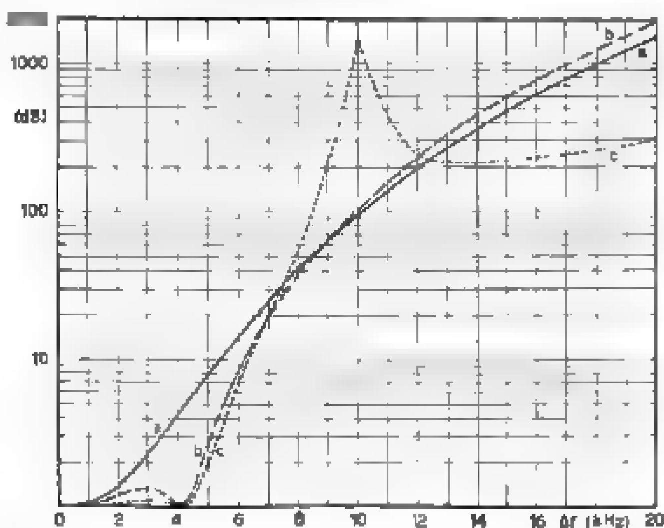


Fig. 42. — Curva di selettività per un normale amplificatore di media frequenza con due filtri di banda a due circuiti risonanti, ciascuno in cascata (a); curva di selettività ottenibile con il medesimo numero di circuiti risonanti, proporzionati in modo da dare il miglior effetto filtrante (b); curva di selettività corrispondente alla funzione 4 - 1 + c)

Si consideri, ad esempio, l'amplificatore a media frequenza di un normale radioricevitore; si richiede da esso un'attenuazione il più possibile grande per segnali differenti in frequenza di oltre 9 kHz dal segnale desiderato e una trasmissione il più possibile uniforme per una banda di $\pm$ 4,5 kHz. La soluzione più usata è di ricorrere a due gruppi di due circuiti risonanti accoppiati, il primo con accoppiamento un poco minore del secondo e smorzamento relativamente basso ed il secondo con accoppiamento circa critico e smorzamento un poco maggiore data la presenza del rivelatore.

In un caso tipico si è rilevata la seguente funzione di trasmissione:

$$A = \left(1 + 2j\frac{\Delta f}{2} - \frac{\Delta f^2}{4}\right)\left(2 + 2j\frac{\Delta f}{3} - \frac{\Delta f^2}{9}\right), \qquad \Delta f = f - f_0 \text{ (in kHz)}.$$

L'andamento di A è rappresentato dalla curva a della figura 42. Secondo

la classificazione proposta si è in presenza di una funzione 4 - 0, non tuttavia proporzionata per dare la massima efficienza filtrante. Utilizzando le formule [18] si ha:

$$x = \sqrt{\frac{4,5}{9}} = 0,707\,, \qquad f_2 - f_0 = \sqrt{4,5 \cdot 9} = 6,38\,\mathrm{kHz}\,, \qquad \Omega = \frac{f_r}{6,38}$$

consultando la figura 6 si vede che con la funzione 4 - 0+ si potrebbe avere $L = 8,6$; ponendo L_2 eguale a quello della funzione prima considerata, cioè 65, risulta $L_1 = 1,14$, la funzione scelta è

$$S_a = 3,5\left(\frac{\Omega}{4,1}\right)^2\left[\left(\frac{\Omega}{4,1}\right)^2 - 1\right],$$

ed il relativo comportamento è rappresentato dalla curva *b* della figura 42.

Confrontando la curva *b* con la curva *a* si vede che con lo stesso numero di circuiti risonanti è possibile ottenere un effetto filtrante molto più netto quando per il proporzionamento si adottino i criteri prima esposti; bisogna tuttavia caso per caso indagare in che misura tali nuovi criteri siano compatibili con le altre esigenze del complesso (amplificazione, e così via) ma è fuori di dubbio che un sensibile miglioramento è conseguibile per tale via, che effettivamente oggi comincia ad essere seguita (16).

Dall'esame poi delle curve della figura 6 si vede che un notevole aumento delle proprietà filtranti si potrebbe ottenere ricorrendo a funzioni con specie almeno 1, ad esempio, con la funzione 4 - 1+ nel caso prima illustrato si avrebbe $L = 20,5$ cioè contentandosi del valore 2 per L_1 si potrebbe avere $L_2 = 210$. La funzione adatta a tale caso particolare risulta

$$S_a = 10\left(\frac{\Omega}{4,1}\right)^2 \frac{\left(\frac{\Omega}{4,1}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\Omega}{4,1}\right)^2 - 5,7}$$

ed il relativo comportamento è mostrato dalla curva *c* della figura 42.

Ottenere attenuazione infinita per frequenze sufficientemente prossime alla banda passante, come è richiesto per le funzioni di specie 1 non è facile, ma i vantaggi conseguibili, quali risultano dal confronto delle curve della figura 42, sono tali da giustificare anche un notevole lavoro di indagine teorica e sperimentale.

(16) R. FELDTKELLER: Einführung in die Theorie der Rundfunksiebschaltungen - S. Hirzel, Leipzig, 1940.
H. WEGENER: Dreikreisige Bandfilter mit symmetrischer ausgeglichener Uebertragungskurve - T. F. T., 1939, XXVIII, p. 231.
J. SOMMER: Vierkreisige Hochfrequenzsiebschaltungen mit vierhöckeriger geebneter Resonanzkurve - E. N. T., 1941, XVIII, p. 178.

Effetto della resistenza e delle altre imperfezioni degli elementi del quadripolo reattivo.

38. — Con la teoria dei filtri prima esposta, essendoci svincolati dall'ipotesi di reti chiuse sull'impedenza imagine o iterativa, si è fatto un notevole passo avanti per quanto concerne l'aderenza alle reali possibilità costruttive; quando tuttavia si passa a considerare l'effettiva attuazione del quadripolo reattivo calcolato si urta contro tre ordini di difficoltà e precisamente

a) imprecisione degli elementi,

b) scostamento della reattanza degli elementi dal comportamento ideale (di pura induttanza e pura capacità)

c) resistenza degli elementi.

Essendo questi difetti presenti in qualunque rete reattiva, già in passato ne è stato largamente indagato l'effetto e sono state cercate direttive per limitare le perturbazioni da essi apportate. Si ricordino per la resistenza il teorema di Mayer e i vari artifici per compensare l'effetto delle perdite in corrispondenza delle frequenze di attenuazione infinita ([18]) e, per quanto concerne la configurazione generale della rete, le possibilità offerte dalla trasformazione reciproca di resistenza. È poi da tempo noto che con strutture a ponte e simili l'effetto delle varie imperfezioni è massimo nella zona attenuata, mentre con strutture a scala o con molte cellule in cascata l'effetto perturbatore è massimo in corrispondenza della zona passante.

Con i metodi di progetto prima esposti ci si trova già in una situazione più vantaggiosa che con i metodi classici in seguito alla molto maggiore libertà nella scelta della configurazione della rete e alle possibilità offerte dalla scelta del valore di a e della espressione per S.

Si può così più facilmente orientare il progetto verso tipi di reti in cui l'effetto dannoso delle varie imperfezioni degli elementi risulta meno sensibile oppure può venire almeno in parte compensato.

Ad esempio, nel filtro amplificatore della figura 38 le perdite degli elementi nella zona passante possono con discreta approssimazione venire rappresentate con resistenze in parallelo all'entrata di ciascuna rete di reattanze e quindi possono venire conglobate nelle resistenze terminali. Basta allora o modificare corrispondentemente il valore delle resistenze terminali effettivamente inserite nel circuito, oppure proporzionare la rete reattiva al valore equivalente delle resistenze terminali con incluso l'effetto delle perdite degli elementi.

39. — In reti più complesse l'effetto delle resistenze degli elementi non può essere rappresentato in modo così semplice, i metodi di-

([18]) H. F. Mayer, Ueber die Dämpfung von Siebketten im Durchlässigkeitsbereich. - E. N. T., 1925, II, p. 335.

retti di calcolo delle reti qui sviluppati offrono, tuttavia, egualmente ampie possibilità per valutare e compensare l'effetto delle varie imperfezioni degli elementi. Per questo scopo in generale si scriverà prima l'espressione della funzione di trasmissione A nel caso ideale; successivamente si prenderanno in considerazione le varie imperfezioni e si scriverà tale espressione per la rete così modificata. Confrontando le due espressioni, si potrà vedere che effetti hanno portato le imperfezioni introdotte (introduzione di nuove radici dei polinomi a numeratore e denominatore e spostamento dei valori delle vecchie radici) e studiare il modo di compensarli.

Dato che le varie imperfezioni degli elementi portano ad alterazioni della loro impedenza relativamente piccole, anche gli spostamenti delle radici risultano piccoli e possono in generale venire annullati con piccole modifiche ΔL, ΔM, ΔC dei vari elementi reattivi della rete.

Si può per tale via scrivere un sistema di equazioni lineari (trascurando i prodotti dei ΔZ) che consente di progettare una rete in cui con opportune alterazioni degli elementi, si è in larga misura compensato l'effetto delle loro imperfezioni.

Uno studio più approfondito di questi procedimenti di correzione ci porterebbe troppo lontano; ci si limita a segnalare questa possibilità che aumenta il grado di utilità dei procedimenti diretti di progetto delle reti.

Infine, avendo calcolato nel corso del progetto le caratteristiche α, β, γ e δ del solo quadripolo reattivo, è possibile calcolarne senza grande lavoro il comportamento quando le resistenze terminali hanno valori diversi da quelli normali, ad esempio 0 od ∞.

Questo è molto utile per una regolazione sperimentale della rete che è una operazione analoga all'allineamento dei radioricevitori e permette di effettuare in una certa misura sperimentalmente il procedimento di correzione prima descritto in termini matematici. La regolazione viene effettuata variando di piccole quantità i valori dei vari elementi reattivi della rete secondo uno schema predisposto e seguendo criteri di regolazione che vanno stabiliti caso per caso.

Elementi utili per queste regolazioni sono le varie risonanze e antirisonanze che si manifestano come massimi o minimi delle varie tensioni o correnti e sono molto più marcate quando la rete non è caricata dalle resistenze terminali. Di qui scaturisce l'utilità di studiare il comportamento del filtro in tali condizioni, il che è appunto più agevole seguendo i metodi di calcolo illustrati.

Conclusioni.

40. - Riassumendo quanto è stato detto fin qui ed è emerso nello svolgimento degli esempi numerici si può concludere che i vantaggi principali dei nuovi procedimenti di progetto rispetto a quelli classici sono:

1) Possibilità di progettare reti con numero minimo di elementi in relazione allo scopo da conseguire.

Il risparmio, come si è visto nel paragrafo 10 è in genere di uno o due elementi per passa-alto e passa-basso ed il doppio per passa-banda e arresta-banda. In circostanze particolari, quando cioè con uno dei due procedimenti una rete con numero conveniente di elementi è appena insufficiente e bisogna ricorrere alla rete seguente con uno o due elementi in più (ma largamente esuberante), il guadagno può elevarsi di qualche unità oppure scomparire.

2) Possibilità di orientare la scelta della funzione filtrante S_n e successivamente di procedere nel progetto della rete in modo da compensare o almeno ridurre l'effetto della resistenza degli elementi e degli altri residui e soddisfare ad altre esigenze costruttive.

Le possibilità di variare il progetto sono molto numerose. Cominciando da S_n si può variare la ripartizione tra classe e specie e limitare anche nella zona passante le oscillazioni; si può influire sulla efficienza di trasmissione variando a; si hanno numerose alternative nella scelta di S; infine, nel progetto della rete si può variare l'ordine di successione delle cellule elementari e la posizione e la natura degli elementi supplementari e ricorrere ad eventuali elementi in parallelo o in serie. Tutte queste possibilità di varianti possono essere giudiziosamente utilizzate per arrivare ad una rete che sotto tutti i punti di vista corrisponda nel modo migliore allo scopo prefissato. Con i metodi classici di progetto le possibili alternative sono in numero molto minore e, soprattutto, vi è il grave vincolo di potere mettere cellule in cascata soltanto se alla congiunzione presentano eguale impedenza immagine.

Importante è poi la possibilità illustrata nei paragrafi 38 e 39 di potere variare i valori degli elementi della rete in modo da compensare in larga misura l'effetto della resistenza degli elementi e degli altri residui.

3) Possibilità di progettare filtri capaci di lavorare tra due resistenze qualunque (di cui una eventualmente nulla od infinita) e con adattamento di impedenze prefissato.

Questo è di grande utilità soprattutto per filtri destinati a lavorare in unione con tubi termoionici. Con i filtri classici non si possono avere adattamenti diversi dall'eguaglianza d'impedenza tra il generatore e il carico, anche se il valore effettivo delle resistenze terminali può essere diverso grazie all'interposizione di trasformatori ideali.

Viceversa il principale inconveniente di questi nuovi procedimenti di progetto risiede nella lunghezza e delicatezza dei calcoli numerici. Dal punto di vista concettuale la sola operazione alquanto complicata è la ricerca delle radici (in genere tutte complesse, salvo una per le funzioni dispari) del polinomio a numeratore di $|A|^2$ e $|S|^2$; tutti i calcoli però devono essere condotti con precisione numerica elevata (almeno 5 cifre significative per casi semplici, da 6 ad 8 per gli altri) ed il numero di operazioni matematiche elementari successive è grande. Come con-

seguenza anche in casi relativamente semplici sono necessari un tempo notevole ed una buona pratica di calcoli numerici oltre alla disponibilità di mezzi adatti (macchine calcolatrici). Molte sono anche le possibilità di errori che, se interessano solo le ultime cifre decimali, sono difficili da scoprire.

Perciò, quando già con i metodi classici si giunge a reti abbastanza soddisfacenti è dubbio se il leggero risparmio nel numero di elementi giustifichi l'adozione di questi nuovi procedimenti tanto laboriosi.

I nuovi metodi di progetto sono invece da raccomandare soprattutto quando si possono pienamente utilizzare le numerose possibilità da essi offerte: sono adatti quindi nei casi di filtri combinati con tubi termoionici, in quelli in cui sia essenziale un adattamento d'impedenze diverso dall'eguaglianza, ed ove abbia grande importanza la resistenza degli elementi.

RECENSIONI

AMPLIFICATORI

H. OLTZE — **Correzione delle imperfezioni dei traslatori per mezzo della reazione negativa complessa.** (H. F. Techn. u. El. Ak., novembre 1941, LVIII, 5, pag. 133-136, con 4 fig.)

Quando si desidera costruire un amplificatore che presenti in una larga banda di frequenza un'impedenza d'uscita reale e costante oppure un'amplificazione costante, occorre tener presente che il traslatore gene-

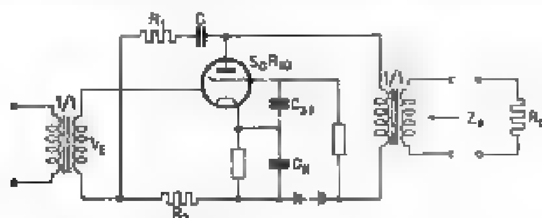


Fig. 1. — Amplificatore con reazione negativa

ralmente usato per l'accoppiamento dell'ultimo tubo al carico agisce come elemento limitatore dell'ampiezza della banda entro la quale le condizioni richieste possono verificarsi. Ciò avviene perchè il traslatore

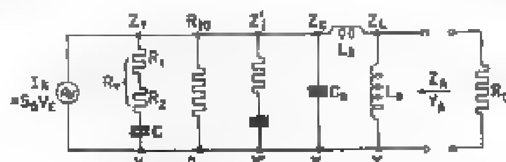


Fig. 2. — Circuito equivalente

non si limita a trasferire al primario la resistenza ohmica sulla quale è chiuso il secondario, secondo il rapporto assegnato, ma introduce anche elementi reattivi, sia in serie, sia in parallelo.

Gli inconvenienti provocati da questo comportamento dei traslatori possono venire corretti con un uso appropriato della reazione negativa. Si consideri in primo luogo un amplificatore a pentodo con reazione

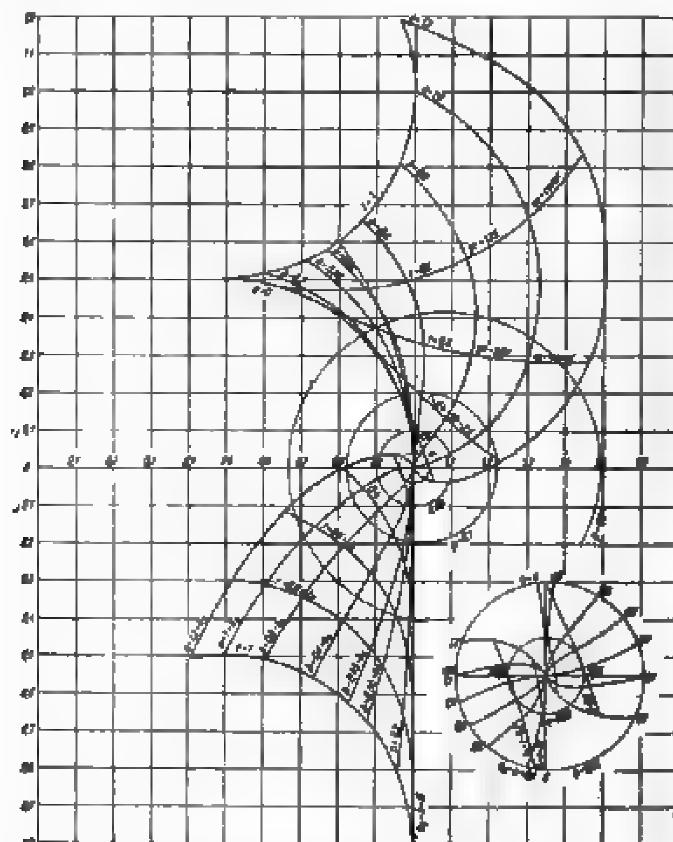


Fig. 3 — Dipendenza dell'impedenza d'uscita dai parametri t e b.

negativa di tensione secondo lo schema della figura 1; R_a è la resistenza di carico e, per semplicità, senza togliere nulla alla generalità della trattazione si può supporre che il rapporto di traslazione sia 1 : 1. Il complesso è rappresentato dal circuito equivalente della figura 2, dove è stato introdotto un generatore di corrente costante I_k e sono $G_{i0} = 1/R_{i0}$ la conduttanza interna del tubo in assenza di reazione, $Y'_r = 1/Z'_r$ l'ammettenza che viene ad aggiungersi in parallelo a G_{i0} per effetto della reazione, $Y_T = 1/Z_T$ l'ammettenza presentata dal partitore di reazione; C_a (a cui corrisponde l'ammettenza $Y_C = 1/Z_C$), L_a (a cui corrisponde l'ammettenza $Y_L = 1/Z_L$) e L_S sono gli elementi reattivi

introdotti dal traslatore. Per le frequenze intermedie della gamma l'influenza di questi elementi reattivi si può considerare nulla e Z_T non presenta una componente reattiva di valore apprezzabile. L'impedenza d'uscita Z_a assume un valore puramente ohmico, con il quale si eguaglia il valore R_0 della resistenza di carico.

Alle frequenze basse Y_L diviene apprezzabile: una compensazione dei suoi effetti si può ottenere scegliendo C in modo che l'impedenza da esso presentata alle basse frequenze non sia più trascurabile. Si definiscano le pulsazioni limiti inferiori ω_{gu} relativa al gruppo R_0, L_a ed ω_{gt} relativa al partitore d'impedenza Z_T mediante le relazioni $\omega_{gu} = R_0/L_a$, $\omega_{gt} = 1/(CR_T)$, e si considerino i parametri $t = \omega_{gu}/\omega$ (dove ω è la pulsazione alla quale si suppone lavori l'amplificatore) e $b = \omega_{gt}/\omega_{gu}$. Nella parte superiore all'asse delle ascisse nella figura 3 è rappresentato il rapporto Z_a/R_0 in funzione dei parametri t e b: le coordinate dei punti del piano rappresentano le componenti reale ed immaginaria di tale rapporto, mentre t e b sono i parametri di due delle famiglie di curve tracciate. Inoltre è indicata una terza famiglia di curve, su ciascuna delle quali è costante il fattore di riflessione

$$\varrho = \left| \frac{Z_a - R_0}{Z_a + R_0} \right|$$

Per le alte frequenze si possono distinguere due casi.

1) $\omega L_S/R_0 \ll C_a R_0$. Si considera soltanto l'effetto di C_a e la frequenza limite superiore è $\omega_{g0} = 1/(C_a R_0)$. La correzione si può ottenere inserendo un'induttanza L fra R_1 e C nel partitore di reazione. I due parametri divengono $t = \omega/\omega_{g0}$ e $b = L/(R_T R_0 C_a)$; con i parametri così intesi si può ancora usare la parte superiore della figura 3, prendendo per Z_a/R_0 i valori complessi coniugati di quelli letti nel diagramma.

2) $\omega L_S/R_0 \gg C_a R_0$. Si considera soltanto l'effetto dei flussi dispersi. La correzione si può ottenere aumentando C_a fino al valore C'_a; si introducono i parametri $t_s = \omega/\omega_{g0} = \omega L_S/R_0$ e $b_s = C'_a R_0^2/L_S$, ed il rapporto Z_a/R_0 si può leggere nella parte inferiore della figura 3, trasformando però ogni valore complesso nel suo coniugato.

Le considerazioni svolte fino a questo punto sono valide nel caso $R_{ia} = \infty$. In realtà, anche per i pentodi, questa condizione non si verifica, ma i risultati ottenuti per la compensazione dei flussi dispersi non sono influenzati dall'approssimazione introdotta. Per la compensazione della reattanza in parallelo al carico invece, se è $R_{ia} = aR_0$, occorre moltiplicare i valori di C e di L, ottenuti nel modo precedentemente indicato, rispettivamente per $(a-1)/a$ o $a/(a-1)$; valori accettabili si hanno fintantochè sia $a > 5$ e $t < 0{,}4$.

Utilizzando lo stesso diagramma della figura 3, si può anche studiare l'effetto di correzione portato da una reazione negativa complessa che agisca nel circuito di catodo. Con i sistemi esposti si corregge, oltre alla variazione d'impedenza d'uscita, anche la variazione d'amplificazione

con la frequenza. Lo studio di essa si può eseguire ancora per mezzo di famiglie di curve tracciate nel piano complesso assumendo come parametri t e b. *Ga. Pa.*

CIRCUITI, QUADRIPOLI, FILTRI.

CHR. WACHENHUSEN — **Schema equivalente del condensatore elettrolitico.** (H. F. Techn. u. El. Ak., maggio 1941, LVII, 5, pag. 125-134, con 15 fig.)

Si nota uno studio sempre più completo dei condensatori elettrolitici, le cui proprietà vengono esaminate e discusse fino alle frequenze più elevate.

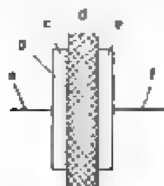


Fig. 1 — Schema di un condensatore elettrolitico secco: *a*, connessione dell'anodo; *b*, anodo; *c*, strato di ossido; *d*, distanziatore con elettrolita; *e*, catodo; *f*, connessione del catodo.

Un condensatore elettrolitico secco polarizzato con strato di ossido di Al_2O_3 può venir schematizzato come nella figura 1. Una delle armature del condensatore è costituita dall'anodo di alluminio, sul quale è stato formato lo strato di ossido, l'altra dallo strato di elettrolita che imbeve un distanziatore di carta e che è in contatto con il catodo di alluminio.

Lo schema elettrico equivalente del condensatore è invece dato dalla figura 2; in questa lo strato di ossido è rappresentato dalla capacità C_0 con in serie la resistenza R_0. L'elettrolita costituisce essenzialmente una resistenza R_E in serie con C_0, ma può venir considerato anche come dielettrico di una capacità C_{AC} con le armature costituite dalle piastre metalliche dell'anodo e del catodo. Infine le impedenze dei collegamenti dei due elettrodi, con le loro com-



Fig. 2. — Schema equivalente di un condensatore elettrolitico.

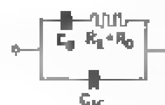


Fig. 3. — Schema equivalente nella seconda gamma di frequenze.

ponenti ohmiche R_A ed R_C ed induttive ωL_A ed ωL_C possono influire notevolmente, alle frequenze più elevate, sul valore dell'impedenza complessiva del condensatore. Per le frequenze più basse, chiamate frequenze della prima gamma, R_E è piccolo rispetto $1/(\omega C_0)$ e C_{AC} piccolo rispetto C_0. Lo schema equivalente del condensatore si riduce alla capacità C_0 ed alla resistenza R_0. Per frequenze superiori, della seconda

gamma R_g e C_{AC} diventano importanti e lo schema equivalente diventa quello della figura 3. Infine per le frequenze molto elevate, della terza gamma, hanno importanza anche le induttanze L_A ed L_f

Una serie di misure di questi parametri elettrici è stata eseguita nella gamma di frequenze da 20 Hz a 20 MHz con metodo a ponte fino a

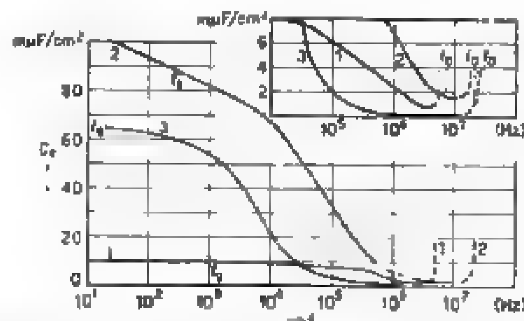


Fig. 4. — Dipendenza dalla frequenza della capacità equivalente in serie C_e di tre condensatori elettrolitici a secco

20 kHz e con metodi di sostituzione in serie, a frequenze superiori. A differenza dei metodi di misura usati dagli altri ricercatori, che hanno sempre applicato al condensatore in esame anche una tensione continua, aumentando così le difficoltà, in queste misure ciascun condensatore

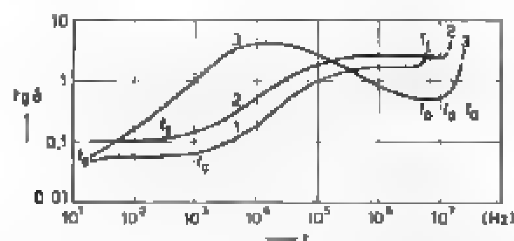


Fig. 5. — Dipendenza dalla frequenza della tg δ di tre condensatori elettrolitici a secco

fu sottoposto soltanto ad una tensione alternata di ampiezza inferiore a 0,5 V. Dalle esperienze fatte si può affermare che tensioni di questo valore non producono alcuna variazione rilevante nelle proprietà del condensatore

Furono esaminati tre condensatori contrassegnati dai numeri 1, 2 e 3. Il condensatore 3 si distingue da quello 1 essenzialmente perchè la sua superficie anodica fu resa ruvida per aumentarne la capacità. Il condensatore 2 invece si distingue perchè la sua tensione di formazione è stata di 50 V anzichè di 500 V come per gli altri. I risultati delle misure della capacità e della resistenza in serie equivalenti C_e e R_s e

della tangente dell'angolo di perdita δ sono rappresentati dai grafici delle figure 4, 5 e 6.

Nella prima gamma, limitata dalla frequenza f_g, la capacità C_s diminuisce lentamente ed uniformemente. Essa coincide con la capacità C_0

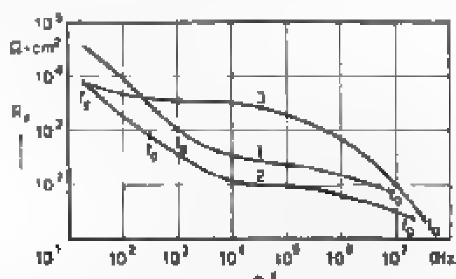


Fig. 6. — Dipendenza dalla frequenza della resistenza equivalente in serie R_s di tre condensatori elettrolitici a secco

dello strato di ossido. Nella seconda gamma la presenza della resistenza R_E fa diminuire rapidamente C_s che si avvicina al valore C_{AC}. Nella terza gamma si fa invece sentire l'influenza delle induttanze dei collegamenti con l'avvicinarsi della frequenza di risonanza f_0.

La tangente dell'angolo di perdita δ nella prima gamma si riferisce soltanto a C_0 e R_0 e quindi è costante; nella seconda gamma, per la presenza di R_E, cresce ed ha un massimo perchè assume importanza anche C_{AC}.

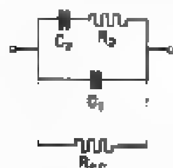


Fig. 7. — Schema equivalente dello strato d'ossido.

La resistenza equivalente in serie R_s diminuisce costantemente, ha un andamento inversamente proporzionale alla frequenza nella prima gamma, tende ad E_E nella seconda gamma fino a che non assume grande importanza C_{AC}, quindi riprende e diminuisce rapidamente.

Dall'andamento di C_s e R_s nella prima gamma si può dedurre per lo strato di ossido un nuovo schema elettrico equivalente, dato nella figura 7, ammettendo che la capacità dovuta allo strato di ossido sia costituita da una parte priva di perdite e da una parte affetta da perdite ed introducendo la resistenza per la corrente continua R_{CC}.

Nella zona di passaggio da un elettrolita ad un metallo si ha sempre la presenza di uno strato la cui resistenza è grande fino a che la tensione continua applicata è minore di un volt (circa). Da questo strato viene provocata contemporaneamente una capacità, denominata capacità di polarizzazione.

Da una ricerca particolare è stato accertato che una tale capacità si presenta anche nei condensatori elettrolitici in questione ed è del-

l'ordine di 2 μF cm². La capacità caratteristica dello strato di ossido invece è dell'ordine di 5 (μF cm²) V. Dal confronto di questi due valori

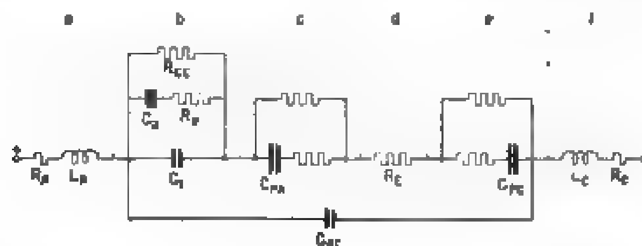


Fig. 8 — Schema equivalente completo di un condensatore elettrolitico a, connessione anodica; b, strato d'ossido; c, strato anodico polarizzato, d, resistenza dell'elettrolita; e, strato catodico polarizzato, f, connessione catodica

si deduce subito che la capacità di polarizzazione ha grande influenza solo per piccole tensioni di formazione

Con l'introduzione delle capacità di polarizzazione anodica C_{PA} e catodica C_{PC} e delle loro perdite lo schema elettrico equivalente del condensatore elettrolitico diventa quello della figura 8. G. G.

MATERIALI

H. W. Leverenz — **La luminescenza catodica applicata alla televisione.** (R. C. A. Rev., ottobre 1940, V, 2, pag. 131 175, con 28 fig.)

La luminescenza, cioè la proprietà che hanno alcuni materiali di assorbire energia e riemetterla successivamente in forma di radiazioni visibili o prossime alle visibili, conservando temperatura inferiore a quella di incandescenza, è stata casualmente rilevata nel 1603 e da allora è stata sempre oggetto di studi, specialmente nella seconda metà del secolo scorso con la scoperta della radioattività. La massima parte delle ricerche su questo argomento è stata però sviluppata negli ultimi anni, specialmente dopo l'avvento della televisione. Tra le svariate manifestazioni di luminescenza, oggi note, si chiama « luminescenza catodica » l'emissione luminosa prodotta da bombardamento di raggi catodici

La luminescenza è in generale dovuta al manifestarsi di due distinti processi di emissione un'emissione che si annulla entro il termine di 10^{-8} secondi dopo che è cessata l'eccitazione (fluorescenza) ed una che dura oltre questo limite di tempo (fosforescenza)

I materiali luminescenti oggi usati per la costruzione degli schermi dei cinescopi sono principalmente il solfuro di zinco (Zn S) e vari tipi di silicati di zinco, tra i quali la willemite (naturale o sintetica). È inte-

ressante il fatto che la willemite sintetica presenta un rendimento luminoso circa doppio della naturale (fig. 1).

I materiali luminescenti sono estremamente sensibili alle impurezze ed alle variazioni della struttura cristallina, per esempio l'aggiunta di sostanze estranee in proporzione di una parte su un milione produce

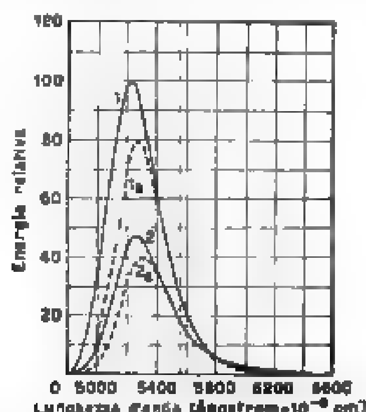


Fig. 1 — Spettri di emissione della willemite sintetica (α-ortosilicato di zinco attivato con manganese) e di quella naturale. Le curve 1, 2 si riferiscono all'energia irradiata totale, quelle 1_a, 2_a al flusso luminoso (visibile), rispettivamente per la sintetica e per la naturale: il colore della luminescenza è verde-azzurro per la prima, verde per la seconda. L'ordinata a tratti corrisponde alla lunghezza d'onda delle radiazioni luminose di massima visibilità per l'occhio umano.

variazioni del 50 od anche del 100 per cento in alcune loro proprietà. I migliori sono sostanze inorganiche a struttura cristallina regolare. Piccole percentuali di alcuni sali metallici aumentano notevolmente il rendimento luminoso, mentre uguali quantità di altri (specialmente di ferro, cobalto e nichel) annullano praticamente la luminescenza.

La sintesi dei materiali luminescenti ha inizio con un'accurata purificazione delle materie prime. Successivamente si aggiungono una piccola quantità di attivante (le impurezze e l'attivante si valutano in 1 su 10^8 fino a 1 su 10^5) ed un fondente per facilitare la cristallizzazione. La miscela deve poi essere scaldata abilmente per determinare la voluta dimensione dei cristalli e le opportune modificazioni strutturali. Nel lavoro originale il processo di sintesi è esemplificato per due sostanze tipiche, solfuro di ferro a luce azzurra e silicato di zinco e berillio a luce giallo-verde, mescolanze meccaniche di esse dànno un preparato a luce bianca. In generale si osserva che esiste una concentrazione ottima, tuttavia non critica, delle sostanze attivanti.

Fra le qualità delle materie luminescenti che interessano le applicazioni si distinguono le seguenti

1) Facilità di essere usate per formare schermi di tubi catodici per televisione. Dipende essenzialmente dalle dimensioni dei cristalli e quindi dal trattamento termico finale.

2) Facilità di degassificazione. I materiali luminescenti presentano tutti superfici adsorbenti molto estese; pertanto è conveniente ottenerli per sintesi da sostanze estremamente pure, riscaldate a temperature elevate.

3) Emissione secondaria. I materiali luminescenti hanno resistività maggiore di quella dei vetri, pertanto la carica portata su di essi da un fascio elettronico non può essere smaltita se non per via di emissione secondaria. Nella figura 2 è rappresentata una caratteristica di emissione secondaria; il tratto di curva che corrisponde a valori del rapporto di emissione inferiori all'unità, per le più basse tensioni non è utilizzabile, perchè in tali condizioni lo schermo si porta rapidamente ad un potenziale uguale a quello del catodo, impedendo che la corrente elettronica possa raggiungerlo ulteriormente. Il valore di V_L dipende dalla composizione e dallo spessore dello schermo del cinescopio, dal gas residuo, dai materiali evaporati durante la vuotatura del tubo, dalla vita di questo; è importante che sia molto elevato.

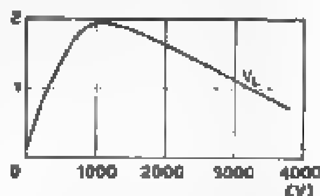


Fig. 2. – Caratteristica tipica di emissione secondaria di un isolante rapporto tra i numeri di elettroni secondari e di elettroni primari in funzione della tensione applicata al secondo anodo (di un cinescopio, di cui l'isolante costituisce lo schermo).

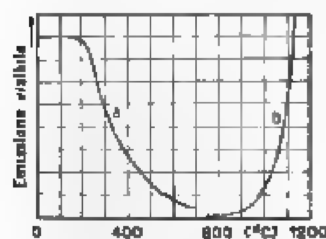


Fig. 3. – Passaggio dalla luminescenza (a) all'incandescenza (b), al variare della temperatura. Le due curve sono riferite a scale diverse sulle ordinate.

4) Stabilità. Le sostanze luminescenti possono essere distrutte da bombardamento elettronico troppo intenso e prolungato, da esposizione all'umidità, alla luce, all'aria, da temperature troppo elevate, e così via. I solfuri ed i seleniuri hanno minor resistenza degli ossidi (compresi silicati, tungstati, borati e simili).

5) Effetto del calore e delle radiazioni infrarosse. L'effetto della temperatura è illustrato dalla figura 3. Radiazioni infrarosse possono ridar vita alla luminescenza, che sparisce a temperature molto basse (aria liquida). La resistenza alle temperature elevate è all'incirca proporzionale alla stabilità; ogni sostanza luminescente ha una temperatura ottima di funzionamento, che dipende fra l'altro dall'intensità dell'eccitazione.

6) Spettro di emissione. Gli spettri di emissione delle sostanze luminescenti sono ordinariamente del tipo a banda stretta (si veda ad esempio, la figura 1), per ottenere schermi luminescenti a luce bianca

oggi si devono mescolare meccanicamente diverse sostanze aventi spettri complementari (fig. 4)

7) Splendore e rendimento. Lo splendore degli schermi luminescenti può raggiungere, almeno in teoria, valori enormi. Il rendimento della trasformazione energetica è poi abbastanza elevato, essendo del 5 ÷ 10 per cento con eccitazione catodica e del 50 ÷ 80 per cento con eccitazione per mezzo di luce ultravioletta; esso varia con la velocità degli elettroni (fig. 5) e con la densità della corrente elettronica (fig. 6).

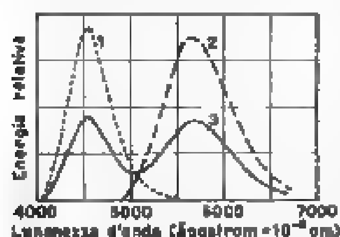


Fig. 4. — Spettri di emissione di una miscela binaria a luce bianca (3) e delle sostanze componenti, solfuro di zinco attivato con argento (luce azzurra, 1) e miscela di solfuri di zinco e cadmio attivati con argento (luce gialla, 2).

8) Fosforescenza. È una caratteristica che incide grandemente sulla qualità delle immagini riprodotte da un cinescopio. Il comportamento dei vari materiali a questo riguardo è indicato nella figura 7, da essa è possibile ricavare gli elementi di giudizio sul comportamento delle miscele. Si osserva poi che i rendimenti degli schermi a lunga persistenza sono inferiori al 50 per cento di quelli degli odierni schermi bianchi; il loro splendore è più basso di quello degli schermi

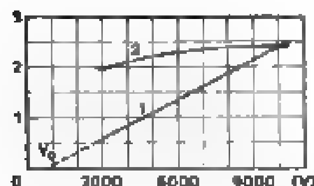


Fig. 5. — Curve tipiche di intensità luminosa (1) e di rendimento luminoso (2) di uno schermo luminescente di cinescopio in funzione della tensione anodica; le ordinate sono rispettivamente candele e candele/watt.

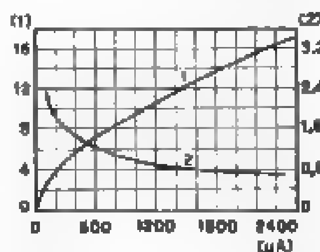


Fig. 6. — Curve tipiche di intensità luminosa (1) e di rendimento luminoso (2) di uno schermo luminescente di cinescopio in funzione della corrente del fascio elettronico; le ordinate sono rispettivamente candele e candele/watt.

a breve persistenza; schermi bianchi non si possono ottenere con i materiali a luce arancio e a lunga persistenza perchè, fra l'altro, oggetti in rapido movimento apparirebbero con contorni diversamente colorati.

Un così lungo ed accurato esame delle proprietà dei materiali luminescenti trova immediata applicazione nello studio della possibilità di variare o non le frequenze di quadro (60 Hz) e di immagine (30 Hz)

attualmente usate in televisione. L'autore conclude che convenga non cambiare, perchè 30 immagini e 60 (o più) quadri al secondo assicurano: 1) di poter fornire schermi a luce bianca paragonabile a quella solare;

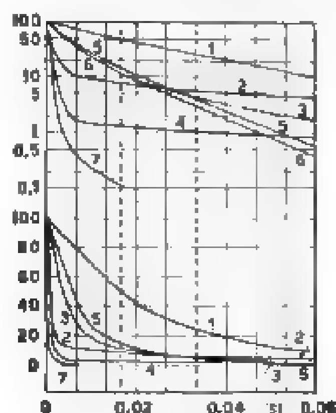


Fig. , — Curve di decremento (persistenza) di materiali luminescenti: percentuale dell'intensità luminosa iniziale in funzione del tempo. Le stesse curve sono tracciate con le ordinate in scala lineare e in scala logaritmica (tra le prime non figura la 6, perchè molto vicina alla 5), e si riferiscono alle sostanze seguenti: 1) $Cd\,Si\,O_3$: Mn, 2) $Mg_2\,Si\,O_4$: Mn, 3) $Ca\,Si\,O_3$: Mn, 4) Zn S : Cu, 5) $Zn\,Si\,O_4$: Mn, 6) $Zn\,Be\,Si\,O_4$: Mn, 7) Zn S : Ag (in ciascun composto l'ultimo elemento, separato dagli altri dai due punti, è la sostanza attivante). Le ordinate a tratti indicano il periodo (0,0166 s) della frequenza di quadro (60 Hz) e quello (0,033 s) della frequenza d'immagine (30 Hz).

2) di poter migliorare il comportamento degli schermi senza dover scartare a priori materiali di più alto rendimento; 3) di consentire la trasmissione di scene con movimenti molto rapidi, 4) di evitare perdite di contrasto dovute all'uso di schermi a lunga persistenza, 5) di poter fornire livelli di splendore senza sfarfallio, adeguati non solo ad un occhio normale, ma anche ad occhi difettosi (circa due quinti del pubblico americano). — R. S.

PIEZOELETTRICITÀ E MAGNETOSTRIZIONE.

Z. KAMAYACHI e T. ISHIKAWA — **Relazioni fra la forma degli elettrodi e le costanti del circuito elettrico equivalente nei risonatori piezoelettrici rettangolari a vibrazione longitudinale.** (E. T. J., novembre 1940, IV, 11, pag. 243-246, con 9 fig.).

Le facce delle piastrine di quarzo usate come risonatori nei circuiti filtranti vengono in generale ricoperte con una pellicola metallica avente la funzione di elettrodo. Nel caso in cui detto elettrodo ricopra soltanto una parte della superficie del quarzo, è interessante studiare come va-

riano i valori dei componenti il circuito equivalente al risonatore per conoscerne le caratteristiche quando questo venga usato come elemento di un filtro elettromeccanico, oppure come un quadripolo secondo l'indicazione della figura 1.

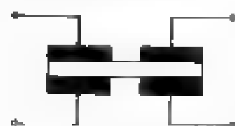


Fig. 1 — Inserzione di un quarzo come quadripolo.

È noto che un piezorisonatore può essere rappresentato, in prossimità della sua frequenza di risonanza, dal circuito equivalente mostrato nella figura 2, dove C_d è la capacità statica del cristallo. Gli autori mostrano in primo luogo come si proceda per calcolare i valori delle costanti L, C, C_d ed R nelle condizioni in cui il piezorisonatore rettangolare a taglio X, indicato nella figura 3, compia una vibrazione puramente longitudinale lungo l'asse meccanico.

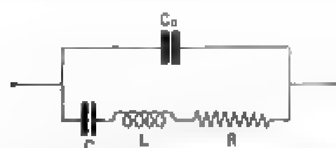


Fig. 2 — Circuito equivalente di un piezorisonatore.

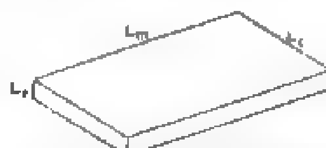


Fig. 3 — Piezorisonatore rettangolare a taglio X.

Se gli elettrodi hanno l'area eguale a quella delle facce del risonatore la frequenza f è data da

$$f = \frac{n}{2\,l_m}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}\,,$$

essendo E il modulo di Young nella direzione della vibrazione, ϱ la densità del cristallo ed n un qualunque numero intero (1 per la fondamentale), mentre lo spostamento u in ogni punto del risonatore è

$$u = A e^{j\omega t} \cos\left(n\pi \frac{y}{l_m}\right)$$



Fig. 4. — Spostamento e deformazione per l'onda fondamentale.

La polarizzazione lungo l'asse elettrico è

$$P_x = e_{11}\frac{\partial u}{\partial y}$$

dove e_{11} è la costante piezoelettrica.

Per l'onda fondamentale lo spostamento e la deformazione $\partial u/\partial y$ si presentano come è indicato dalle curve u e d della figura 4, mentre la carica elettrica q_0 prodotta sull'elettrodo e la corrente i_0 che attraversa il risonatore sono date da

$$q_0 = l_t \int_0^{l_m} e_{11}\frac{\partial u}{\partial y}\,dy = 2 l_t e_{11} A e^{j\omega t}\,,$$

e posto $A e^{j\omega t} = \tau$, da

$$i_0 = \frac{dq_0}{dt} = 2 L_m e_{11} \frac{d\tau}{dt}$$

Ora per ottenere L, C ed R basta eguagliare i valori dell'energia cinetica, dell'energia potenziale e dell'energia dissipata per attrito delle molecole rispettivamente all'energia elettromagnetica $L i_0^2/2$, all'energia elettrostatica $q_0^2/(2C)$ e alle perdite per calore $i_0^2 R$. A calcoli fatti si ricava

$$L = \frac{1}{8} \frac{\rho}{e_{11}^2} \frac{L_m L_e}{L_0}, \quad C = 8 \frac{L_0 L_m}{L_e} \frac{e_{11}^2}{\pi^2 E}.$$

La capacità statica C_d si ottiene facilmente conoscendo la costante dielettrica K lungo l'asse X

$$C_d = K \frac{L_m L_0}{4\pi L_e}.$$

Per quanto riguarda la costante R gli autori si propongono di determinarne il valore esatto in una ulteriore comunicazione, tenendo conto di tutte le perdite di energia riscontrate nel risonatore.

Ciò premesso, si passa a considerare come variano le costanti esaminate al variare delle dimensioni e della disposizione degli elettrodi. Vengono perciò esaminati gli otto casi rappresentati nella figura 5. Dai presupposti teorici che portano alla determinazione delle costanti risulta che i valori della carica elettrica q_0, e di conseguenza della corrente elettrica i_0, sono i soli che cambiano quando si riducono le dimensioni degli elettrodi, mentre le energie cinetica e potenziale restano le stesse.

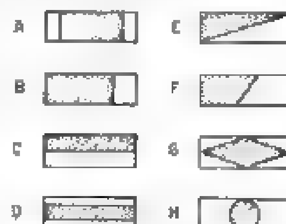


Fig. 5. — Varie forme e disposizioni di elettrodi su piastrine di quarzo.

I valori di L e C sono quindi rispettivamente proporzionali ed inversamente proporzionali al quadrato della corrente i_0. D'altra parte la distribuzione della carica generata sulle facce del risonatore è tale che la densità di carica è maggiore al centro dell'asse meccanico del cristallo e diminuisce ai due estremi, come indica la figura 4. Perciò quando cambiano le dimensioni dell'elettrodo lungo l'asse meccanico la corrente che fluisce attraverso il risonatore non potrà ovviamente considerarsi proporzionale all'area dell'elettrodo ma dipenderà, in una certa maniera, oltre che dalle dimensioni anche dalla forma e disposizione di questo. Sulla base di tali considerazioni vengono calcolate le costanti L, C per gli otto casi anzidetti e i rispettivi valori trovati successivamente per via sperimentale sono in ottimo accordo con quelli calcolati.

Nel corso delle esperienze una constatazione interessante è stata fatta per i casi in cui le dimensioni dell'elettrodo vengano ridotte lungo l'asse meccanico. Data la speciale distribuzione della carica, entro un certo limite della dimensione dell'elettrodo, la diminuzione del quadrato della corrente elettrica risulta inferiore alla diminuzione dell'area dell'elettrodo; in altri termini la diminuzione di C risulta inferiore a quella di C_0. Ciò permette di far sì che, al diminuire delle dimensioni dell'elettrodo, il valore del rapporto C_0/C possa raggiungere un minimo dal quale dipenderà la larghezza della banda passante nel caso in cui tale risonatore venga adoperato come elemento di un circuito filtrante.

Al. Ba.

RICEVITORI.

H. Behling. **Massima sensibilità raggiungibile nei ricevitori con ingresso a filtro di banda.** (E. N. T., maggio 1942, XIX, 5, pag. 66-72, con 9 fig.)

È stato già esaminato il problema della sensibilità di un ricevitore con circuito accordato d'entrata, in relazione con i diversi parametri propri e mutui degli elementi di connessione dell'antenna con il primo tubo [1].

Qui lo studio viene esteso al caso in cui sia posto all'entrata un filtro di banda, calcolando dapprima il rapporto fra la tensione del segnale e quella del rumore di fondo applicate alla griglia del primo tubo, in funzione delle diverse grandezze e di tre parametri fondamentali, indici rispettivamente della resistenza equivalente di rumore di fondo del primo tubo, dell'accoppiamento interno del filtro di banda e dell'accoppiamento d'antenna. La funzione viene derivata rispetto al secondo e al terzo parametro, per la determinazione dei valori ottimi di sensibilità. Si vede che un filtro di banda porta sempre una perdita di sensibilità rispetto ad un semplice circuito accordato; questo secondo caso vien fatto agevolmente rientrare nel primo come caso limite.

Si considera poi la questione della selettività, che è fondamentale, in quanto appunto per migliorarla si è introdotto il filtro di banda, e se ne studia l'andamento in funzione dell'accoppiamento d'antenna e di quello interno del filtro. Si vede come le condizioni per una buona sensibilità (accoppiamento d'antenna molto stretto) siano contrastanti con la selettività, la quale infatti subisce una diminuzione per il fatto che il circuito d'antenna smorza il primo circuito del filtro. Come in molti problemi pratici la soluzione migliore è fornita da un compromesso fra le opposte esigenze, tenendo peraltro nella massima considerazione quelle che hanno consigliato l'introduzione del filtro. Un esempio di calcolo, eseguito per un caso pratico, chiarisce le deduzioni analitiche precedenti.

C. E.

---

[1] E. N. T., 1939, XVI, p. 92

CRONACA TECNICA

GENERATORI, OSCILLATORI, TRASMETTITORI.

Chi ha eseguito misure a frequenze acustiche ha potuto constatare come la stabilità di frequenza degli oscillatori a battimenti sia spesso del tutto insufficiente nel campo delle frequenze più basse, basta pensare ad esempio alle misure sugli altoparlanti e, in particolare, alla determinazione dell'impedenza d'ingresso nell'intorno della frequenza di risonanza meccanica. Per risolvere il problema della produzione di una frequenza sufficientemente stabile, variabile entro il campo delle frequenze acustiche, G. Willoner e F. Tihelka propongono nel numero di marzo 1941 di *A. T. M.* un **generatore per frequenze acustiche senza circuito oscillatorio.**

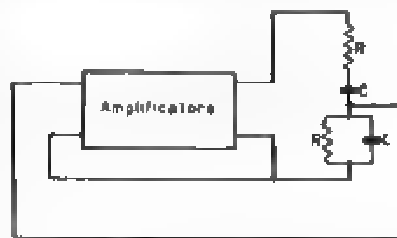


Fig. 1. — Schema di principio.

Lo schema di principio è riportato nella figura 1. Si tratta essenzialmente di un amplificatore a due stadi accoppiati a resistenza e capacità sicchè la tensione di uscita risulta, entro un ampio campo di frequenza, in fase con la tensione di entrata; inoltre è istituito un accoppiamento fra l'uscita e l'entrata mediante un partitore comprendente due resistenze e due capacità di ugual valore disposte in modo da costituire i due lati caratteristici di un ponte di Wien. Un semplice calcolo mostra che, se l'amplificazione di tensione supera il valore 3, il dispositivo diventa instabile e si innescano oscillazioni la cui frequenza è data dalla formula: $f = 1/(2\pi RC)$.

La possibilità di costruire oscillatori senza induttanze non costituisce una novità, da tempo ne è stato mostrato l'interesse teorico e ne sono state fatte applicazioni [1]. L'articolo citato, tuttavia, presenta interesse in quanto segna un progresso sulla via dell'utilizzazione di tali apparecchi fornendo una descrizione più particolareggiata e mettendo

[1] Proc. I. R. E., 1939, XXVII, p. 649.

in netto rilievo l'importanza che essi possono assumere come generatori per uso di laboratorio. In tale campo di applicazione l'oscillatore senza induttanza appare preferibile agli altri attualmente in uso. Infatti la generazione diretta mediante circuito oscillatorio non è conveniente, sia per le eccessive dimensioni che vengono ad assumere gli elementi del circuito, sia per il ristretto campo di frequenza che si può coprire con un condensatore variabile essendo la frequenza inversamente proporzionale alla radice quadrata della capacità $\left(f = 1/(2\pi\sqrt{LC})\right)$. D'altra parte nell'oscillatore a battimenti, oggi di uso generale, la frequenza utile, essendo ottenuta come differenza di altre due, risente, percentualmente, tanto più le loro inevitabili variazioni quanto più è di valore basso. L'oscillatore proposto presenta invece costanza di funzionamento uniforme su tutto il campo di frequenza coperto. Uno stesso condensatore variabile è atto a coprire un campo di frequenza più esteso di quello del generatore a circuito oscillatorio essendo la frequenza inversamente proporzionale alla capacità.

Sono riferiti alcuni risultati sperimentali relativi a un oscillatore per frequenze comprese fra 50 e 5000 Hz, di cui è dato lo schema costruttivo. Poichè un condensatore variabile si è mostrato atto a coprire un campo di frequenza i cui estremi stanno nel rapporto 1 : 10, occorre, per passare oltre 500 Hz, cambiare le resistenze R mediante un apposito commutatore. La frequenza generata è risultata costante entro il 2 ‰ per variazioni del 10 % della tensione di alimentazione. La distorsione è stata ridotta a un valore minore del 3 ‰ mediante un dispositivo limitatore di ampiezza. *G. Fr.*

VARIE.

Nei fascicoli di settembre del *J. Télécomm.* e di ottobre 1942 del *Bull. A. S. E.* viene presentata una necrologia di **Valdemar Poulsen**, morto il 23 luglio 1942 a settantatre anni di età.

V. Poulsen era nato a Copenaghen nel 1869; ultimati gli studi era entrato a far parte della Compagnia dei Telegrafi di quella città. Presto si distinse con le sue invenzioni: all'esposizione universale di Parigi del 1900 figurava già il suo « telegrafono », che è l'antenato dei moderni apparati di registrazione su filo d'acciaio, e che, perfezionato, è tuttora largamente adoperato nella radiodiffusione, nelle moderne macchine a dettare, nel cinema sonoro.

L'invenzione più importante dell'insigne scienziato è il metodo di produzione delle onde persistenti mediante l'uso ingegnoso dell'arco elettrico: tale metodo si affermò rapidamente e molte radiostazioni lo adottarono. In seguito i tubi termoionici si sono imposti coi loro indiscutibili vantaggi sulle trasmittenti ad arco: ciò non toglie, tuttavia, che il nome di Poulsen rimanga indimenticato come quello di uno dei pionieri della radiotecnica. *Rc*

INFORMAZIONI E NOTIZIE

Corso di perfezionamento in Radiotecnica. — Il R. Politecnico di Milano comunica che sono aperte le iscrizioni al Corso di perfezionamento in Radiotecnica (istituzione della Fabbrica Italiana Magneti Marelli) per l'anno accademico 1942-43-XXI.

Esso comprende i seguenti insegnamenti:

a) Insegnamenti generali: *Radiotecnica* (F. Vecchiacchi); *Complementi di elettrotecnica* (R. Sartori); *Misure radiotecniche* (F. Cisotti): questo insegnamento verrà integrato da esercitazioni.

b) Insegnamenti monografici: *Complementi scientifici di radiotecnica* (F. Lori); *Elettroacustica* (E. Paolini); *Induttori e trasformatori* (G. Bozzi); *Onde ultracorte* (U. Tiberio); *Problemi di telefonia e telegrafia* (F. Lucantonio); *Radiogoniometria* (A. Ciaccia); *Radiotrasmettitori* (P. Andinetti); *Ricevitori radiofonici* (F. Vecchiacchi); *Tecnica dei tubi elettronici* (L. Piatti).

c) Conferenze: saranno tenute conferenze su argomenti vari relativi alla tecnica delle comunicazioni elettriche.

Le lezioni avranno inizio il 2 gennaio e termineranno il 29 maggio 1943. Gli esami seguiranno durante le sessioni estiva ed autunnale e consisteranno in un'unica prova vertente sul gruppo delle materie d'insegnamento.

Al Corso possono essere ammessi i laureati in ingegneria, in fisica ed in matematica e fisica che ne facciano domanda al Direttore del R. Politecnico entro il 31 dicembre 1942, allegando i documenti richiesti.

Agli iscritti che avranno frequentato le lezioni e le esercitazioni ed avranno superato la prova d'esame, sarà rilasciato un certificato di studi ed esame.

Sarà bandito il concorso per due posti di allievo interno, riservato agli iscritti al P. N. F. Gli allievi interni debbono iscriversi al Corso e frequentare il laboratorio con orario normale (dalle ore 9 alle 12 e dalle 14 alle 18 di tutti i giorni feriali, escluso il pomeriggio del sabato) dal 10 gennaio a tutto il 31 dicembre 1943, esclusi i mesi di luglio e agosto. Essi — dopo un periodo di tirocinio — parteciperanno all'attività normale del laboratorio e si dedicheranno, sotto la guida del personale insegnante, allo studio di qualche problema teorico spe-

rimentale, sul quale dovranno fare un'ampia relazione. Agli allievi interni sarà corrisposto un assegno di L. 10 000 in dieci mensilità posticipate, dal gennaio al luglio e dall'ottobre al dicembre 1943, su presentazione di un attestato di frequenza rilasciato dal Direttore del Corso. Agli iscritti che avranno superato l'esame in modo particolarmente lodevole, a giudizio della Direzione del R. Politecnico, potranno essere conferiti premi di L. 500 ciascuno.

Per le ulteriori informazioni e per le iscrizioni rivolgersi alla Segreteria del R. Politecnico. *Rc.*

***

Corso di perfezionamento in Radiocomunicazioni. — Sono aperte le iscrizioni al Corso di perfezionamento in Radiocomunicazioni istituito presso l'Istituto di Elettrotecnica della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bologna

Gli insegnamenti che ivi si svolgono sono i seguenti *Complementi di analisi matematica, Complementi di elettrotecnica, Radiotecnica generale; Onde elettromagnetiche e loro propagazione e penetrazione; Teoria dei tubi elettronici, Tecnica degli impianti radiotrasmittenti; Tecnica degli impianti radioriceventi, Tecnica delle trasmissioni su filo; Misure radiotecniche, Esercitazioni di radiotecnica.*

Tali insegnamenti potranno essere integrati con altri a carattere monografico o con conferenze su argomenti speciali da affidare a tecnici di chiara fama

Il Corso ha la durata di un anno accademico, e ad esso possono iscriversi i laureati in ingegneria ed in fisica. È data tuttavia facoltà al Consiglio del corso di ammettere anche candidati con lauree affini alle precedenti i quali, a suo insindacabile giudizio, diano sicuri affidamenti della necessaria preparazione scientifica e tecnica

Agli iscritti che avranno superato gli esami speciali nelle discipline sopra elencate ed avranno svolto una dissertazione teorico-sperimentale su argomento preventivamente loro assegnato, verrà rilasciato un attestato di «specialista in radiocomunicazioni», valevole a tutti gli effetti di legge.

Gli iscritti al Corso possono valersi delle facilitazioni ferroviarie concesse agli studenti universitari

Le lezioni inizieranno l'11 gennaio e avranno termine il 30 giugno 1943-XXI Gli esami speciali e la dissertazione finale si svolgeranno durante le sessioni estiva ed autunnale

Per l'iscrizione al Corso occorre presentare domanda in carta legale da L. 6 indirizzata al Rettore dell'Università, non oltre il 31 dicembre 1942 corredata dei documenti indicati nel bando

Per ulteriori informazioni rivolgersi alla Direzione del Corso presso l'Istituto di Elettrotecnica della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bologna o alla Segreteria della stessa Università. *Rc.*

***

Concorso a premi indetto dal C. N. R. — Il Comitato per la Radiotecnica e le Telecomunicazioni del C. N. R., allo scopo di incoraggiare le ricerche nel campo delle radiocomunicazioni, bandisce un concorso a premi sui seguenti temi: *a*) Ricerche teoriche, o sperimentali, sui sistemi direttivi emittenti, o riceventi, o radiogoniometrici, per onde metriche e microonde. *b*) Ricerche teoriche, o sperimentali su sistemi radiotelefonici segreti. *c*) Ricerche teoriche, o sperimentali, sulla rivelazione di ostacoli o sulla misurazione di distanze con mezzi radioelettrici. *d*) Ricerche teoriche, o sperimentali, sui rumori di fondo nei ricevitori per onde metriche e decimetriche.

Le soluzioni e le proposte devono avere sufficiente carattere di originalità. È in facoltà del concorrente il presentare modelli, o apparati completi, o le parti principali di essi. Un'apposita relazione deve illustrare i principi teorici ed i dati sperimentali. Detta relazione deve essere presentata in quattro esemplari dattilografati. Gli scritti devono essere inediti, o pubblicati nei limiti del semestre precedente il 28 ottobre 1942-XX.

A ciascuno dei due lavori riconosciuti più meritevoli di premio verranno assegnate L. 10.000. Si fa riserva di bandire speciale concorso per altrettanti premi di eguale importo destinati ai chiamati alle armi.

Il giudizio per l'assegnazione dei premi sarà dato inappellabilmente dalla Presidenza del Comitato su relazione di apposita commissione.

Le domande per l'ammissione al concorso, redatte su carta legale da L. 8, dovranno pervenire alla Segreteria del Comitato in Roma (Palazzo del C. N. R., Piazzale delle Scienze) non oltre il 21 aprile 1943-XXI, corredate dai certificati indicati nel bando.

Nella domanda il concorrente deve indicare le sue complete generalità, l'ente presso il quale svolga eventualmente attività tecnica o professionale e le relative mansioni, nonchè il proprio domicilio e il recapito per le eventuali comunicazioni del Comitato. Deve inoltre dichiarare che il lavoro non è stato nè sarà presentato ad altro concorso per conferimento di premi, prima del 30 settembre 1943-XXI.

I lavori presentati al concorso, con le relazioni e gli oggetti eventualmente allegati devono pervenire alla Segreteria del Comitato non oltre il 31 maggio 1943-XXI. *Rc.*

NECROLOGIE

GIOVANNI COCCI

Il 14 agosto 1942 si spegneva in Arezzo all'età di trentacinque anni il professore ingegnere Giovanni Cocci: da tempo era minato da un male che non perdona e che egli aveva saputo sopportare serenamente, seguitando a dedicare al lavoro le sue migliori energie.

Laureatosi nel 1928 in ingegneria elettrotecnica presso il R. Politecnico di Milano a soli ventun anni, fu da allora assistente presso l'Istituto di Elettrotecnica generale del Politecnico stesso, dove svolse una vasta attività scientifica e didattica rivolta particolarmente al campo della radiotecnica.

Di questa sua attività restano numerose pubblicazioni di notevole pregio, alcune delle quali hanno avuto un'ampia risonanza anche fuori del nostro paese, ed il ricordo dei corsi svolti annualmente con rara competenza e comunicativa.

Parallelamente all'attività didattica presso il Politecnico ne svolgeva un'altra non meno importante quale consulente dei laboratori di importanti industrie radio nazionali. Fu per un numero notevole di anni al Laboratorio della Philips Radio, quindi presso la Divisione Radio Professionale della Magneti Marelli, alla quale seguitava a prestare la sua attività anche quando il male che lo minava lo aveva costretto a ritirarsi ad Arezzo.

I colleghi ricordano il lavoro da lui svolto nel campo culturale e della unificazione presso il gruppo R. T. T. C. (ingegneri radiotecnici telefonici cinetecnici) del Sindacato provinciale degli Ingegneri di Milano, di cui fu uno dei fondatori.

Nel campo della ricerca scientifica si era specialmente rivolto all'esame dei circuiti ed alla teoria dei filtri elettrici; presentano particolare interesse i suoi studi sulle oscillazioni modulate esaminate dal punto di vista del loro comportamento nei circuiti, e sul progetto dei filtri puramente induttivi chiusi su resistenze costanti. Egli fu uno dei più apprezzati collaboratori della nostra rivista, che ha pubblicato una grande parte dei suoi lavori.

Lascia in quanti lo conobbero direttamente o attraverso i suoi studi e in particolare nei collaboratori diretti e negli amici, il ricordo di un ingegno acuto e brillante, il rimpianto ed il dolore di vedere interrotta così prematuramente un'attività scientifica che prometteva frutti sempre più concreti ed importanti.

Re

I CONDENSATORI VARIABILI

L'importanza applicativa del condensato a capacità variabile si è affermata principalmente con l'avvento della radiotelegrafia, ma la sua realizzazione si può fare risalire all'elettroscopio a condensatore di Volta o, con maggiore rispondenza alla finalità specifica di avere una capacità regolabile, a tipi descritti da J. C. Gisson e T. Barclay nel 1871 e da C. V. Boys nel 1879. Erano questi costituiti da armature cilindriche coassiali, separate da isolante solido, una delle quali poteva scorrere assialmente rispetto all'altra.

Altri tipi furono realizzati in seguito ottenendo la variazione di capacità per variazione di distanza tra le armature generalmente piane, fra le quali veniva interposto, per ottenere maggiori capacità, un dielettrico solido (mica, vetro, ebanite, ecc.).

Più recente è il tipo a variazione di superficie affacciata ottenuta con un sistema di lamine piane e parallele (rotore) che può, per rotazione dell'albero a cui esso sono calettate, inserirsi tra un analogo sistema di lamine fisse (statore).

E questa la realizzazione che, notevolmente perfezionata nella struttura meccanica, nell'isolamento dell'armatura dalla carcassa, nel contatto al rotore, ecc., seguendo la traccia di più precise concezioni teoriche e tecniche ed adeguandosi alle più critiche condizioni di lavoro dei moderni apparecchi, è oggi più diffusa nelle principali applicazioni.

Questo tipo permette infatti, con opportune sagomature delle lamine, di ottenere facilmente diverse leggi di variazione della capacità in funzione dell'angolo di rotazione, onde meglio rispondere alle varie esigenze.

E' in questa forma costruttiva che i condensatori variabili hanno potuto raggiungere funzioni basilari nei radioricevitori, nei radiotrasmettitori e nelle misure.

CONDENSATORI DUCATI

IL CONDENSATORE ELETTRICO IN CORRENTE ALTERNATA

Nell'impostazione teorica degli ardui concetti concernenti i fatti elettromagnetici in regime alternativo, fondamentale fu l'opera coordinatrice e chiarificatrice di Galileo Ferraris (1847-1897). A lui si debbono, la definizione del fattore di potenza (1884), la corretta espressione della potenza attiva e, conseguentemente, quella di potenza reattiva

$$P = VI \cos\varphi, \qquad Q = VI \operatorname{sen}\varphi$$

in cui è tenuto in debito conto lo sfasamento temporale fra tensione e corrente.

La corrente alternata era stata, fino allora, applicata in impianti di illuminazione che presentavano piccolo sfasamento induttivo. I fatti capacitivi erano perciò trascurati dai tecnici ai quali si manifestarono in modo clamoroso quando, nel 1891, alla messa in servizio del cavo da 10 kV installato dal Ferranti tra Londra e Deptford (7 km), si constatò a vuoto una tensione in arrivo superiore a quella dell'origine.

Questo fatto diede luogo ad ampie discussioni e provocò un intenso fervore di studi sulle capacità concentrate e distribuite.

Il comportamento di una capacità in regime alternativo di frequenza f, e cioè la relazione funzionale fra corrente e tensione, quando quest'ultima ha andamento sinusoidale

$$v = V \operatorname{sen}\omega t$$

di pulsazione $\omega (= 2\pi f)$, era stato dedotto facilmente dall'espressione $i = dq/dt$ differenziando la formula di Faraday $q = CV$ applicata ai valori istantanei di carica e di tensione.

$$i = \frac{dq}{dt} = C\,\frac{dv}{dt} = \omega CV \cos\omega t =$$

$$= \omega CV \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Risultò così che la corrente che percorre il condensatore è essa pure sinusoidale di pulsazione ω, ma anticipa di fase rispetto alla tensione ai suoi capi, di un quarto di periodo, e che la sua ampiezza $I = \omega VC$ dipende dalla frequenza, oltrechè dal valore della capacità e dall'ampiezza della tensione.

Già fin dal 1880 il Joubert aveva posto, unitamente a quelli di reattanza induttiva e di impedenza, il concetto di reattanza capacitiva definita dal rapporto fra le ampiezze (o tra i valori efficaci) della tensione e della corrente

$$X_C = \frac{V}{I} = \frac{1}{\omega C}.$$

Di particolare interesse fu anche la constatazione che la potenza istantanea assorbita dalla capacità, varia nel tempo con legge sinusoidale, di pulsazione 2ω, il cui valore medio è nullo in conseguenza del periodico scambio energetico tra circuito e campo elettrico. L'entità di tale scambio è tuttavia valutata col prodotto dei valori efficaci della tensione e della corrente

$$Q_c = VI = \omega CV^2 = I^2\omega C$$

che definisce la cosiddetta potenza reattiva dei condensatori da considerarsi di segno opposto a quella delle induttanze

Chiedete le pubblicazioni tecniche e consulenza alla DUCATI, Bologna o Sedi di Milano, Roma e Napoli

DUCATI

SOCIETÀ SCIENTIFICA RADIO BREVETTI DUCATI - BOLOGNA

Costruzioni radio-elettro-ottico-meccaniche di precisione




Biblioteca
nazionale
centrale
di Roma

